Reforço escolar · Matemática ·

Professor

Calculo de cabeça, não, com a cabeça!

Dinâmica 2

9º Ano | 2º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Fundamental 9º	Algébrico Simbólico	Equação do 2º. Grau

DINÂMICA	Calculo de cabeça, não, com a cabeça!
HABILIDADE BÁSICA	H34 Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
HABILIDADE PRINCIPAL	H51 Resolver problema com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver problemas, envolvendo o cálculo da soma e do produto das raízes sem resolver a equação.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Jogo da memória	20 a 25 min	Em grupos de 3	Individual
2	Um novo olhar...	Ajudando a enfermeira	15 a 20 min	Nos mesmos grupos.	Individual
3	Fique por dentro!	O sorteio e o curioso	20 a 30 min	Nos mesmos grupos.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Um dos grandes problemas relacionados ao ensino da Matemática está na assimilação de algumas fórmulas utilizadas em determinadas resoluções. Os alunos demonstram resistência em memorizar expressões matemáticas. A equação do 2º grau é um exemplo de conteúdo matemático que requer o uso de uma fórmula prática para a determinação do conjunto solução. Diante dessa situação, nesta dinâmica, o aluno precisa criar mecanismos capazes de solucionar a problemática da memorização das fórmulas. Situação esta que exige, do aluno, cálculo mental e estimativas, que serão abordadas na 1ª e 2ª etapas. No caso das equações do 2º grau, o aluno verificará que há outras formas de resolver uma equação do 2º grau. Entre os métodos mais conhecidos, será explorado o da composição de uma equação do 2º grau por meio da soma e do produto das raízes.

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

20 MINUTOS

Atividade • Venda semanal de Blu-ray player

Objetivo

Exercitar o cálculo mental numa gincana

Descrição da atividade

Convidamos seus alunos a brincarem de estimar. Em duplas, eles deverão completar uma tabela, realizando somas o mais rápido que puderem.

Como Jogar

Para jogar, serão necessárias duas duplas. Cada dupla utiliza uma tabela idêntica a que está reproduzida a seguir e que está disponível no encarte do aluno,

A	196 + 184 + 209	( ) Menos que 500	( ) Perto de 600	( ) Mais que 600
B	95 + 142 + 233	( ) Menos que 400	( ) Perto de 500	( ) Mais que 500
C	352 + 367 + 348	( ) Menos que 1200	( ) Perto de 1250	( ) Mais que 1300
D	37 + 156 + 308	( ) Menos que 500	( ) Perto de 550	( ) Mais que 600
E	26 + 18 + 37 + 21	( ) Menos que 80	( ) Perto de 100	( ) Mais que 120
F	42 + 38 + 42 + 34	( ) Menos que 160	( ) Perto de 200	( ) Mais que 240
G	85 + 62 + 43 + 21	( ) Menos que 200	( ) Perto de 210	( ) Mais que 220

Cada dupla assinala uma resposta o mais rápido que puder, tentando completar a tabela. Depois, as duplas trocam as tabelas entre si para verificar os resultados (usando a calculadora) e contar a quantidade de acertos da dupla adversária. Ganha a Dupla que conseguir um maior número de acertos. Em caso de empate, a primeira dupla que terminou de fazer as contas é a campeã.

Recursos Necessários

- Encarte do aluno
- Tabela ***Estimativas de somas***

Procedimentos Operacionais

- *A atividade foi programada para ser feita por duas duplas de alunos e, em cada dupla, um dos alunos faz o registro coletivo na tabela de cálculos. Essa tabela preenchida será trocada nas duplas, entre si, para que seja feita a correção dos cálculos com o uso da calculadora.*
- *Professor, observe a ordem em que as duplas terminaram a atividade para o caso de haver empates. Se achar mais seguro numere as duplas conforme eles forem terminando.*

- *Professor, a intenção desta primeira atividade é mostrar importância do desenvolvimento do cálculo mental nos alunos. O cálculo mental desenvolve nos alunos qualidades de ordem (pois permite a verificação das ordens de grandeza de alguns resultados e a rápida verificação de valores aproximados), de lógica, de reflexão e de memória contribuindo para a sua formação intelectual e fornecendo-lhes ferramentas para efetuarem cálculos simples sem recorrer a ajuda escrita e, deste modo, preparando-as para o dia a dia.*

