Reforço escolar · Matemática ·

Jogando e sentindo emoções...

Dinâmica 5

9º Ano | 2º Bimestre

Aluno

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º do Ensino Fundamental	Algébrico Simbólico	Equação do 2º. Grau

Primeira Etapa

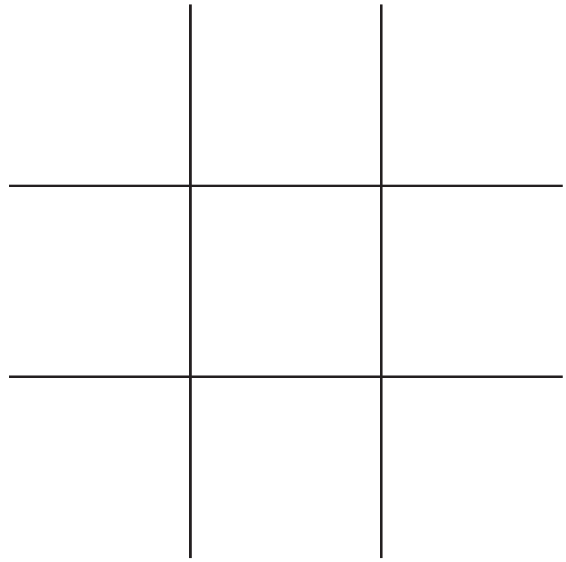
Compartilhar ideias

Atividade · Jogo da velha

Seu Jonas e Seu Elias precisam fazer uma série de cálculos por conta de uma reforma na casa de um deles. No entanto, eles gostam muito do Jogo da Velha, então...

Que tal um joguinho enquanto a reforma ainda não começou?

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj



Regras do jogo:

São 2 duplas a jogar e o 5º aluno fica como juiz. Cada dupla recebe 5 fichas brancas com o símbolo **O** ou **X**, à escolha das duplas ou por sorteio de par ou ímpar. As fichas verdes ficam num monte com o verso para cima e as fichas azuis ficam expostas com a escrita visível.

A primeira dupla compra uma das fichas verdes (do monte) e deve escolher uma ficha azul que tenha uma expressão algébrica equivalente à expressão da ficha verde. Se acertar, o juiz autoriza a colocação da ficha branca, com o sinal da dupla, numa casa do jogo da velha. Se errar, devolve a ficha azul, recoloca a ficha verde em baixo do monte e passa a vez.

A segunda dupla repete o processo e assim por diante.

Vence a dupla que conseguir completar 3 casas sucessivas, em diagonal ou numa linha vertical ou horizontal.

Segunda Etapa

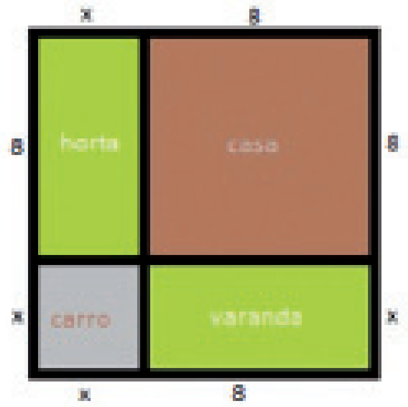
Um novo olhar...

Atividade • Reconhecendo o chão em que pisa!

Vamos agora ajudar Seu Jonas com o problema da reforma de sua casa?. Veja se você pode ajudá-lo! Ele é muito desconfiado e não vai aceitar fórmulas prontas. É do tipo que quer "ver para crer"!

A figura a seguir é o terreno de Seu Jonas que tem o formato de um quadrado e está dividido *em quatro partes. Seu Jonas conhece a área total do terreno e as dimensões do terreno que sua casa ocupa. Mas não sabe o tamanho do terreno destinado* à *garagem. Ele precisa se planejar para fazer reformas em sua propriedade, por isso, ele quer escrever uma expressão que descreva esse pedaço. Seu Jonas sabe calcular as áreas de quadrados e retângulos, será que ele pode usar esse conhecimento para montar essa expressão?*

Observe a figura e dê sua opinião!



Agora, veja o que fez o Seu Jonas.

