Reforço escolar • Matemática •

Professor

Construção na orla marítima

Dinâmica 4

9º Ano | 2º Bimestre

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º do Ensino Fundamental	Algébrico Simbólico	Equação do 2º. Grau

DINÂMICA	Construção na orla marítima
HABILIDADE BÁSICA	H44 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais
HABILIDADE PRINCIPAL	H47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).
CURRÍCULO MÍNIMO	Compor uma equação do 2º grau, conhecidas suas raízes.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Quebra-cabeça quadrado	de 15 a 20 min	Dupla de alunos	Individual
2	Um novo olhar...	Apartamentos na Orla Marítima	de 15 a 20 min	Dupla de alunos	Individual
3	Fique por dentro!	O Terreno na Orla Marítima	de 25 a 35 min	Dupla de alunos	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor, se tiver dúvidas.			

Apresentação

Muitos alunos apresentam dificuldades na manipulação de expressões simbólicas, tais como as identidades algébricas, a adição e o produto de dois binômios ou mesmo a técnica de determinação de incógnitas para a resolução da equação quadrática sem o uso da fórmula de Bháskara. Nesta dinâmica, são revisadas operações com monômios e polinômios nas duas primeiras etapas e, na 3ª etapa, a ideia é compor uma equação do 2º grau, conhecidas suas raízes. Como nas demais dinâmicas, você irá administrar o tempo de duração de cada atividade, de acordo com a solicitação e necessidades de seus alunos.

Primeira Etapa

Compartilhar ideias

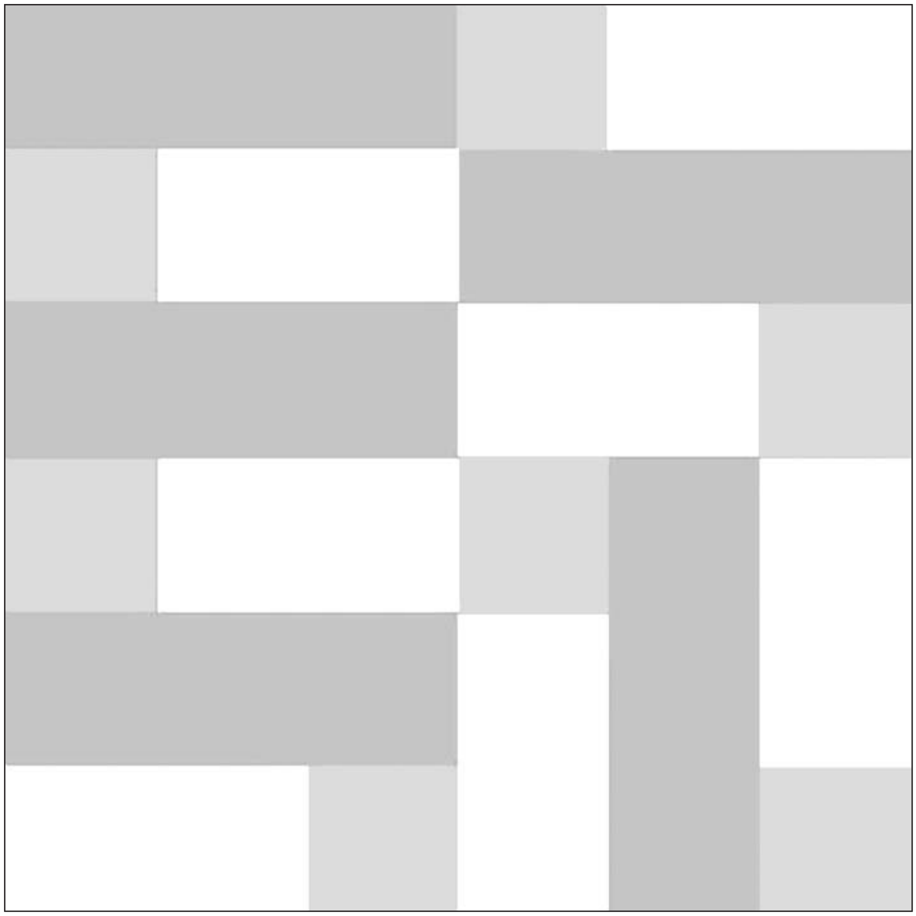
Atividade · Quebra-cabeça quadrado

Objetivo

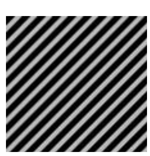
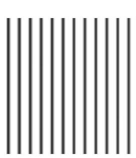
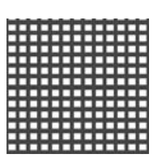
Explorar operações com monômios