- *Professor, consideramos ainda que é através do cálculo mental, que o aluno trabalha simultaneamente a memória e a concentração, desenvolvendo a memória dos números, o que a obriga a tomar um contato mais próximo com a individualidade de cada número, levando-a progressivamente a empregar, em numerosos casos, simplificações operatórias.*

- *Professor, o cálculo mental permite à ao aluno calcular livremente, sem restrições, permitindo-lhe desenvolver novas estratégias de cálculo ou usar números de referência e estratégias que já possui. Por exemplo: opera com números e não com dígitos; usa propriedades elementares das operações e relações numéricas; e permite o recurso a registros intermédios em papel.*

- *Além disso, o aluno deve identificar que para fazer contas mentalmente é necessário que conheça bem os fatos básicos (tabuada), já que o algoritmo não o ajuda obter resultados nesses casos. É importante valorizar as tentativas dos alunos para obter os resultados e incentivá-los a utilizar estratégias próprias.*

- *Professor, saber calcular mentalmente é uma habilidade básica, não só ao nível das aprendizagens escolares, mas também da vida quotidiana. Vale lembrar que o cálculo mental nos permite fazer estimativas que ajudam a identificar erros em contas, seja no ambiente escolar e com muito mais frequência em nossa vida cotidiana. Assim, é preciso repensar a importância do cálculo mental na vida de todos nós e perceber qual o papel da escola e dos professores no desenvolvimento desta habilidade.*

Segunda Etapa
Um novo olhar ...

20 MINUTOS

Matemática

Atividade • De São Paulo a Recife

Objetivo

Utilizar a estimativa numa situação-problema.

Descrição da atividade

Luciana, por ter sido a melhor vendedora de uma loja de aparelhos eletrônicos, foi promovida a supervisora e teve de viajar para conhecer as demais filiais dessa rede de lojas: viajou de São Paulo para Brasília. Seguiu depois para Salvador e, finalmente, de Salvador foi para Recife.

	SÃO PAULO	BRASÍLIA	SALVADOR	RECIFE
São Paulo	....	1015	2052	2716
Brasília	1015	....	1542	2223
Salvador	2052	1542	....	842
Recife	2716	2223	842	....

a. Mentalmente, estime quantos quilômetros Luciana viajou, aproximadamente.

Resposta

Resposta pessoal.

b. Faça os cálculos e determine quantos quilômetros ela viajou desde que saiu de São Paulo até chegar a Recife.

Resposta

1015 + 1542 + 842 = 3399 quilômetros.

c. **C**ompare a quantidade aproximada de quilômetros que você encontrou no item (a) com estes que você calculou no item (b). Como você avalia a sua estimativa?

Resposta

Resposta pessoal.

d. Invente uma questão com os dados da tabela. Troque com o colega que faz dupla com você e resolva a dele.

Resposta

Resposta pessoal.

Recursos Necessários

- Encarte do aluno

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita por dupla de alunos e o registro individual.

- *Professor, um dos primeiros passos para o desenvolvimento do cálculo mental é o exercício da estimativa. O aluno deverá ter a antevisão do resultado possível para determinado cálculo. Só com o exercício continuado de estimativas o aluno ganhará capacidade de avaliar os resultados que obtém.*

- *Neste sentido, espera-se que na letra (a) (**Mentalmente, estime quantos quilômetros Luciana viajou, aproximadamente**), o aluno encontre um valor aproximado de* **1000 + 1500 + 800 = 3300 km**.