Ele decidiu calcular as áreas dos retângulos e dos quadrados separadamente e depois somar todas as áreas. Ajude Seu Jonas a responder às perguntas:

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a casa de Seu Jonas?

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a garagem de Seu Jonas?

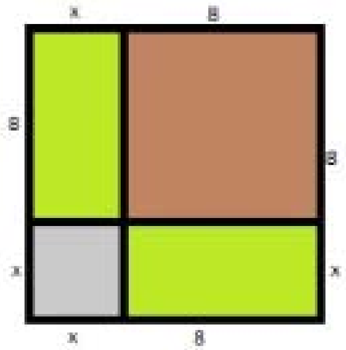
Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a horta de Seu Jonas?

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a varanda de Seu Jonas?

Qual a soma de todas essas áreas?

Essa foi a maneira que Seu Jonas encontrou para fazer a equação, mas seu amigo, Seu Elias, foi direto ao assunto e calculou a área do terreno todo a partir da expressão do seu lado. Qual é essa expressão?

Matemática



Qual a conclusão a que pode chegar o Seu Jonas, comparando essas duas maneiras de calcular a área desse terreno?

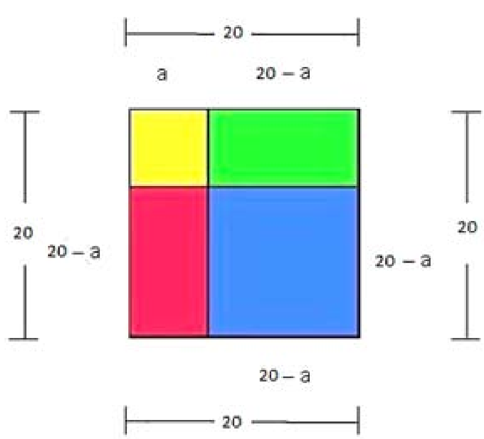
Seu Jonas ficou feliz com os cálculos que fez e resolveu ajudar Seu Elias a fazer o mesmo. Tanto o terreno do Seu Jonas quanto o terreno do Seu Elias têm o mesmo formato, são, porém, de tamanhos diferentes.

Seu Elias sabia que seu terreno era um quadrado medindo 20 m de lado e propôs uma situação diferente. Ele gostaria de calcular a área do quadrado de lado 20 – a formado quando ele separou, no outro canto, um quadrado de lado a como na figura a seguir.

Mas como será que os dois farão isso?

Vamos ajudar?

Observe a figura com as dimensões do terreno.



Aluno

Desta vez, eles somaram as áreas dos quadrados e retângulos em que o terreno foi dividido, igualaram à área do terreno todo e obtiveram uma expressão para $(20 - a)^2$. Você pode descobrir qual a expressão a que eles chegaram, repetindo esse processo?

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Recordando o professor do 9º ano.

Descrição da Atividade:

Um diálogo entre o "Seu" Jonas e "Seu" Elias sobre o professor de Matemática do 9º ano, traz as recordações de equações algébricas de grau mais alto e que podem ser resolvidas por meio da fórmula para equações do 2º grau.

Entusiasmados com o trabalho que uniu Álgebra e Geometria, na medida dos terrenos, "Seu" Jonas e "Seu" Elias se esqueceram dos problemas das reformas e ficaram conversando sobre o mestre que lhes ensinou Matemática na 9ª série. Foi mais ou menos este o diálogo entre eles:

Jonas: Ah! Eu me lembro do professor que nos ensinou a resolver equações do 1º e do 2º grau. Se não me engano são só essas que podem ser resolvidas por fórmulas algébricas.

Elias: Ah! Então você se esqueceu daquelas fórmulas cheias de radicais para a resolução das equações do 3º e do 4º grau?

Jonas: Isso mesmo, mas nós nunca usamos estas fórmulas em provas. Ele mostrou só por curiosidade. Mas agora me lembro. São as equações do 5º grau ou de grau maior que não podem ser resolvidas por uma fórmula desse tipo que se aplique a qualquer equação desse grau. Estou certo?

Elias: Isso mesmo. Mas você deve se lembrar que há casos particulares de equações de grau mais alto que podem ser resolvidas, pois, por algum tipo de macete sua resolução fica reduzida à resolução de equações do 2º grau.

