Reforço escolar • Matemática •

De razão a relação: da sala de TV a sala de aula.

Dinâmica 6

9º Ano | 2º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Fundamental 9º	Geométrico	Teorema de Pitágoras

DINÂMICA	De razão a relação: da sala de TV a sala de aula.
HABILIDADE BÁSICA	H39 Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.
HABILIDADE PRINCIPAL	H11 Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
CURRÍCULO MÍNIMO	Utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Bolo dobrado	de 15 a 20 min	Dupla de alunos	Individual
2	Um novo olhar...	O que é ser Widescreen?	de 15 a 20 min	Dupla de alunos	Individual
3	Fique por dentro!	Um por todos e todos por um triângulo.	de 25 a 35 min	Dupla de alunos	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor, se tiver dúvidas.			

Apresentação

Professor:

Esta dinâmica busca utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas. As atividades propostas foram desenvolvidas com o objetivo de propiciar ao aluno uma melhor compreensão de tais relações de modo que por meios de situaçõesproblema o aluno possa identificar com mais facilidade propriedades existentes no triângulo retângulo. Além disso, nas duas primeiras etapas, o conteúdo de razão e proporção é revisado através de atividades que buscam estabelecer correspondência entre duas grandezas.

Primeira Etapa
Compartilhar idéias
Atividade • Bolo dobrado

20 MINUTOS

Objetivo

Estabelecer a razão entre duas grandezas a partir de uma situaçãoproblema.

Descrição da atividade

Dois amigos Pedro e Ana estão organizando uma festa de aniversário para tia Dora, uma tia muito querida por eles. Eles estão indo ao mercado comprar alguns ingredientes para que a tia Dora preparasse um bolo para sua festinha. Pedro logo lembrou de um bolo muito delicioso que comeu na casa da Dona Laura, sua vizinha. E falou para Ana, como pode-se observar em sua conversa, mostrada a seguir:

Observando o diálogo entre eles, responda as seguintes questões:

1. O que Ana quis dizer quando usou a expressão "bolo dobrado"?

Resposta

Que deverá dobrar a quantidade de ingredientes da receita do bolo.

• • • • •

2. Agora vamos ajudá-los a identificar qual a quantidade de ingredientes será necessária comprar, para que tia Dora possa fazer um bolo como este. Para isso, vamos primeiramente, encontrar uma fração de tal modo que o número de ovos esteja para o número de xícaras de farinha, considerando uma receita apenas, essa fração chama-se razão. Vamos fazer isso completando a Tabela a seguir:

Resposta

NÚMERO DE OVOS	*2*
NÚMERO DE XÍCARAS DE FARINHA	*3*
RAZÃO	*2/3*
LEITURA	*dois para três*

3. E considerando o "bolo dobrado", complete a Tabela abaixo, acrescentando os novos valores.

Resposta

	UMA RECEITA	**DUAS RECEITAS**
NÚMERO DE OVOS	*2*	*4*
NÚMERO DE XÍCARAS DE FARINHA	*3*	*6*
RAZÃO	*2/3*	*4/6*
LEITURA	*dois para três*	*quatro para seis*

4. No "bolo dobrado" a razão entre o número de ovos e a quantidade de xícaras de farinha mudou em relação a razão de uma receita?

Resposta

Não, pois $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ *. 2 está para 3 assim como 4 está para 6.*

5. Caso eles queiram convidar mais pessoas, qual seria a quantidade de ingredientes necessária para poder fazer este mesmo bolo? Complete a Tabela determinando esses novos valores a partir das informações dadas.

Professor

Resposta

	UMA RECEITA	DUAS RECEITAS	CINCO RECEITAS
NÚMERO DE OVOS	*2*	*4*	*10*
NÚMERO DE XÍCARAS DE FARINHA	*3*	*6*	15
RAZÃO	*2/3*	*4/6*	*10/15*
LEITURA	*dois para três*	*quatro para seis*	*dez para quinze*

6. Analisando a Tabela anterior, diga o que acontece com as razões obtidas em cada receita.

Resposta

Elas são iguais. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$

Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.

Intervenção Pedagógica

Professor, nesta etapa é abordada uma atividade que trabalha o conceito de razão e proporção de duas grandezas. Portanto, pode-se explorar que a fração encontrada por eles na atividade expressa a idéia de razão e que a quantidade, por exemplo, de ovos está para a quantidade de xícaras de *farinha na razão de 2 para 3. Pode-se também mostar para os alunos, que neste caso o uso da fração não se compara uma parte com o todo. Nas questões 4 e 6 seria uma boa oportunidade para retomar com a turma a definição de proporção.*

Portanto nesta atividade vale a pena relembrar com a turma os conceitos de razão e proporção e sua notação.