- *Professor, a importância do cálculo mental torna-se evidente no dia a dia de cada um, quanto mais não seja, se pretendermos fazer compras ou efetuar as mais diversificadas relações entre grandezas e/ou equivalências que dispensam, por comodidade, o cálculo escrito. O próprio domínio do algoritmo é tanto mais fácil quanto maior for a capacidade de cálculo mental.*

- *Na letra (c) o aluno deve observar como "funcionou" a sua estimativa e ao mesmo tempo valorizar essa habilidade como um recurso prático de cálculo.*

- *Assim, é importante o aluno conferir a resposta da letra b (**Faça os cálculos e determine quantos quilômetros ela viajou desde que saiu de São Paulo até chegar à Recife**) com o que ele assinalou com relação a resposta da letra (a) (Mentalmente**, estime quantos quilômetros Luciana viajou, aproximadamente**).*

- *Professor, o uso de estimativas na resolução de problemas permite que os alunos usem seus conhecimentos matemáticos, estimulando-os a realizar antecipações e o cálculo mental.*

- *Professor, o aluno que traz a habilidade do cálculo mental torna-se uma pessoa eficiente e eficaz na resolução de situações problemas. Mas isso não é motivo para deixar de lado os cálculos, envolvendo algoritmos (escritos), pois devemos considerar os dois procedimentos essenciais para o desenvolvimento educacional do estudante.*

- *Professor, consideramos cálculo mental como um conjunto de procedimentos de cálculo que podem ser analisados e articulados diferentes por cada indivíduo para a obtenção mais adequada de resultados exatos ou aproximados, com ou sem o uso de lápis e papel. O cálculo mental permite maior flexibilidade de calcular, bem como maior segurança e consciência na realização e confirmação dos resultados esperados, tornando-se relevante na capacidade de enfrentar problemas. Tal desenvolvimento de estratégias pessoais para se calcular vai ao encontro das tendências recentes da psicologia do desenvolvimento cognitivo, que nos apontam para a importância de uma aprendizagem com significado e do desenvolvimento da autonomia do aluno. Neste sentido, propomos a letra (d) (**Invente uma questão com os dados da tabela. Troque com o colega que faz dupla com você e re-***

solva a dele) *a fim de contribuir para a construção dessa autonomia discente.*

Terceira Etapa
Fique por dentro!

Atividade: Preço da pipoca no cinema

Objetivo

Resolver problema, envolvendo o cálculo da soma e do produto das raízes sem resolver a equação.

Descrição da atividade

A matéria "**Lanchinho no cinema pode sair mais caro que o ingresso**" (**O Globo Economia de 11.05.12**) relata que a pipoquinha no cinema cresceu de tamanho e de preço e já chega a custar pelo menos o dobro do valor cobrado em lojas de conveniência, supermercados e lanchonetes do Rio de Janeiro. Em alguns casos, mesmo o pacote com menor preço e quantidade sai mais caro do que o ingresso de cinema. Também pesa mais no bolso o refrigerante, a bala, o confete de chocolate e fazer um "lanchinho" na frente da telona não sai por menos de R$ 13,00 (na promoção de pipoca e refrigerante) nas principais redes comerciais.

Disponível em: http://oglobo.globo.com/economia/lanchinho-no-cinema-pode-sair-mais-caro-que-ingresso-4869216#ixzz2KyES1LzJ

Fonte: http://www.sxc.hu/photo/513710

Enquanto Luciana foi visitar as filiais da loja de som e imagem, seu amigo Roberto foi ao cinema. O valor, em reais, do ingresso do cinema é representado pela ***soma*** das raízes da equação $\mathbf{x^2 - 9x + 20 = 0}$ enquanto que o "lanchinho" na frente da telona (na promoção de pipoca e refrigerante) é representado pelo ***produto*** das raízes da mesma equação.

Fonte: http://www.sxc.hu/photo/73527

a. Qual o valor do ingresso do cinema?

b. Qual o valor do “lanchinho” (na promoção de pipoca e refrigerante)?

Recursos Necessários

- Encarte do aluno

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.

Intervenção Pedagógica

- *Professor, procure motivar os alunos a utilizar o cálculo mental também na resolução de uma equação do 2º grau. Para isso, é importante que ele identifique os coeficientes numéricos a, b e c. e relacione o coeficiente b à soma das raízes e o coeficiente c ao produto entre as raízes. Desta forma, então, ele terá a lei de formação partindo da ideia da soma e do produto das raízes: $x^2 - Sx + P = 0$, sempre que o coeficiente numérico a for igual a 1. Neste caso temos:*

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

- *Professor, mostre ao aluno como determinar a raiz na equação do problema, apresentado na atividade, utilizando essa regra. Assim, ele*

Matemática

irá determinar as raízes da equação $x^2 - 9x + 20 = 0$.