Jonas: É verdade, mas eu me esqueci completamente desse assunto. Você se lembra de algum exemplo?

Elias: Por exemplo, uma equação do 4º grau que só apresente expoentes pares é um tal exemplo. Veja, a equação:

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

pode ser vista como uma equação do 2º grau em x^2. Basta você fazer a substituição de x por $y = x^2$ na equação e vai encontrar uma equação do 2º grau em y. E esta você sabe resolver.

Questão:

Você e seus colegas de grupo vão agora conferir se o "Seu" Elias está certo e se é possível encontrar a solução dessa equação do 4º grau.

Veja como fica a equação em y, completando a tabela a seguir:

EXPRESSÕES EM X	EXPRESSÕES EM Y
x^2	Y
$x^4 = x^2 \times x^2$	
$x^4 - 5x^2 + 4$	

Você e seus colegas vão resolver esta equação pelo processo que escolherem.

Ora, vocês acabam de achar valores para y, mas a equação dada é em x, logo os valores que interessam são os valores de x. Como você pode encontrar estes valores? Quais são eles?

"Seu" Jonas ficou interessado e continuou a conversa:

Jonas: Então se a equação for do 4º grau, devo encontrar 4 soluções?

Elias: Num certo sentido, sim, mas nem todas serão diferentes umas das outras e há ainda soluções que não são reais e o Professor nos avisou que iríamos aprender outro tipo de números no ensino médio. Eram os números complexos. Mas no 9º ano, ficamos mesmo só com as raízes reais que, nem sempre, são em número de 4. Vou dar mais um exemplo em que você poderá entender um pouco mais o que acontece. Tente resolver por este mesmo processo a equação:

$x^4 + 8x^2 - 9 = 0.$

Tente você também com seus colegas de grupo.

EXPRESSÕES EM X	EXPRESSÕES EM Y
x^2	Y
$x^4 = x^2 \times x^2$	
$x^4 - 5x^2 + 4$	

Quarta Etapa

Quiz

Questão:

A soma das raízes negativas da equação

$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ é igual a:

a. -4 ;

b. -2

c. -1

d. 0

e. 3

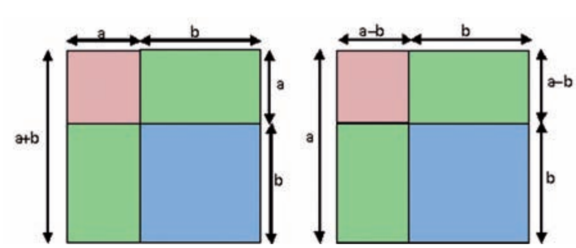
Matemática

Quinta Etapa:
Análise das Respostas ao Quiz

Etapa Flex
Para saber +

O caso focalizado nesta dinâmica, para verificar o desenvolvimento do quadrado da soma ou da diferença de dois termos, usou situações bem particulares.

Acontece que você pode repetir estes mesmos raciocínios para outras medidas e observar que esta regra é mais geral. As figuras a seguir são análogas àquelas estudadas na segunda etapa e podem ser tratadas também de modo análogo:



Aluno

A 1ª figura é um quadrado de lado a + b, formado por um quadrado de lado a, um quadrado de lado b e dois retângulos de lados a e b. A 2ª figura é um quadrado de lado a, formado por um quadrado de lado b, um quadrado de lado a – b e dois retângulos de lados b e a – b. Nessa ilustração geométrica dessas regras, temos que considerar a e b positivos nas duas figuras e, na 2ª figura, tem-se também que b < a. A regra para o quadrado da soma ou da diferença, entretanto, vale para qualquer par de números reais a e b.

Para o aluno que tenha preferência por raciocínios algébricos, o desenvolvimento do produto pode ser mais convincente, além de ser válido para quaisquer números reais a, b:

$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$ e

$$\begin{array}{c} a + b \\ \times\, a + b \\ \hline a^2 + ab \\ ba + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

E, analogamente, para $(a - b)^2$.