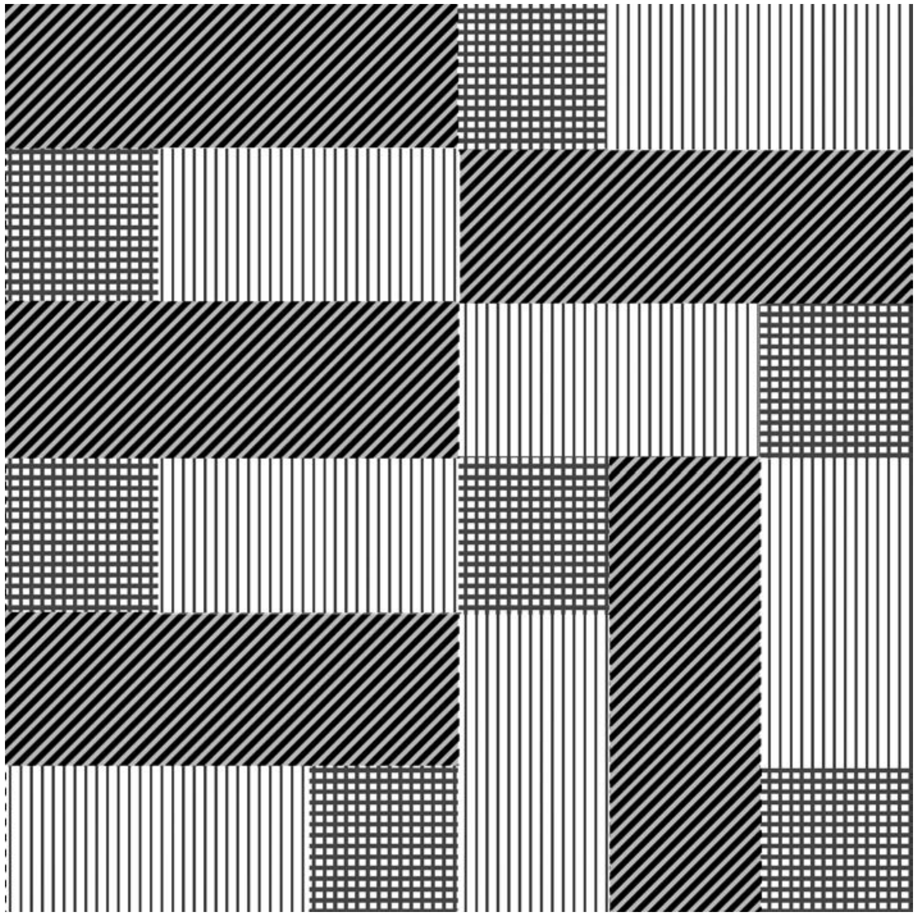
Descrição da atividade

Observe o quebra-cabeça com formato de um quadrado. Ele é composto de peças retangulares e quadradas.



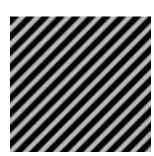
a. Neste quebra-cabeça existem três tipos de peças. Pinte-as da seguinte forma:

- de  as peças de x cm de largura por 3x cm de comprimento;
- de  as peças de x cm de largura por 2x cm de comprimento;
- e de  as peças de x cm de largura por x cm de comprimento.

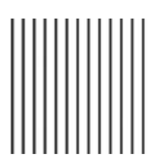


b. Escreva o monômio que represente:

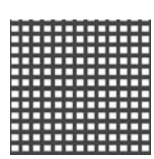
- a área da peça:



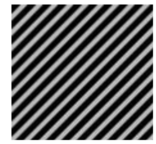
$3x^2$



$2x^2$

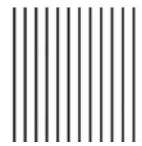


x^2

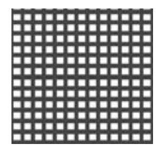


$8x$

- o perímetro da peça:



$6x$



$4x$

- a área total do quebra-cabeça: ______$(6x)(6x) = 36x^2$________________

c. Se $x = 3$ cm, calcule a área do quebra-cabeça. _____$36(3)^2 = 324\ cm^2$__________

Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita em duplas e o registro individual.

