



Jogando e sentindo emoções...

Dinâmica 5

9º Ano | 2º Bimestre

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º do Ensino Fundamental	Algébrico Simbólico	Equação do 2º. Grau

DINÂMICA	Jogando e sentindo emoções...
HABILIDADE BÁSICA	H44 Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
HABILIDADE PRINCIPAL	H43 Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver equações redutíveis ao 2º grau.

Professor, nesta dinâmica você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Jogo da velha	de 15 a 20 min	Em grupos de 5 alunos	Individual
2	Um novo olhar...	Reconhecendo o chão em que pisa!	de 15 a 20 min	Nos mesmos grupos	Individual
3	Fique por dentro!	Recordando um professor do 9º ano	de 25 a 35 min	Nos mesmos grupos	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

Professor, esta dinâmica valoriza a utilização de métodos alternativos como, por exemplo, a estimativa que é usada como estratégia na resolução de problemas. Além disso, propõe a exploração do cálculo algébrico a partir da visualização geométrica. Assim, utilizaremos jogos e situações problema para abordar as equações do segundo grau.

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • JOGO DA VELHA

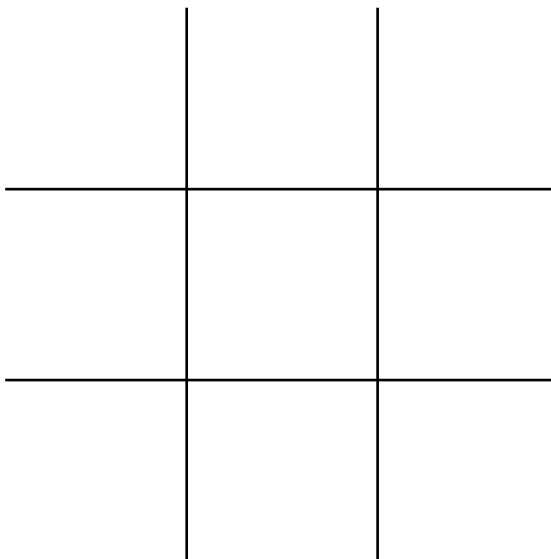
Objetivo

Seu Jonas e Seu Elias precisam fazer uma série de cálculos por conta de uma reforma na casa de um deles. No entanto, eles gostam muito do Jogo da Velha, então...

Que tal um joguinho enquanto a reforma ainda não começou?



Jogo da Velha:



Regras do jogo:

São 2 duplas a jogar e o 5º aluno fica como juiz. Cada dupla recebe 5 fichas brancas com o símbolo **O** ou **X**, à escolha das duplas ou por sorteio de par ou ímpar. As fichas verdes ficam num monte com o verso para cima e as fichas azuis ficam expostas com a escrita visível.

A primeira dupla compra uma das fichas verdes (do monte) e deve escolher uma ficha azul que tenha uma expressão algébrica equivalente à expressão da ficha verde. Se acertar, o juiz autoriza a colocação da ficha branca, com o sinal da dupla, numa casa do jogo da velha. Se errar, devolve a ficha azul, recoloca a ficha verde em baixo do monte e passa a vez.

A segunda dupla repete o processo e assim por diante.

Vence a dupla que conseguir completar 3 casas sucessivas, em diagonal ou numa linha vertical ou horizontal.

As fichas disponíveis para recorte em anexo são as seguintes: fichas brancas

O	X
----------	----------

Fichas verdes:

$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$

Fichas azuis:

$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$

$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$

Recursos necessários:

- Encarte do aluno, onde há um tabuleiro em tamanho maior.
- Fichas brancas, verdes e azuis para o jogo, disponíveis em anexo para recorte.

