Reforço escolar · Matemática ·

Teorema de Pitágoras: Encaixando e aprendendo

Dinâmica 7

9º ano | 2º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Fundamental 9ª	Geométrico	Teorema de Pitágoras

DINÂMICA	Teorema de Pitágoras: encaixando e aprendendo
HABILIDADE BÁSICA	H06 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.
HABILIDADE PRINCIPAL	C1 – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.
CURRÍCULO MÍNIMO	Utilizar o Teorema de Pitágoras na dedução de fórmulas relativas a quadrados e triângulos equiláteros.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Quebra cabeça	de 15 a 20 min.	Em grupos de 3 ou 4	Individual.
2	Um novo olhar ...	Tabuleiro Pitagórico	de 20 a 30 min.	Em grupos de 3	Individual
3	Fique por dentro!	Encontrando Medidas	de 20 a 25 min.	Em grupos de 3 ou 4	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor, se tiver dúvidas.			

Apresentação

Caro professor,

Nesta dinâmica, trabalharemos uma introdução ao Teorema de Pitágoras. Partiremos de jogos e atividades lúdicas, para fixar ideias e construir o conhecimento com os alunos. Apresentamos em seguida alguns problemas contextualizados.

Um bom trabalho!

Primeira Etapa
Compartilhar Ideias

20 MINUTOS

Objetivo:

Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.

Atividade:

Quebra cabeça

Você já ouviu falar no Teorema de Pitágoras?

"O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

Mas, o que isso significa? Vamos descobrir brincando?

Quebra cabeça1: Um único quadrado BRANCO

A figura abaixo têm dois quadrados, um de lado ***b*** e o outro de lado ***a***, e quatro triângulos retângulos escalenos (três lados diferentes e três ângulos diferentes) que formam dois retângulos. O quadrado maior, formado pela composição de todas as figuras, tem o lado ***a + b***.

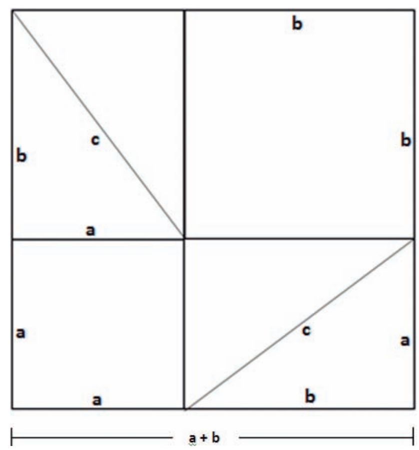


Figura 1

Pelo Teorema de Pitágoras a área do quadrado de lado ***a*** mais a área do quadrado de lado ***b*** será igual a área de um quadrado de lado ***c***.

Que tal comprovar isso?

Na figura abaixo temos a mesma área da figura 1, com os retângulos pintados em verde. Você deve mexer os triângulos retângulos dentro da área delimitada de modo que eles formem um único quadrado **branco** no centro.

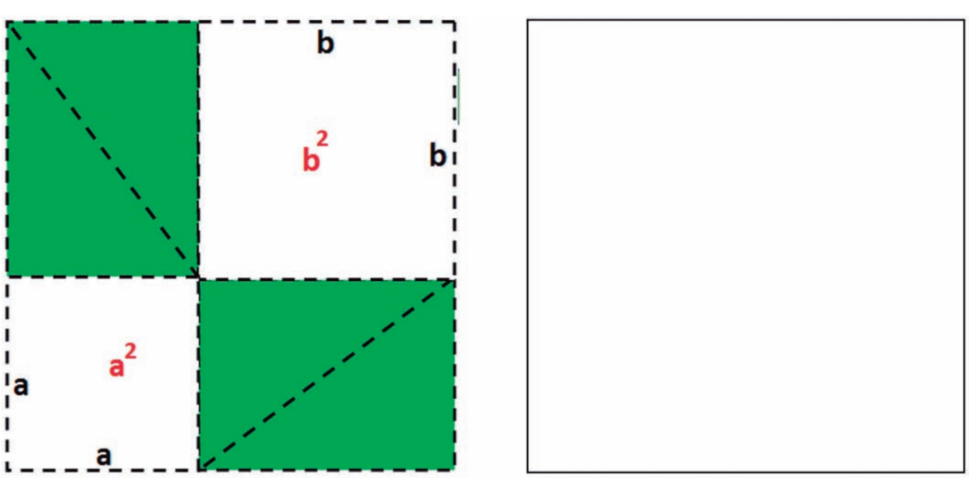


Figura 2 – Obs.: Figuras em anexo para recorte

Use os modelos em anexo e siga o que se pede:

1. Posicione os triângulos retângulos no quadrado (BASE) conforme indicado na figura anterior e identifique em cada triângulo retângulo os lados a, b e c (sendo **c** a hipotenusa e **a** o menor dos catetos) no modelo em anexo intitulado **"Quebra cabeça1: Um único quadrado BRANCO"**