Chama-se de razão entre dois números racionais a e b, com b ≠ 0, ao quociente entre eles. Indica-se a razão de a para b por a/b ou a : b. O termo a é chamado antecedente e b consequente. Proporção é a igualdade de razões.

Segunda Etapa

Um novo olhar ...

15 MINUTOS

Professor

Atividade • O que é ser Widescreen?

Objetivo

Estabelecer uma correspondência entre duas grandezas a partir de uma situação-problema.

Descrição da atividade

A cada dia a tecnologia nos surpreende com o lançamento de novos modelos de TVs, celulares, computadores, etc.

As TVs de hoje, por exemplo, possuem formatos diferentes de anos atrás. Hoje a maioria das TVs possuem formato widescreen. Widescreen é um termo em inglês que designa a tela de uma televisão, de uma projeção (de cinema ou outro meio) ou monitor que tem uma proporção mais larga do que as usadas alguns anos atrás. Na verdade, nada mais é do que uma "tela larga". Essas telas são "mais compridas", lembrando painéis ou telas de cinema. A Figura a seguir mostra alguns modelos de TVs mais antigas e as mais modernas, onde podemos observar a diferença nos formatos da tela.

Figura 1: Diferentes modelos de TVs.

Esses formatos de telas são conhecidos por um determinado valor que representa a razão entre a largura e a altura de cada TV dada em pixels (resolução da TV). As TVs mais antigas são conhecidas por serem do tipo 4 para 3, ou seja, em um monitor ou tela padrão (esses modelos mais antigos), a razão da tela é 4/3 ou 4:3 que vale aproximadamente 1,33. Já as televisões widescreen modernas possuem uma razão maior ou igual a 1,77. Ou seja, possuem razão de 16 para 9, ou 16/9 ou 16:9 que vale aproximadamente 1,77. Os formatos widescreen mais conhecidos são o 1,77 (16/9) e o 2,33 (21/9).

Agora, vamos identificar se as TVs mostradas a seguir possuem ou não formatos widescreen:

Situação 1: Nas Figuras a seguir são mostrados dois modelos de TVs. Somente analisando as figuras, marque qual TV possui formato widescreen.

Figura 1 - Fonte: http://www.sxc.hu/photo/1187553

Figura 2 - Fonte: http://www.sxc.hu/photo/1209128

Figura 1 ( )   Figura 2 (X)

Resposta

Figura 2.

• • • • •

Situação 2: Dada uma TV cuja resolução é dada por 1280(largura) e 720(altura) pixels. Calcule a razão entre a lagura e a altura e veja se esta TV é widescreen.

Resposta

$r = \frac{1280}{720}$ ≅ *1,77. Esta TV possui formato widescreen.*

• • • • •

Situação 3: Dada uma TV cuja resolução é dada por 480(largura) e 360(altura) pixels. Calcule a razão entre a lagura e a altura e veja se esta TV é widescreen.

Resposta

$r = \frac{480}{360}$ ≅ *1,33. Esta TV não possui formato widescreen.*

• • • • •

Recursos Necessários

- Encarte do aluno e calculadora.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita dupla de alunos e o registro individual.

Intervenção Pedagógica

Professor, nesta atividade é abordado uma situação-problema que usa o conceito de razão de duas grandezas de mesma espécie, que é o quociente dos números que expressam as suas medidas, consideradas na mesma unidade.

Pode-se então nesta etapa relembrar o conceito de grandezas e explorar as diferentes formas de representar uma razão.

Grandeza é uma relação numérica estabelecida com um objeto. Assim, a altura de uma árvore, o volume de um tanque, o peso de um corpo, a quantidade pães, entre outros, são grandezas. Grandeza é tudo que você pode contar, medir, pesar, enfim, enumerar.

E com isso, a razão nos permite fazer comparações de grandeza entre dois números. Portanto razão é a relação entre duas grandezas que já estão relacionadas. É uma divisão entre dois valores. Um exemplo é a razão entre o comprimento e a altura de um retângulo. A razão seria o comprimento dividido pela altura, o que foi feito nesta atividade.

As diferentes formas de representação de uma razão pode ser explorada também nesta atividade. Dados os números A e B, pode-se utilizar as seguintes notações para representar a razão de A para B:

- A para B,

- A está para B,

- A : B

- ou mesmo com um número racional que é o quociente da divisão de A por B.