Procedimentos Operacionais

- *Professor, organize a turma em grupos de 5, sendo um juiz e duas duplas jogadoras. Conforme o número total dos alunos em sala, será necessário um arranjo nessa organização. O material impresso atende a, no máximo, 5 grupos.*
- *Oriente a turma sobre as regras do jogo, embora elas constem do Encarte do aluno.*
- *Será bom que os grupos examinem todas as expressões, ainda que a partida termine cedo. Aos grupos que terminarem o jogo sem ter preenchido todas as casas, você pode pedir que eles façam a correspondência entre as fichas verdes e azuis que sobraram. Devem ficar sem parceiras 9 fichas azuis.*
- *É importante que o material em anexo seja preparado com antecedência.*

Intervenção Pedagógica:

- Professor, incentive os alunos a identificar estratégias que lhes permitam fazer boas jogadas. No jogo tradicional, em que as jogadas são alternadas, é possível jogar de forma a não perder (com vitória ou empate). Não é este o caso aqui, pois uma dupla pode perder sua vez por errar nos cálculos algébricos.
- As operações algébricas focalizadas serão justificadas na próxima etapa, mas por ora, talvez seja o caso de deixar claro na lousa as expressões em sua forma mais simples:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ e } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
- Metade das fichas azuis não serão usadas. Foi feito assim de modo a forçar o aluno a verificar qual a expressão correta e não se guiar apenas pelas letras usadas em cada expressão.

SEGUNDA ETAPA

Um novo olhar...



ATIVIDADE • RECONHECENDO O CHÃO EM QUE PISA!

Objetivo

Expressar algébrica e geometricamente o quadrado da diferença entre dois termos.

Vamos agora ajudar Seu Jonas com o problema da reforma de sua casa?. Veja se você pode ajudá-lo! Ele é muito desconfiado e não vai aceitar fórmulas prontas. É do tipo que quer “ver para crer”!

A figura a seguir é o terreno de Seu Jonas que tem o formato de um quadrado e está dividido em quatro partes. Seu Jonas conhece a área total do terreno e as dimensões do terreno que sua casa ocupa. Mas não sabe o tamanho do terreno destinado à garagem. Ele precisa se planejar para fazer reformas em sua propriedade, por isso, ele quer escrever uma expressão que descreva esse pedaço. Seu Jonas sabe calcular as áreas de quadrados e retângulos, será que ele pode usar esse conhecimento para montar essa expressão?

Observe a figura e dê sua opinião!



Agora, veja o que fez o Seu Jonas.

Ele decidiu calcular as áreas dos retângulos e dos quadrados separadamente e depois somar todas as áreas. Ajude Seu Jonas a responder às perguntas:

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a casa de Seu Jonas?

Resposta

$$A = 8 \times 8 = 64 \text{ m}^2$$



Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a garagem de Seu Jonas?

 Resposta

$$A = x \cdot x \cdot x = x^2 \text{ m}^2$$

• • • • •

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a horta de Seu Jonas?

 Resposta

$$A = 8x \cdot x = 8x^2 \text{ m}^2$$

• • • • •

Qual a área, em metros quadrados, do terreno onde está a varanda de Seu Jonas?

 Resposta

$$A = 8x \cdot x = 8x^2 \text{ m}^2$$

• • • • •

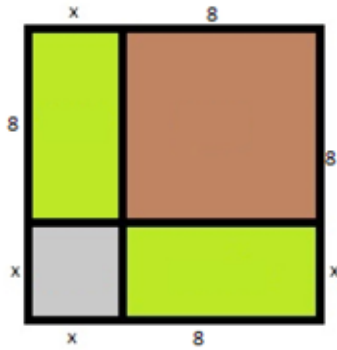
Qual a soma de todas essas áreas?

 Resposta

$$AT = (x^2 + 8x + 8x + 64) \text{ m}^2 = (x^2 + 2 \cdot 8x + 64) \text{ m}^2 = (x^2 + 16x + 64) \text{ m}^2 .$$

$$\text{Isto é: } AT = (x^2 + 16x + 64) \text{ m}^2 .$$

• • • • •



Essa foi a maneira que Seu Jonas encontrou para fazer a equação, mas seu amigo, Seu Elias, foi direto ao assunto e calculou a área do terreno todo a partir da expressão do seu lado. Qual é essa expressão?

Resposta

Basta analisar o terreno todo diretamente.

Se o lado do quadrado é $(x + 8)$, a área do quadrado é

$$(x + 8)^2$$

• • • • •

Qual a conclusão a que pode chegar o Seu Jonas, comparando essas duas maneiras de calcular a área desse terreno?