• • • • •

Intervenção Pedagógica

- *Professor, é interessante destacar a proporcionalidade entre os lados dos três tipos de retângulos presentes na atividade, pois a largura das peças é "x" enquanto que para o comprimento temos, além de x, 2x e 3x;*
- *Professor, para esta atividade talvez seja necessário, recordar que um monômio é uma expressão algébrica racional inteira que representa um produto de números reais.*

Em um monômio distinguimos duas partes:

1. *Um parte numérica (constante) que também é chamada de coeficiente .*
2. *Uma parte literal (variável)*

- *Professor, para o item* **(a)** *sobre a medida da área de cada peça, talvez seja necessário, recordar que no produto de dois monômios, basta multiplicarmos coeficiente com coeficiente e parte literal com parte literal. E quando multiplicamos as partes literais devemos usar a propriedade da potencia que diz para conservar a base e somar os expoentes.*
- *Professor, para o item* **(b)** *quando se trabalha com o perímetro da peça, talvez seja necessário recordar que na adição e subtração de monômios eliminam-se os parênteses e reduzem-se os termos semelhantes.*

Segunda Etapa

Um novo olhar...

Atividade • Apartamentos na Orla Marítima

Objetivo

Explorar operações com polinômios.

Descrição da atividade

Vamos iniciar com uma leitura atenta de matéria sobre a verticalização desordenada na orla marítima em Balneário Camboriú (SC)

COM PRÉDIOS ALTOS NA ORLA, PRAIA CATARINENSE “PERDE” 6H DE SOL

O aumento na construção de prédios altos da orla marítima em Balneário Camboriú (SC) nos últimos anos criou uma situação desconfortável para os banhistas que procuram o destino turístico: os edifícios fazem sombra na praia a partir das 14h, “roubando” até 6h de sol. Com isso, eles decidem deixar o local, ou procurar trechos ainda ensolarados. De acordo com a publicação, a construção desses espigões - que começaram a surgir na década de 80 – foi a de não abrigar um prédio junto ao outro, acabando com a ventilação na orla. E para compensar perdas com trechos vazios, investiu-se em prédios altos, com mais apartamentos. A prefeitura afirmou ao jornal que não há limite de altura para os prédios na orla, e que não adiantaria colocar um limite agora, já que restam poucos terrenos disponíveis.

Disponível em: http://noticias.terra.com.br/brasil/cidades/com-predios-altos-na-orla-praia-catarinense-quotperdequot-6h-de-sol,1b88af17b94fa310VgnCLD200000bbcceb0aRCRD.html

Fonte: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Balneario_Camboriu_Santa_Catarina_2008_250.jpg

A partir da leitura considere a seguinte situação problema:

Numa praia do Balneário Camboriú (SC), uma construtora planeja construir dois edícios: o Verde Mar e o Mar Azul.

O Verde Mar terá os apartamentos em 9 andares, além do apartamento do zelador, no piso térreo. Já o Mar Azul terá só 6 andares, mas com 4 apartamentos a mais por andar, além ao apartamento do zelador, também no térreo.

Fonte: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Skyscraper_in_Balne%C3%A1rio_Cambori%C3%BA_-_1.jpg

Se o Verde Mar tiver ***x*** apartamentos por andar, responda às questões abaixo:

a. Qual a expressão algébrica do nº de apartamentos do edifício Verde Mar, incluindo o do zelador?

Resposta

9x + 1

b. Qual a expressão algébrica do nº de apartamentos do edifício Mar Azul, incluindo o do zelador?

Resposta

6x + 25

c. Qual a expressão algébrica do número total de apartamentos que serão construídos, incluindo os dos zeladores, considerando os dois prédios?

Resposta

9x + 1 + 6x + 25 → 15x + 26

d. Se x = 4, qual a quantidade de apartamentos que serão construídos, incluindo os dos zeladores, considerando os dois prédios?

Resposta

15x + 26 → 15. 4 + 26 → 60 + 26 → 86 apartamentos

Professor

e. Qual o valor de x para que os dois prédios tenham o mesmo número de apartamentos?

Resposta

$9x + 1 = 6x + 25 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$ apartamentos

f. Considerando o item anterior, quantos apartamentos teria cada edifício?