Sobre as equações redutíveis a equações do 2º grau, além das já citadas equações biquadradas e equações de grau par 2n da forma:

$a\,x^{2n} + b\,x^n + c = 0$

podem ser citadas particulares equações irracionais como, por exemplo:

$x - 4 = 1 + \sqrt{x + 1}$,

que se reduz a uma equação do 2º grau quando se subtrai 1 de ambos os membros e se elevam os dois membros da equação resultante ao quadrado. Ao elevar ao quadrado, os dois membros passam a ser positivos, o que pode introduzir soluções estranhas à equação de partida. Por exemplo, a equação acima é equivalente a

$x - 5 = \sqrt{x + 1}$,

que gera a equação do 2º grau:

$x^2 - 10x + 25 = x + 1$ ou $x^2 - 11x + 24 = 0$,

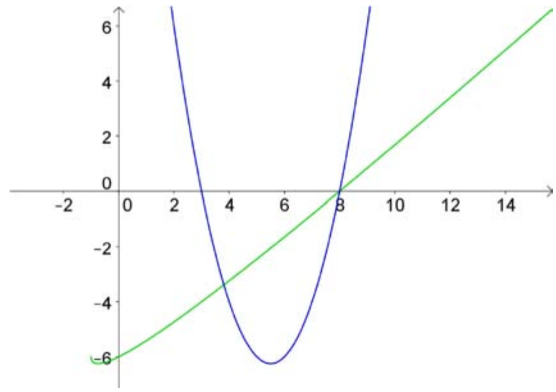
cujas soluções são: $x_1 = 8$ e $x_2 = 3$.

Por substituição na equação dada, verifica-se que x = 8 é solução, pois leva a $4 = 1 + \sqrt{9}$, mas x = 3 não é solução pois leva a $-1 = 1 + \sqrt{4}$ que é falsa. Com efeito, dada a equação, já era claro que os valores de x que interessam são aqueles para os quais a raiz está definida e, então, $x \geq -1$. Ao elevar $x - 5$ ao quadrado, perde-se o controle sobre o sinal de $x - 5$ que, na equação original deve ser positivo, pois $\sqrt{x + 1}$ é sempre positivo. Tem-se, então, na equação original que $x \geq 5$, o que deixa o x = 3 fora da questão.

Se estão sendo propostas equações irracionais no curso regular, um modo interessante de mostrar ao aluno a inclusão de soluções estranhas é a partir de gráficos. Claro que eles ainda não estudaram esses gráficos, mas se eles tiverem acesso a algum programa que desenhe os gráficos, como Geogebra, por exemplo, eles vão poder perceber melhor essas diferenças.

No caso acima, por exemplo, seria o caso de comparar os gráficos das funções:

$x - 5 - \sqrt{x + 1}$ (verde) e $x^2 - 11x + 24$ (azul)



Fonte: gráfico desenhado pelo programa gratuito Geogebra

Fica bem claro que o gráfico verde só corta o eixo x no ponto de abscissa 8, mas o gráfico azul corta o eixo em dois pontos, o de abscissa 3 e de abscissa 8.

Há muitos outros tipos de equações cuja solução pode ser obtida a partir da resolução de equações do 2º grau, mas elas usam funções ainda não estudadas nesse nível escolar, por exemplo, funções exponenciais, logarítmicas ou trigonométricas.

Aluno

Agora, é com você!

Efetue os produtos indicados, dando a resposta com o menor número de parcelas possível. Para isso, você deve efetuar os produtos e somar termos semelhantes se houver.

$(x2 - 1)2 =$

$(x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x - y)^3 =$

$(x^2 + 1)^2 = x^4 + 2x^2 + 1$

$(2a + 5)^2 =$

$(2x + 3y)^2 =$

$(x - 10)^2 =$

$(y^2 - 3z)(y^2 + 3z) =$

$(x + 1)(x - 1) =$

Escreva cada um dos seguintes polinômios como produto de binômios de grau 1:

$4a^2 - 4ab + b^2 =$

$36a^2 + 12ab + b^2 =$

$a^2 + 6a + 9 =$

$25 + 10k + k^2 =$

$x^2 - 10xy + 25y^2 =$

Anexo 1