Resposta:

$$(x + 8)^2 = (x^2 + 16x + 64)$$

• • • • •

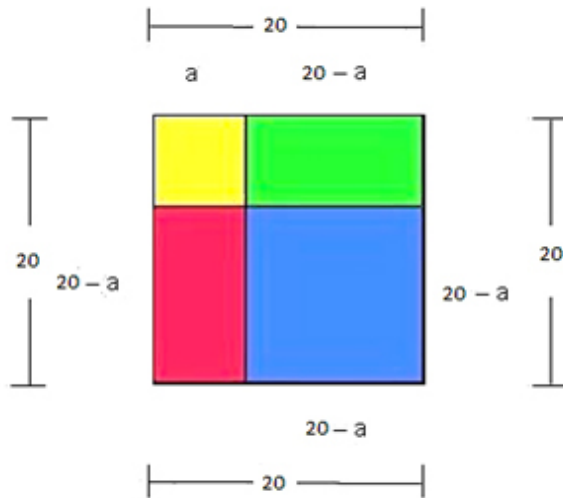
Seu Jonas ficou feliz com os cálculos que fez e resolveu ajudar Seu Elias a fazer o mesmo. Tanto o terreno do Seu Jonas quanto o terreno do Seu Elias têm o mesmo formato, são, porém, de tamanhos diferentes.

Seu Elias sabia que seu terreno era um quadrado medindo 20 m de lado e propôs uma situação diferente. Ele gostaria de calcular a área do quadrado de lado 20 – a formado quando ele separou, no outro canto, um quadrado de lado a como na figura a seguir.

Mas como será que os dois farão isso?

Vamos ajudar?

Observe a figura com as dimensões do terreno.



Desta vez, eles somaram as áreas dos quadrados e retângulos em que o terreno foi dividido, igualaram à área do terreno todo e obtiveram uma expressão para $(20 - a)^2$. Você pode descobrir qual a expressão a que eles chegaram, repetindo esse processo?

Resposta

A soma das áreas igualadas à área de todo o terreno dá

$$(20 - a)^2 + a(20 - a) + a(20 - a) + a^2 = 20^2$$

ou

$$(20 - a)^2 + 20a - a^2 + 20a - a^2 + a^2 = 20^2$$

Donde:

$$(20 - a)^2 = 20^2 - 2 \times 20a + a^2$$



MUITA ATENÇÃO!

Concluimos que, nos casos acima, o **quadrado da soma dos dois termos**, e o **quadrado da diferença dos dois termos**, puderam ser calculados pela seguinte regra: “a soma do primeiro termo elevado ao quadrado, com duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo e mais o quadrado do segundo termo”. Observe que a segunda parcela dessa soma tem o sinal do produto do 1º termo pelo 2º termo:

$$(x + 8)^2 = x^2 + 2 \times 8x + 64$$

$$(20 - a)^2 = 20^2 - 2 \times 20a + a^2$$

O desenvolvimento do quadrado da soma ou da diferença entre 2 termos por uma tal expressão é um dos **produtos notáveis**.

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- *Professor, a turma pode permanecer nos mesmos grupos.*
- *Se possível, permita que os alunos criem suas estratégias ou deem sugestões de resolução.*

Intervenção Pedagógica:

- *Talvez alguns alunos apresentem certa dificuldade com o tema, visto que conhecimentos prévios serão exigidos, tais como: área do quadrado e do retângulo e operações com polinômios.*
- *É importante que os alunos percebam a diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre dois termos.*
- *Há alunos que têm preferência por raciocínios geométricos e outros por raciocínios algébricos. Esta dinâmica optou por tratar o assunto, que é algébrico, usando procedimentos geométricos a fim de atender a essas diferenças de exigência. Numa situação como esta, o trabalho em grupo ganha uma outra dimensão, pois permite que alunos de exigências diferentes troquem suas opiniões.*



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • RECORDANDO O PROFESSOR DO 9º ANO.

Objetivo:

Resolver equações redutíveis do 2º grau.

Descrição da Atividade:

Um diálogo entre o “Seu” Jonas e “Seu” Elias sobre o professor de Matemática do 9º ano, traz as recordações de equações algébricas de grau mais alto e que podem ser resolvidas por meio da fórmula para equações do 2º grau.