Resposta

Verde Mar → $9x + 1$ → $9 . 8 + 1$ → 73 apartamentos

Mar Azul → $6x + 2$ → $6 . 8 + 25$ → 73 apartamentos

Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita em duplas e o registro individual.

Intervenção Pedagógica

- *Professor, destacar a importância dos polinômios dentro da matemática e demais áreas. Seu estudo aborda as operações aritméticas desse conceito, assim como as propriedades desse elemento matemático.*
- *Professor, mostrar aos alunos que os polinômios, a priori, formam um plano conceitual importante na álgebra, entretanto possuem também uma relevante importância na geometria, quando se deseja calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.*

- *Professor, reforce junto aos alunos que a definição de polinômio abrange diversas áreas, pois podemos ter polinômios com apenas um termo na expressão algébrica, como por exemplo: 2x, y, 4z, 2, 5, etc. Mas podemos possuir polinômios com uma infinidade de termos. Por exemplo:*

  $P(x)=a_{n\,x}^{\;n}+a_{(n-1)\,x}^{\;(n-1)}+...+a_{2\,x}^{\;2}+a_{1\,x+a0}$

- *Professor, talvez seja necessário, recordar que nas situações envolvendo cálculos algébricos, é de extrema importância a aplicação de regras nas operações entre os monômios. O professor poderá utilizar-se de outros polinômios, como por exemplo,*

***$-2x^2 + 5x - 2$** e **$-3x^3 + 2x - 1$** e efetuar a adição e a subtração entre eles.*

Adição

$(-2x^2 + 5x - 2) + (-3x^3 + 2x - 1)$ → *eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal*

$-2x^2 + 5x - 2 - 3x^3 + 2x - 1$ → reduzir os termos semelhantes

$-2x^2 + 7x - 3x^3 - 3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência

$-3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$

Subtração

$(-2x^2 + 5x - 2) - (-3x^3 + 2x - 1)$ → *eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal*

$-2x^2 + 5x - 2 + 3x^3 - 2x + 1$ → reduzir os termos semelhantes

$-2x^2 + 3x - 1 + 3x^3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência

$3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

Terceira Etapa
Fique por dentro!

35 minutos

Atividade • O Terreno na Orla Marítima

Objetivo

Explorar a multiplicação de polinômios

Professor

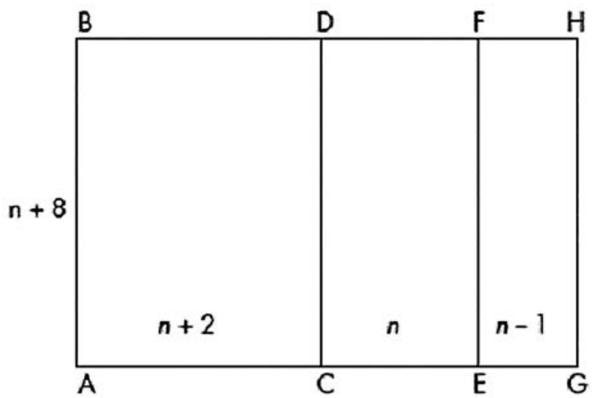
Descrição da atividade

Nesta atividade, vamos considerar o terreno onde serão construídos os dois edifícios, o Verde Mar e o Mar Azul, na orla marítma do Balneário Camboriú (SC) juntamente com a área de lazer.

Retângulo ABDC → Edifício Verde Mar

Retângulo CDFE → Edifício Mar Azul

Retângulo EFHG → Área de Lazer



I. Expresse a área de cada retângulo deste diagrama como o produto de seu comprimento por sua largura e como um trinômio em termos de n.

a. Retângulo ABDC (_____) . (_____)=__________________ = _____________

b. Retângulo CDFE (_____) . (_____)=__________________ = _____________

c. Retângulo EFHG (_____) . (_____)=__________________ = _____________

Resposta

a. *Retângulo ABDC* $(n + 8) . (n + 2)= n^2 + 10n + 16$

b. *Retângulo CDFE* $(n + 8) . (n)= n^2 + 8n$

c. *Retângulo EFHG* $(n + 8) . (n - 1)= n^2 + 7n - 8$

• • • • •

II. Considerando que o terreno foi dividido na forma descrita anteriormente que o valor de n = 100 m, qual a área destinada para cada parte do terreno:

Retângulo ABDC → Edifício Verde Mar →

Retângulo CDFE → Edifício Mar Azul →

Retângulo EFHG → Área de Lazer →

Resposta

Retângulo ABDC	→	*Edifício Verde Mar*	→	$n^2 + 10n + 16$	→	*11016 m²*
Retângulo CDFE	→	*Edifício Mar Azul*	→	$n^2 + 8n$	→	*10800 m²*
Retângulo EFHG	→	*Área de Lazer*	→	$n^2 + 7n - 8$	→	*10692 m²*

III. Numa parte da área de lazer (**Retângulo EFHG**) será construída a piscina do condomínio conforme maquete abaixo.

Disponível em: http://4.bp.blogspot.com/_zDxhOr9xFA4/TAjieY4sQgI/AAAAAAAAABM/BPUuq_vpHkg/s1600/piscina.jpg

A equação do 2º grau que representa a área do terreno onde será construída a piscina do condomínio apresenta as raízes $x_1 = 8$ e $x_2 = -3$.

Componha a equação do 2º grau cujas raízes são $x_1 = 8$ e $x_2 = -3$

Resposta

A soma das raízes corresponde a:

$S = x_1 + x_2 = -3 + 8 = \mathbf{5}$

O produto das raízes corresponde a:

$P = x_1 \cdot x_2 = (-3) \cdot 8 = \mathbf{-24}$

A equação do 2º grau é dada por $x^2 - Sx + P = 0$*, onde* $S=\mathbf{5}$ *e* $P= \mathbf{-24}$.

Logo, $\mathbf{x^2 - 5x - 24} = 0$ *é a equação procurada, ou seja, a equação que representa a a área do terreno onde será construída a piscina do condomínio.*

Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita dupla de alunos e o registro individual.

• • • • •

Intervenção Pedagógica

Professor, talvez seja necessário, recordar que nas situações envolvendo cálculos algébricos, é de extrema importância a aplicação de regras nas operações entre os monômios. Para os itens I e II desta 3ª etapa, o professor poderá utilizar-se de outros polinômios, como por exemplo**, $(5x^3 + 8x^2 – x) * (3x^2)$**, ou ainda, **$(x^2 + 2x - 6) * (x – 1)$**.

a. ***$(5x^3 + 8x^2 – x) * (3x^2)$***→ *aplicar a propriedade distributiva da multiplicação*

$15x^5 + 24x^4 – 3x^3$

b. ***$(x^2 + 2x - 6) * (x – 1)$***

$x^2 * (x – 1) + 2x * (x – 1) – 6 * (x – 1)$

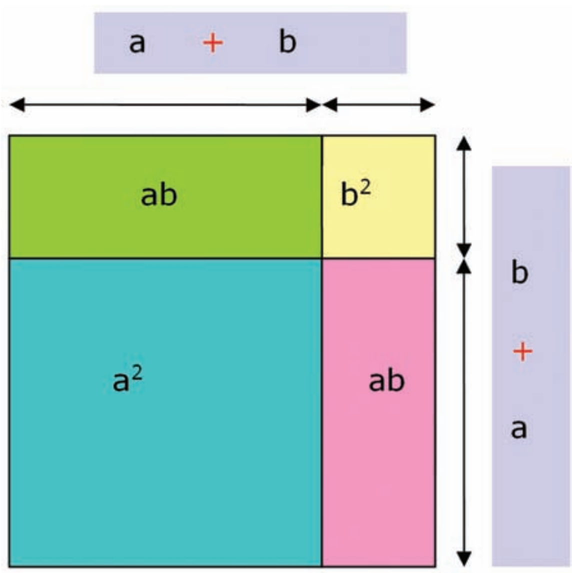
$(x^3 – x^2) + (2x^2 – 2x) – (6x – 6)$

$x^3 – x^2 + 2x^2 – 2x – 6x + 6$ → reduzindo os termos semelhantes.