- *Professor, nessa equação, as raízes são tais que, a soma precisa ser igual a 9 e o produto igual a 20. Basta descobrir os números que se encaixam nessa situação, indicando a resolução por meio de um cálculo mental.*

- *Professor, incentive o cálculo mental para resolução desta atividade:*

  Números em que a soma é igual a 9 e o produto é igual a 20 → $x = 5$ e $x = 4$.

  $5 + 4 = 9$ → preço do ingresso

  $5 * 4 = 20$ → preço do "lanchinho"

- *Professor, a forma fatorada de $x^2 - 9x + 20 = 0$ é dada por*

  $(x - x') * (x - x'')$,

  na qual:

  $(x - 5) * (x - 4)$.

- *Professor, observe outro exemplo.*

  Determinar as raízes da equação $x^2 - 6x - 27 = 0$

  Soma $= 9 - 3 = 6$

  Produto $= 9 * (-3) = 27$

  Forma fatorada $= (x - x') * (x - x'')$

  $= (x - 9) * (x + 3)$

  As raízes são $x' = 9$ e $x'' = -3$

- *Professor, deixe bem claro que uma equação do 2º grau pode ser resolvida mediante essas técnicas, mas em alguns casos, a melhor forma de obter as raízes é utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara, principalmente quando os resultados são frações e números na forma de radical.*

• • • • •

Quarta Etapa

Quiz

10 MINUTOS

Questão

(UERGS – 2005 – Matemática) - Sendo S a soma e P o produto das raízes da equação $2x^2 - 5x - 7 = 0$, pode-se afirmar que:

a. S − P = 6 .

b. S + P = 2 .

c. S · P = 4 .

d. S/P= 1

e. S < P .

Quinta Etapa

Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Matemática

Resposta

a. *S − P = 6.*

Nesta questão, o que nos interessa é identificar o valor da soma e do produto das raízes da equação $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

$$Soma(x' + x'') = -\frac{b}{a}$$

$$Produto(x' \cdot x'') = \frac{c}{a}$$

Soma (S) = - (-5) / 2 = 5/2

Produto (P) = -7/2

Logo: S – P = 5/2 - (-7/2) = 5/2 + 7/2 = 12/2 = **6**

Opção correta: Letra A) S − P = 6 .

Distratores:

O aluno que optou pela alternativa **(B) → S + P = 2**, *provavelmente não atentou para o valor de a (=2) e considerou Soma (S) = - 5 e Produto (P) = 7 encontrando: B) S + P = -5 +7 = 2.*

O aluno que escolheu a opção **(C) → S · P = 4**, *pode não ter conhecimento do conteúdo. Ao optar pela alternativa (c) pode ter sido por influência do enunciado.*

O aluno que optou pela alternativa **(D) Þ S/P= 1**, *pode não ter conhecimento do conteúdo.*

O aluno que escolheu a opção **(E) → S < P**, *provavelmente, além de não ter observado o valor de a (= 2), não atentou para o sinal da Soma (S) e do Produto e considerou Soma (S) = 5 e Produto (P) = 7 encontrando: E) S < P = 5 <7*

ETAPA FLEX

PARA SABER +

1. Aula 74 de matemática (ensino fundamental): deduzindo uma fórmula - novo telecurso

Nesta Aula, você vai conhecer e aplicar a equação do 2º grau no dia a dia.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fKEMS5QNJ7o

2. Produto E Soma, É Só Mentalizar

Quem nunca teve um professor que começava a cantar durante a aula? Mas não uma música qualquer, uma paródia de Matemática, Química ou Física. Na letra, fórmulas e regras para ajudar o estudante a entender o conteúdo que estão nos livros. Adorado pela maioria, o método permite assimilar a matéria com mais facilidade. Este vídeo, **Produto e Soma, é só mentalizar** aborda as relações entre raízes e coeficientes de uma equação quadrática.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Uc-RWi1Q7Ts

AGORA, É COM VOCÊ!