Entusiasmados com o trabalho que uniu Álgebra e Geometria, na medida dos terrenos, “Seu” Jonas e “Seu” Elias se esqueceram dos problemas das reformas e ficaram conversando sobre o mestre que lhes ensinou Matemática na 9ª série. Foi mais ou menos este o diálogo entre eles:

Jonas: Ah! Eu me lembro do professor que nos ensinou a resolver equações do 1º e do 2º grau. Se não me engano são só essas que podem ser resolvidas por fórmulas algébricas.

Elias: Ah! Então você se esqueceu daquelas fórmulas cheias de radicais para a resolução das equações do 3º e do 4º grau?

Jonas: Isso mesmo, mas nós nunca usamos estas fórmulas em provas. Ele mostrou só por curiosidade. Mas agora me lembro. São as equações do 5º grau ou de grau maior que não podem ser resolvidas por uma fórmula desse tipo que se aplique a qualquer equação desse grau. Estou certo?

Elias: Isso mesmo. Mas você deve se lembrar que há casos particulares de equações de grau mais alto que podem ser resolvidas, pois, por algum tipo de macete sua resolução fica reduzida à resolução de equações do 2º grau.

Jonas: É verdade, mas eu me esqueci completamente desse assunto. Você se lembra de algum exemplo?

Elias: Por exemplo, uma equação do 4º grau que só apresente expoentes pares é um tal exemplo. Veja, a equação:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

pode ser vista como uma equação do 2º grau em x^2 . Basta você fazer a substituição de x por $y = x^2$ na equação e vai encontrar uma equação do 2º grau em y . E esta você sabe resolver.

Questão:

Você e seus colegas de grupo vão agora conferir se o “Seu” Elias está certo e se é possível encontrar a solução dessa equação do 4º grau.

Veja como fica a equação em y , completando a tabela a seguir:

EXPRESSÕES EM X	EXPRESSÕES EM Y
x^2	y
$x^4 = x^2 \times x^2$	y^2
$x^4 - 5x^2 + 4$	$y^2 - 5y + 4$

A equação em y é, de fato, uma equação do 2º grau: $y^2 - 5y + 4 = 0$.



Resposta

Você e seus colegas vão resolver esta equação pelo processo que escolherem.

Resposta

Essa equação é do 2º grau e pode ser resolvida pela fórmula:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ onde } a = 1, b = -5, c = 4.$$

Fazendo as devidas substituições:

$$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}, \text{ donde as soluções para } y \text{ são:}$$

$$y_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ e } y_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Os alunos poderiam também procurar 2 números cuja soma desse $\frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$ e cujo produto desse $\frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4$ e encontrarão também as soluções 4 e 1.

• • • • •

Ora, vocês acabam de achar valores para y, mas a equação dada é em x, logo os valores que interessam são os valores de x. Como você pode encontrar estes valores? Quais são eles?

Resposta

Se $y = x^2$ têm-se: $x = \pm \sqrt{y}$. Como os valores de y são ambos positivos, eles vão dar 4 valores para x, a saber:

$$x_1 = + \sqrt{y_1} = + \sqrt{4} = 2; \quad x_2 = - \sqrt{y_1} = - \sqrt{4} = -2;$$

$$x_3 = + \sqrt{y_2} = + \sqrt{1} = 1; \quad x_4 = - \sqrt{y_2} = - \sqrt{1} = -1.$$

• • • • •

“Seu” Jonas ficou interessado e continuou a conversa:

Jonas: Então se a equação for do 4º grau, devo encontrar 4 soluções?

Elias: Num certo sentido, sim, mas nem todas serão diferentes umas das outras e há ainda soluções que não são reais e o Professor nos avisou que iríamos aprender outro tipo de números no ensino médio. Eram os números complexos. Mas no 9º ano, ficamos mesmo só com as raízes reais que, nem sempre, são em número de 4. Vou dar mais um exemplo em que você poderá entender um pouco mais o que acontece. Tente resolver por este mesmo processo a equação:

$$x^4 + 8x^2 - 9 = 0.$$

Tente você também com seus colegas de grupo.