Professor, nesta atividade seria interessante que os alunos pudessem utilizar calculadoras para facilitar os cálculos, já que os resultados obtidos são dízimas periódicas.

Terceira Etapa
Fique por dentro!

Atividade • Um por todos e todos por um triângulo

Objetivo

Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver uma situação--problema.

Descrição da atividade

Um determinado dia em uma sala de aula a professora de Matemática resolveu fazer uma arrumação na disposição das mesas e cadeiras de forma que alguns alunos ficariam a certas distâncias pré determinadas uns dos outros.

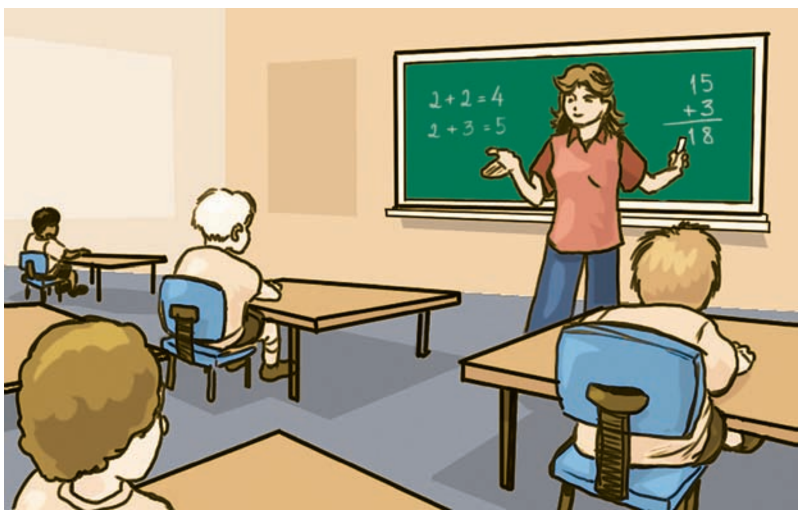


Figura 1

Adriano ficaria sentado na sua mesa a uma distância de aproximadamente 4m da mesa da sua amiga Carla, pois eles conversavam muito. E a uma distância de 3m de sua outra amiga Bruna. Mas, o Herinque, que era muito amigo de Carla e da Bruna, pediu a professora que arrumasse um lugar para ele entre as duas amigas. E a professora resolveu posicioná-lo de forma que a sua mesa ficasse entre Carla e Bruna, mas a uma distância de 2,4m do Adriano. Para que não tivesse dúvidas a professora fez no quadro o desenho da figura formada conforme posicionamento solicitado por ela.

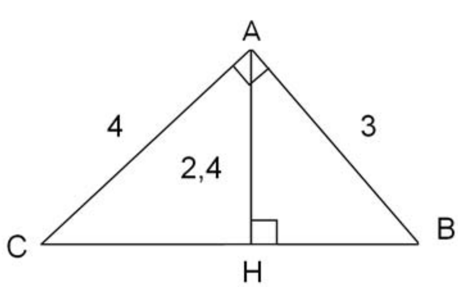


Figura 2

A Figura 2 representa um triângulo ABC onde A, B, C e H representam a posição dos alunos Adriano, Bruna, Carla e Henrique, respectivamente. Observando a Figura, responda as questões:

1. Qual é o tipo de triângulo formado na Figura 2?

Resposta

Triângulo retângulo.

• • • • •

2. Qual seria a distância do posicionamento da Carla para a Bruna?

Resposta

Como se trata de um triângulo retângulo, pode-se aplicar o Teorema de Pitágoras e calcular a distância CB, da seguinte forma:

$$(CB)^2 = 4^2 + 3^2$$
$$(CB)^2 = 16 + 9$$
$$(CB)^2 = 25$$
$$CB = 5$$

Portanto a distância entre Carla e Bruna é de 5m.

• • • • •

3. Qual seria a distância entre a Carla e o Henrique.

Resposta

Como H divide o triângulo ABC em dois triângulos também retângulo pode-se aplicar também o Teorema de Pitágoras no triângulo ACH e calcular a distância CH, da seguinte forma:

$$4^2 = 2,4^2 + (CH)^2$$
$$16 = 5,76 + (CH)^2$$
$$16 - 5,76 = (CH)^2$$
$$10,24 = (CH)^2$$
$$3,2 = CH$$

Portanto a distância entre Carla e Henrique é de 3,2m.