2. Em função dessas incógnitas, como poderíamos escrever a área de cada quadrado branco?

Área do quadrado menor:

Resposta

a^2 ua

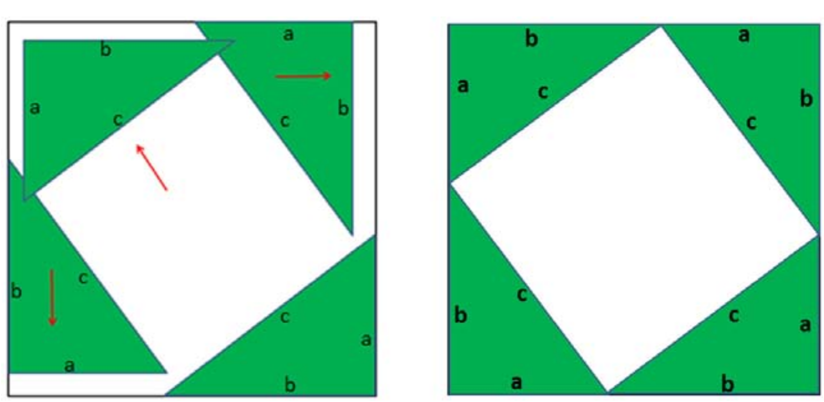
Área do quadrado maior:

Resposta

b^2 ua

3. Agora reposicione os triângulos de modo diferente no quadrado de forma a sobrar no centro da composição um único polígono branco. Cole os triângulos na posição encontrada tomando cuidado para não haver sobreposição das peças.

Resposta



Professor

4. A sua composição gerou uma figura central. Que figura é essa?

Resposta

Um quadrado

• • • • •

5. 5. Em função as incógnitas dos lados do triângulo,qual a área dessa figura central?

Resposta

c^2 ua

• • • • •

6. 6. Discuta com seus colegas qual é a relação das áreas dos quadrados Brancos da primeira etapa e do quadrado branco na segunda figura. Escreva uma expressão matemática que traduza essa conclusão.

Resposta

As áreas dos dois quadrados da primeira etapa correspondem a área do quadrado da segunda etapa. Assim: $a^2 + b^2 = c^2$.

• • • • •

Existem outras formas de ver a veracidade desse teorema.

Veja a próxima atividade...

Quebra cabeças 2: encaixando o Teorema de Pitágoras

Vamos confirmar a veracidade do teorema de Pitágoras através de outro quebra cabeças. Para isso vamos utilizar as áreas **a^2** e **b^2** que foram subdivididos em figuras geométricas.

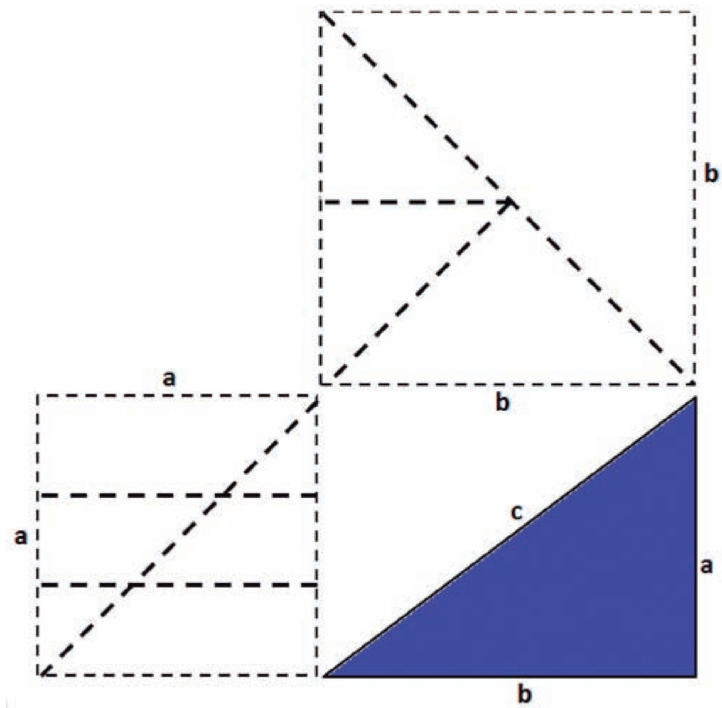


Figura 3

Se a área do quadrado de lado c (o lado maior) é a soma das áreas dos outros dois quadrados menores (e o teorema de Pitágoras nos diz que é) então podemos organizar as figuras geométricas dos dois quadrados menores dentro quadrado maior.

Vamos tentar comprovar isso? Usando as peças geradas pelos quadrados menores tente encaixá-las no quadrado de lado **c** – usando todas as peças e sem sobrepor nenhuma delas.