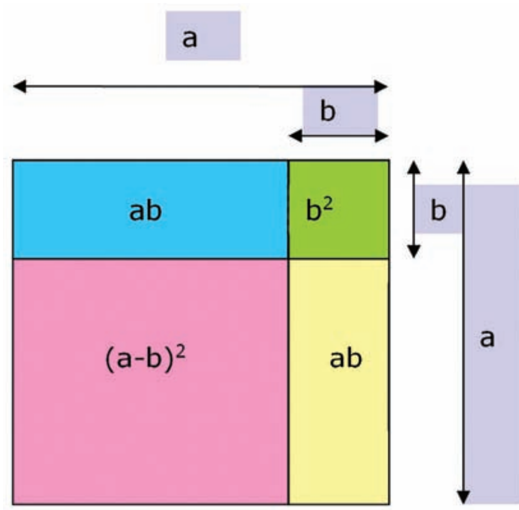
$x^3 + x^2 – 8x + 6$

- *Professor, é importante lembrar, neste momento, dois casos notáveis da multiplicação de polinômios:*

Caso 1: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$



Caso 2: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$



- *Professor, para o item III, talvez seja necessário recordar a composição de uma equação do 2º grau, conhecidas as raízes:*

Considere a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Dividindo todos os termos por a $(a \neq 0)$, *obtemos:*

$$\frac{\cancel{a}x^2}{\cancel{a}} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Como $-\frac{b}{a} = S$ e $\frac{c}{a} = P$, *podemos escrever a equação desta maneira.*

$$\boxed{x^2 - Sx + P = 0}$$

Chamemos de **S** *a soma das raízes (* $S = x_1 + x_2$ *) e de* **P** *o seu produto (* $P = x_1 \cdot x_2$ *). Substituindo na equação temos:*

Portanto a equação $x^2 - Sx + P = 0$, *onde os coeficientes* **S** *e* **P** *representam respectivamente a* **soma** *e o* **produto***das raízes, nos permite reconstruir a equação que possui estas raízes.*

Quarta Etapa

Quiz

10 MINUTOS

Questão

Determinar uma equação do 2º grau cujas raízes sejam os números 2 e 7.

a. $x^2 - 9x + 14 = 0$

b. $x^2 + 9x + 14 = 0$

c. $x^2 - 14x + 9 = 0$

d. $x^2 + 14x + 9 = 0$

e. $x^2 - 5x + 14 = 0$

Quinta Etapa

Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

a. ***$x^2 - 9x + 14 = 0$***

Tendo as raízes, podemos determinar:

$S = 2 + 7 = 9$ e $P = 2 \cdot 7 = 14$

Com esses valores, podemos montar a equação:

$\boxed{x^2 - 9x + 14 = 0}$ *que é uma das equações do 2º grau cujas raízes são 2 e 7.*

Distratores:

- *O aluno que optou pela alternativa (B) $\rightarrow x^2 + 9x + 14 = 0$, provavelmente não atentou que a equação x^2* **-** *Sx* **+ P = 0***, onde os coeficientes S e P representam respectivamente a soma e o produto das raízes é x^2* **-** *Sx* **+ P = 0 e***, indevidamente usou x^2* **+** *Sx* **+ P = 0;**

- *O aluno que escolheu a opção (C) $\rightarrow x^2 - 14x + 9 = 0$, provavelmente não atentou que a equação x^2* **-** *Sx* **+ P = 0***, onde os coeficientes S e P representam respectivamente a soma e o produto das raízes é x^2* **-** *Sx* **+ P = 0 e***, indevidamente usou x^2 - Px* **+** *S* **= 0;**

- *O aluno que optou pela alternativa (D) $\rightarrow x^2 + 14x + 9 = 0$, provavelmente não atentou que a equação x^2* **-** *Sx* **+ P = 0***, onde os coeficientes S e P representam respectivamente a soma e o produto das raízes é x^2* **-** *Sx* **+ P = 0 e***, indevidamente usou x^2* **+***Px* **+ S = 0;**

- *O aluno que escolheu a opção (E) $\rightarrow x^2 - 5x + 14 = 0$, provavelmente, em vez de calcular a soma $2 + 7 = 9$, fez a diferença, $7 - 2 = 5$.*

• • • • •

Etapa Flex

Para saber +

Produto de Polinômios - Matemática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Aula 71 (1 de 2)

Nesta aula, você verá que elevar um binômio ao quadrado é a mesma coisa que multiplicar o binômio por ele mesmo. Esta operação dará origem a dois conhecidos produtos notáveis.

- Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=jrVmivuut_A

Produto de Polinômios - Matemática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Aula 71 (2 de 2)

Nesta aula, você verá que elevar a multiplicação da soma pela diferença de dois binômios dará origem a um conhecido produto notável.

- Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=lsv6DVpR2HY

Agora, é com você!