• • • • •

Matemática

4. Qual seria a distância entre a Bruna e o Henrique

Resposta

Para determinar a distância BH pode-se aplicar o Teorema de Pitágoras como feito no número 3, ou como já é conhecido a distância CB basta subtrair a distância também conhecida CH e então achar o valor de BH.

$$3^2 = 2,4^2 + (BH)^2$$
$$9 = 5,76 + (BH)^2$$
$$9 - 5,76 = (BH)^2$$
$$3,24 = (BH)^2$$
$$1,8 = BH$$

ou

$$CB - CH = BH$$
$$5 - 3,2 = 1,8$$

Portanto a distância entre Bruna e Henrique é de 1,8m.

5. Agora que já são conhecidos as todas as distâncias entre Adriano, Bruna, Carla e Henrique. Substitua os resultados encontrados na Figura 3 a seguir e verifique se as igualdades são verdadeiras:

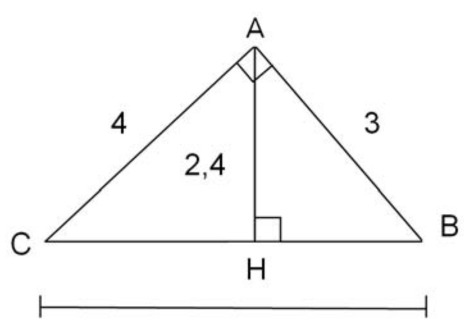


Figura 3

a. $CB = CH + BH$

Resposta

5 = 3,2 + 1,8

5 = 5

b. $CB \times AH = AC \times AB$

Resposta

$5 \times 2{,}4 = 4 \times 3$

$12 = 12$

c. $(AC)^2 = CB \times CH$

Resposta

$4^2 = 5 \times 3{,}2$

$16 = 16$

d. $(AB)^2 = CB \times BH$

Resposta

$3^2 = 5 \times 1{,}8$

$9 = 9$

e. $(AH)^2 = CH \times BH$

Resposta

$2{,}4^2 = 3{,}2 \times 1{,}8$

$5{,}76 = 5{,}76$

Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

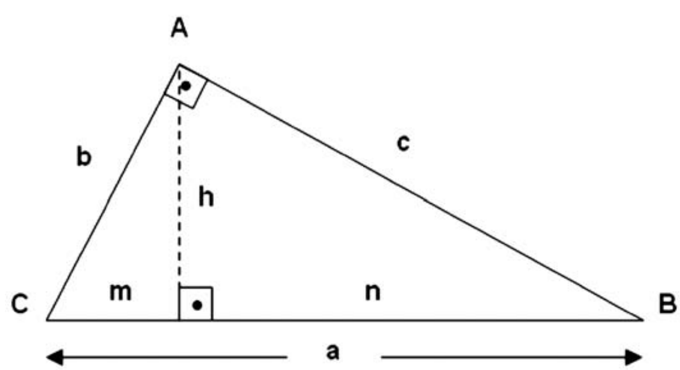
Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.

Intervenção Pedagógica

Professor, como a principal relação métrica no triângulo retângulo é o Teorema de Pitágoras, seria interessante explorar primeiramente este Teorema. E pedir para os alunos determinarem os valores desconhecidos nas questões 2, 3 e 4 usando somente o Teorema de Pitágoras. Na questão 5 os alunos deverão verificar se as relações dadas são verdadeiras, e talvez este momento seria uma boa oportunidade para falar das outras relações métricas do triângulo retângulo. Como descrito a seguir.

Triângulo Retângulo é aquele que possui um ângulo reto (90º). Dizemos que o triângulo a seguir é retângulo em A:



onde:

a é a hipotenusa (maior lado);

b e c são os catetos (formam o ângulo reto);

h é a altura relativa à hipotenusa;

m é a projeção ortogonal do cateto b sobre a hipotenusa;

n é a projeção ortogonal do cateto c sobre a hipotenusa.

No Triângulo Retângulo ABC são válidas as seguintes Relações Métricas:

RELAÇÃO 1: TEOREMA DE PITÁGORAS – O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

RELAÇÃO 2: O produto entre a hipotenusa e a altura relativa à hipotenusa é igual ao produto entre os catetos.

$a.h = b.c$

RELAÇÃO 3: O quadrado de um cateto é igual ao produto entre a hipotenusa e a projeção ortogonal do cateto sobre a hipotenusa.

$b^2 = a.m$ *e* $c^2 = a.n$

RELAÇÃO 4: O quadrado da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto entre as projeções ortogonais dos catetos.

$h^2 = m.n$

RELAÇÃO 5: A hipotenusa é igual à soma das projeções ortogonais dos catetos.