Resposta

Partimos da tabela

EXPRESSÕES EM X	EXPRESSÕES EM Y
x^2	Y
$x^4 = x^2 \times x^2$	y^2
$x^4 - 5x^2 + 4$	$y^2 - 8y - 9$

A equação é, portanto, $y^2 + 8y - 9 = 0$ o que significa que $a = 1$; $b = 8$; $c = -9$.

Procurando dois números cuja soma seja $\frac{-b}{a} = \frac{-8}{1} = -8$ e cujo produto seja

$\frac{c}{a} = \frac{-9}{1} = -9$, os alunos devem encontrar as soluções 1 e -9.

O mesmo se usarem a fórmula:

$$y = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-8 \pm 10}{2}, \text{ donde}$$

as soluções para y são:

$$y_1 = \frac{-8 + 10}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ e } y_2 = \frac{-8 - 10}{2} = \frac{-18}{2} = -9.$$

Ao calcular o valor de x, surge a diferença, pois -9 não tem raiz real. A equação em x terá, portanto, somente 2 raízes reais, a saber:

$$x_1 = + \sqrt{y_1} = + \sqrt{1} = 1 \text{ e } x_2 = - \sqrt{y_1} = - \sqrt{1} = -1.$$



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- Professor, a turma pode permanecer nos mesmos grupos.
- Para poupar tempo, a leitura do diálogo e das questões pode ser feita coletivamente. Para mudar um pouco o ambiente, você pode indicar um aluno para ser o narrador, outro aluno para representar o “Seu” Jonas e outro o “Seu” Elias.

Intervenção Pedagógica:

- Estas equações recebem o nome de equações biquadradas, mas essa nomenclatura só precisa ser usada se o professor do curso regular estiver usando.
- Pode acontecer que os alunos ainda tenham dificuldade em resolver a equação do 2º grau. Nesse caso, vale a pena deixar a indicação das fórmulas no quadro, já utilizando a incógnita y :

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

- $ay^2 + by + c = 0$ e $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Para não estender demais o tempo gasto neste item não foram apresentados exemplos de outras situações destas mesmas equações. Faltaram os casos em que as 2 soluções em y sejam negativas, quando a equação em y só tiver uma solução positiva, quando a equação em y só tiver uma solução negativa ou mesmo o caso em que a equação em y não tenha soluções reais.
- Faltam também exemplos de equações de grau mais alto cuja solução recaia numa equação do 2º grau. A opção desta dinâmica pelas equações biquadradas é por serem as mais estudadas nesse tópico. A seleção dos tipos de equações cuja solução possa ser feita a partir da resolução de uma equação do 2º grau fica por conta do professor do curso regular.

QUARTA ETAPA

Quiz

Questão:

A soma das raízes negativas da equação

$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ é igual a:

- 4 ;
- 2
- 1
- 0
- 3





Fazendo $y = x^2$, obtém-se a equação em y : $y^2 - 3y - 4 = 0$, cujas soluções devem ter soma 3 e produto -4 , isto é, são os números $y_1 = -1$ e $y_2 = 4$. Logo os valores para x serão $\pm \sqrt{4} = \pm 2$, pois -1 não tem raiz quadrada real. A resposta é, portanto, -2 que é a única raiz negativa e a opção correta é (b).

O aluno pode ter optado por resolver a equação do 2º grau utilizando a fórmula. Como $a = 1$; $b = -3$; $c = -4$, a substituição na fórmula

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

leva aos seguintes cálculos:

$$y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2},$$

donde as soluções para y são:

$$y_1 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ e } y_2 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Quanto aos alunos que não acertaram os cálculos, se possível, vale a pena encontrar os seus erros, diretamente por você, professor, ou com o auxílio de alunos que souberam resolver o problema.

Aqui, vão algumas observações sobre enganos que costumam ocorrer nesses casos.

A alternativa (a) pode ser consequência do acúmulo de dois enganos: a consideração das raízes da equação em y e a troca de $b = -3$ por $b = 3$ na fórmula, chegando às raízes $y_1 = 1$ e $y_2 = -4$.

A alternativa (c) pode ser escolhida por um aluno que tenha se esquecido de voltar ao x depois de resolvida a equação do 2º grau.