FATORE OS POLINÔMIOS:

a. $x^2 + 8x + 15$

Resposta

Observando o produto e seus sinais, assim como a soma (S), encontram-se as raízes. O processo é de busca.

$$\begin{cases} Produto = 15 \rightarrow (15 \times 1);(3 \times 5) \\ Soma = -8 \end{cases} \Rightarrow a = -3; b = -5 \Rightarrow x^2 + 8x + 15 = (x+3).(x+5)$$

• • • • •

b. $x^2 + 14x + 40$

Resposta

Observando o produto e seus sinais, assim como a soma (S), encontram-se as raízes. O processo é de busca.

$$\begin{cases} Produto = 40 \rightarrow (5 \times 8);(4 \times 10);(2 \times 20);(40 \times 1) \\ Soma = -14 \end{cases} \Rightarrow a = -4; b = -10 \Rightarrow x^2 + 14x + 40 = (x+4).(x+10)$$

• • • • •

c. $x^2 - 3x - 28$

Resposta

Observando o produto e seus sinais, assim como a soma (S), encontram-se as raízes. O processo é de busca. **Se o produto (P) é negativo então as raízes tem os sinais opostos.**

$$\begin{cases} Produto = -28 \rightarrow (-)(2 \times 14);(4 \times 7);(28 \times 1) \\ Soma = +3 \end{cases} \Rightarrow a = 7; b = -4 \Rightarrow x^2 - 3x - 28 = (x-7).(x+4)$$

OBS: *Repare neste caso que qualquer um dos fatores poderia ser negativo, mas como a soma foi negativa, pela regra de sinais, houve uma subtração e o resto ficou com o sinal do maior número.*

• • • • •

d. $x^2 - 13x + 42$

Resposta

Solução: Observando o produto e seus sinais, assim como a soma (S), encontram-se as raízes. O processo é de busca.

$$\begin{cases} Produto = 42 \to (1\times 42);(2\times 21);(3\times 14);(6\times 7) \\ Soma = +13 \end{cases} \Rightarrow a = 6; b = 7 \Rightarrow x^2 - 13x + 42 = (x-6).(x-7)$$

OBS: Repare neste caso que os fatores poderiam ser negativos ou positivos (mesmo sinal), mas como a soma foi negativa, pela regra de sinais, houve uma adição e o resto manteve com o sinal de ambos (-).

• • • • •

2. Determine as raízes dos polinômios e escreva-os na forma fatorada:

a. $P(x) = 3x^2 + 9x + 6$

Resposta

$$3x^2 + 9x + 6 = 0 \to (\div 3) \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1).(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$P(x) = 3(x+1)(x+2)$$

• • • • •

b. $P(x) = 2x^2 + 3x - 2$

Resposta

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-3+5}{4} = \dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{-3-5}{4} = -2 \end{cases}$$

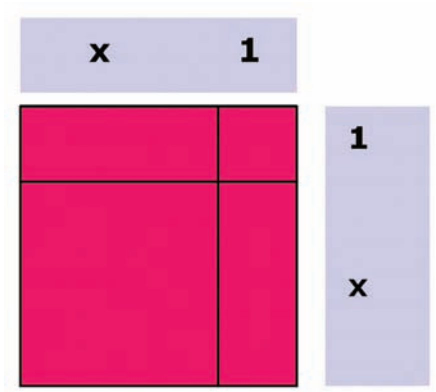
$$P(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right).(x+2)$$

• • • • •

Professor

3. Escreva uma expressão simplificada que represente a área de cada figura:

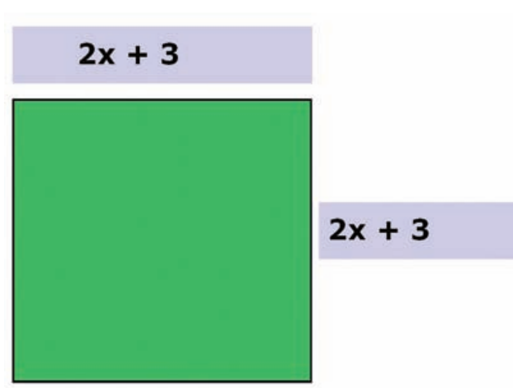
a.



Resposta

$(x + 1) . (x + 1) = x^2 + 2x + 1$

b.



Resposta

$(2x + 3) . (2x + 3) = 4x^2 + 12x + 9$