$a = m + n$

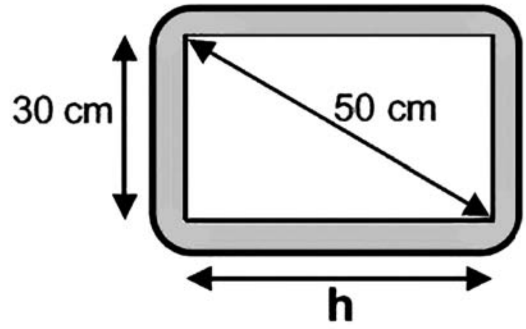
QUARTA ETAPA

QUIZ

10 MINUTOS

QUESTÃO: (QUESTÃO 43 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – C0901 – 3º BIMESTRE – SAERJINHO – 2011)

A tela retangular de uma televisão está representada na figura abaixo.



Quanto mede a largura h dessa tela?

a. 30 cm

b. 40 cm

c. 50 cm

d. 80 cm

e. 20 cm

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

Alternativa correta: (b) 40 cm.

Como a tela apresenta uma forma retangular, com as medidas conhecidas pode-se obter o valor da largura da tela, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo formado pela diagonal do retângulo e seus respectivos lados. Da seguinte forma:

$$(50)^2 = (30)^2 + h^2$$
$$2500 = 900 + h^2$$
$$1600 = h^2$$
$$40 = h$$

Distratores: *Provavelmente, o aluno que errou essa questão, não reconheceu o triângulo retângulo e com isso não fez o uso do Teorema de Pitágoras. O aluno que escolheu a opção (a) ou a opção (c), provavelmente tenha achado que o valor procurado seria igual a um dos valores conhecidos. O aluno que escolheu a alternativa (d) pode não ter conhecimento do conteúdo e ter achado que h seria igual a soma dos outros valores conhecidos. Ao optar pela alternativa (e) o aluno pode não ter conhecimento do conteúdo e achado que h seria igual a diferença dos outros valores conhecidos.*

Etapa Flex
Para saber +

1. AULA 54 DE MATEMÁTICA (ENSINO FUNDAMENTAL): Propriedades do Triângulo Retângulo - NOVO TELECURSO

   Nesta vídeo aula você vai aprender um pouco mais sobre os triângulo retângulos e vê mais aplicações sobre a propriedade mais importante do triângulo retângulo, o Teorema de Pitágoras.

   Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Hf0UInq2OZQ

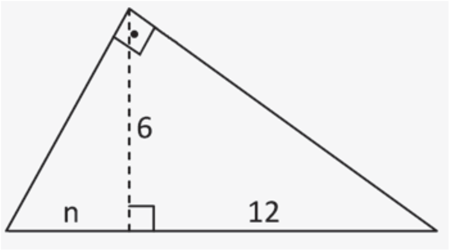
2. Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Nesse vídeo você vai rever as relações métricas e os elementos do triângulo retângulo.

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=CySCM8Le8Ws

Agora, é com você!

1. Aplicando as relações métricas nos triângulos retângulos abaixo, determine o valor desconhecido:

a. 

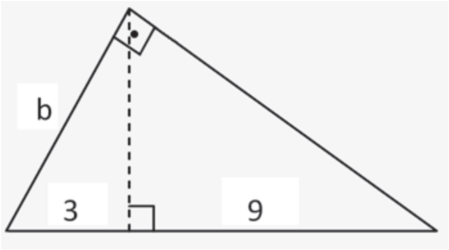
Resposta

$6^2 = n.12 \longrightarrow 36 = 12n$ *Portanto n =3*

$$\frac{36}{12} = n$$

$$3 = n$$

• • • • •

b. 

Resposta

$a = 3+9$

$a = 12$

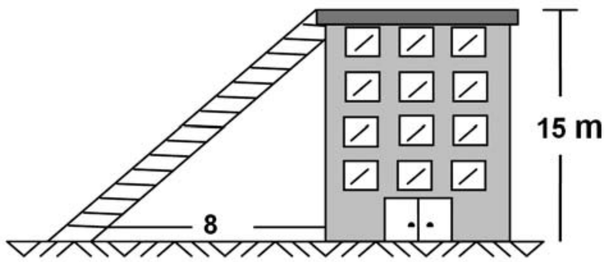
$b^2 = a.3 \longrightarrow b^2 = 12.3$

$$b^2 = 36$$

$$b = 6$$

Portanto b = 6.

2. A figura mostra um edifício que tem 15m de altura, com uma escada colocada a 8m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:



Resposta

$x^2 = 8^2 + 15^2$

$x^2 = 64 + 225$

$x^2 = 289$

$x = 17m$

Portanto o comprimento da escada é de 17m.

Professor