A alternativa (d) pode ser escolhida por um aluno que tenha somado as duas raízes encontradas, esquecendo-se de que o problema pedia a soma das raízes negativas somente.

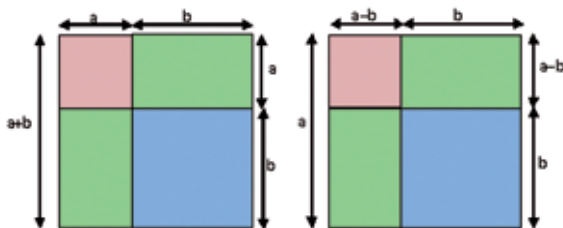
A alternativa (e) pode ser consequência do acúmulo de dois enganos: a consideração das raízes da equação em y e a soma das duas raízes, ao invés de ficar só com a negativa.

ETAPA FLEX

PARA SABER +

O caso focalizado nesta dinâmica, para verificar o desenvolvimento do quadrado da soma ou da diferença de dois termos, usou situações bem particulares.

Acontece que você pode repetir estes mesmos raciocínios para outras medidas e observar que esta regra é mais geral. As figuras a seguir são análogas às aquelas estudadas na segunda etapa e podem ser tratadas também de modo análogo:



A 1ª figura é um quadrado de lado $a + b$, formado por um quadrado de lado a , um quadrado de lado b e dois retângulos de lados a e b . A 2ª figura é um quadrado de lado a , formado por um quadrado de lado b , um quadrado de lado $a - b$ e dois retângulos de lados b e $a - b$. Nessa ilustração geométrica dessas regras, temos que considerar a e b positivos nas duas figuras e, na 2ª figura, tem-se também que $b < a$. A regra para o quadrado da soma ou da diferença, entretanto, vale para qualquer par de números reais a e b .

Para o aluno que tenha preferência por raciocínios algébricos, o desenvolvimento do produto pode ser mais convincente, além de ser válido para quaisquer números reais a , b :

$$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b) \quad \text{e}$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times a + b \\ \hline a^2 + ab \\ ba + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

E, analogamente, para $(a - b)^2$.

Sobre as equações redutíveis a equações do 2º grau, além das já citadas equações biquadradas e equações de grau par $2n$ da forma:

$$a x^{2n} + b x^n + c = 0$$

podem ser citadas particulares equações irracionais como, por exemplo:

$$x - 4 = 1 + \sqrt{x + 1},$$

que se reduz a uma equação do 2º grau quando se subtrai 1 de ambos os membros e se elevam os dois membros da equação resultante ao quadrado. Ao elevar ao quadrado, os dois membros passam a ser positivos, o que pode introduzir soluções estranhas à equação de partida. Por exemplo, a equação acima é equivalente a

$$x - 5 = \sqrt{x + 1},$$

que gera a equação do 2º grau:

$$x^2 - 10x + 25 = x + 1 \quad \text{ou} \quad x^2 - 11x + 24 = 0,$$

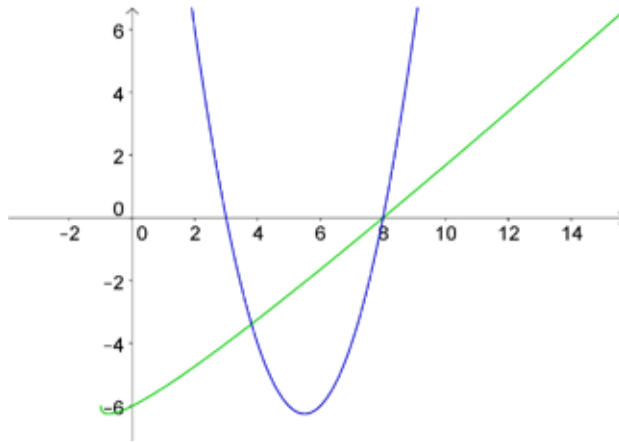
cujas soluções são: $x_1 = 8$ e $x_2 = 3$.