1. Encontre as raízes da equação do segundo grau $x^2 - 6x + 5 = 0$.

$$Soma(x' + x") = -\frac{b}{a}$$

$$Produto(x' \cdot x") = \frac{c}{a}$$

Resposta

*Podemos nos perguntar: "Quais são os dois números cuja soma é igual a **6** e cujo produto é igual a **5**?".*

Lembrar ao aluno que uma equação do 2º grau possui coeficientes numéricos a, b e c. O coeficiente b é relacionado à soma das raízes e o coeficiente c ao produto *entre as raízes. Então, temos a seguinte lei de formação partindo da ideia da soma e do produto das raízes:* **$x^2 – Sx + P = 0$**.

Sem qualquer esforço podemos chegar a **1** *e* **5**.

Portanto **1** *e* **5** *são as raízes da equação* **$x^2 - 6x + 5 = 0$**.

• • • • •

2. Encontre as raízes da equação do segundo grau **$x^2 + 2x - 8 = 0$**.

$$Soma(x'+x")=-\frac{b}{a}$$

$$Produto(x'\cdot x")=\frac{c}{a}$$

Resposta

Podemos nos perguntar: "Quais são os dois números cuja soma é igual a -2 e cujo produto é igual -8?".

Lembrar ao aluno que uma equação do 2º grau possui coeficientes numéricos a, b e c. O coeficiente b é relacionado à soma das raízes e o coeficiente c ao produto entre as raízes. Então, temos a seguinte lei de formação partindo da ideia da soma e do produto das raízes: **$x^2 – Sx + P = 0$**.

Neste caso, com um pouquinho mais de esforço, já que há o envolvimento de números negativos, chegamos a -4 e2, pois -4 + 2 = -2 e -4 . 2 = -8.

Portanto -4 e 2 são as raízes da equação x2 + 2x - 8 = 0.

• • • • •

3. Encontre as raízes da equação do segundo grau **$4x^2 - 12x + 8 = 0$**.

$$Soma(x'+x")=-\frac{b}{a}$$

$$Produto(x'\cdot x")=\frac{c}{a}$$

Resposta

Neste outro exemplo, temos uma situação um pouco diferente. Note que nos casos anteriores, o coeficiente **a** *era sempre igual a* **1**, *o que simplificava a utilização deste artifício, mas neste caso ele é igual a* **4**.

Podemos então nos perguntar: "Quais são os dois números cuja soma é igual a ***3*** *(pois 12/4 = 3) e cujo produto é igual* ***2*** *(pois 8/4 = 2)?".*

Lembrar ao aluno que uma equação do 2º grau possui coeficientes numéricos a, b e c. O coeficiente b é relacionado à soma das raízes e o coeficiente c ao produto entre as raízes. Então, temos a seguinte lei de formação partindo da ideia da soma e do produto das raízes: $x^2 - Sx + P = 0$.

Facilmente chegamos a 1 e 2, pois 1 + 2 = 3 e 1 . 2 = 2.

Portanto 1 e 2 são as raízes da equação 4x2 - 12x + 8 = 0.

• • • • •

4. Quais as raízes da equação $\mathbf{x^2 + 4x + 12 = 0}$.

Fonte: http://www.sxc.hu/photo/1159639

Resposta

Veja que por mais que você se esforce em descobrir quais são os números que somados totalizam -4 e que multiplicados dão 12, jamais conseguirá encontrá-los dentre os números reais, simplesmente porque eles não existem.

Sabe por quê?

O cálculo do valor do discriminante é muito importante, pois através deste valor podemos determinar o número de raízes de uma equação do segundo grau.

O discriminante é representado pela letra grega **Δ** *e equivale à expressão*

$\mathbf{b^2 - 4ac}$, *isto é:* $\mathbf{\Delta = b^2 - 4ac}$.

Nesta questão, o discriminante é menor que zero e, caso $\Delta < 0$**, a equação não tem raízes reais.**

Como $\mathbf{\Delta = -32}$, *isto é, como o discriminante da equação é negativo, a mesma não possui raízes reais.*

Portanto a equação $\mathbf{x^2 + 4x + 12 = 0}$ *não possui raízes reais.*

• • • • •

Professor