Por substituição na equação dada, verifica-se que $x = 8$ é solução, pois leva a $4 = 1 + \sqrt{9}$, mas $x = 3$ não é solução pois leva a $-1 = 1 + \sqrt{4}$ que é falsa. Com efeito, dada a equação, já era claro que os valores de x que interessam são aqueles para os quais a raiz está definida e, então, $x \geq -1$. Ao elevar $x - 5$ ao quadrado, perde-se o controle sobre o sinal de $x - 5$ que, na equação original deve ser positivo, pois $\sqrt{x + 1}$ é sempre positivo. Tem-se, então, na equação original que $x \geq 5$, o que deixa o $x = 3$ fora da questão.

Se estão sendo propostas equações irracionais no curso regular, um modo interessante de mostrar ao aluno a inclusão de soluções estranhas é a partir de gráficos. Claro que eles ainda não estudaram esses gráficos, mas se eles tiverem acesso a algum programa que desenhe os gráficos, como Geogebra, por exemplo, eles vão poder perceber melhor essas diferenças.

No caso acima, por exemplo, seria o caso de comparar os gráficos das funções:

$$x - 5 - \sqrt{x + 1} \quad (\text{verde}) \quad \text{e} \quad x^2 - 11x + 24 \quad (\text{azul})$$



Fonte: gráfico desenhado pelo programa gratuito Geogebra

Fica bem claro que o gráfico verde só corta o eixo x no ponto de abscissa 8, mas o gráfico azul corta o eixo em dois pontos, o de abscissa 3 e de abscissa 8.

Há muitos outros tipos de equações cuja solução pode ser obtida a partir da resolução de equações do 2º grau, mas elas usam funções ainda não estudadas nesse nível escolar, por exemplo, funções exponenciais, logarítmicas ou trigonométricas.

AGORA, É COM VOCÊ!

Efetue os produtos indicados, dando a resposta com o menor número de parcelas possível. Para isso, você deve efetuar os produtos e somar termos semelhantes se houver.

Resposta

$$(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 + x^2 - x^2 - 1 = x^4 - 1$$

$$(x - y)^3 = (x - y)^2 (x - y) = (x^2 - 2xy + y^2) (x - y) = x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x^2 + 1)^2 = x^4 + 2x^2 + 1$$

$$(2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25$$

$$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$(x - 10)^2 = x^2 - 20x + 100$$

$$(y^2 - 3z)(y^2 + 3z) = y^4 + 3y^2z - 3y^2z - 9z^2 = y^4 - 9z^2$$

$$(x + 1)(x - 1) = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$$

Escreva cada um dos seguintes polinômios como produto de binômios de grau 1:

$$4a^2 - 4ab + b^2 = (2a - b)^2$$

$$36a^2 + 12ab + b^2 = (6a + b)^2$$

$$a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$$

$$25 + 10k + k^2 = (5 + k)^2$$

$$x^2 - 10xy + 25y^2 = (x - 5y)^2$$



Professor



O	O	O
O	O	O
X	X	X
X	X	X

Anexo I

Professor



O	O	O
O	O	O
X	X	X
X	X	X

Anexo I



O	O	O
O	O	O
X	X	X
X	X	X

Anexo I

Professor



O	O	O
O	O	O
X	X	X
X	X	X



O	O	O
O	O	O
X	X	X
X	X	X



$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$



$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$



$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$



$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$



$(x + 1)^2$	$(3x + 1)^2$	$(6 + y)^2$
$(x - a)^2$	$(a + b^3)^2$	$(3a^2 - b)^2$
$(2a + 1)^2$	$(x - 6)^2$	$(-3x - 1)^2$



$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$
$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$

Anexo I



$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$
$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$

Anexo I



$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$
$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$



$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$
$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$

Anexo I



$x^2 + 2x + 1$	$9x^2 + 6x + 1$	$36 + 12y + y^2$
$x^2 - 2ax + a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^6$	$9a^4 - 6a^2b + b^2$
$4a^2 + 4a + 1$	$x^2 - 12x + 36$	$9x^2 + 6x + 1$
$x^2 - 2x + 1$	$9x^2 + 9x + 1$	$36 + y^2$
$x^2 - 2ax - a^2$	$a^2 + 2ab^3 + b^5$	$9a^4 + 6a^2b - b^2$
$4a^2 + 2a + 1$	$x^2 + 12x - 36$	$-9x^2 - 6x - 1$

Anexo I