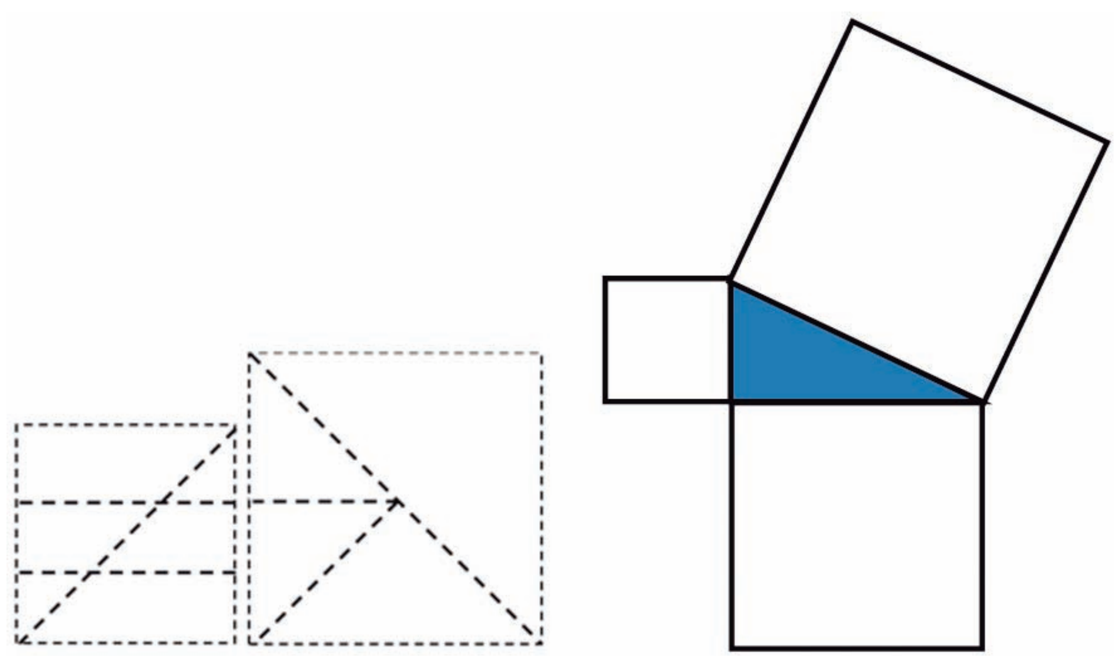
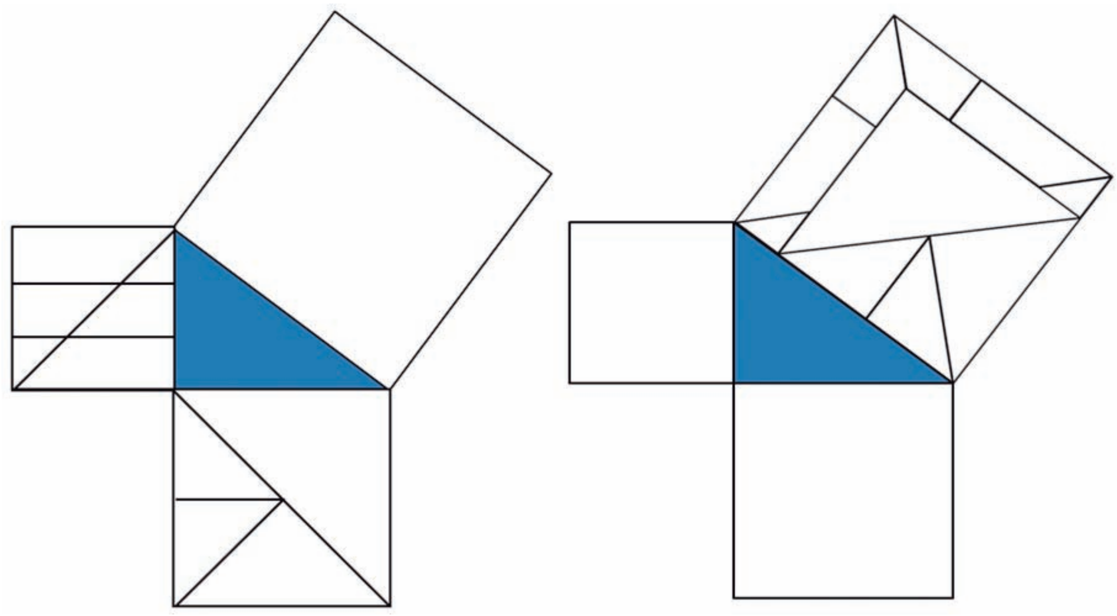


Figura 4 – Obs.: Figuras em anexo para recorte

Resposta



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Figuras, para recorte, em anexo.
- Cola.

Procedimentos Operacionais:

- *Professor, organize a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.*
- *Oriente os alunos quanto ao manuseio das figuras geométricas.*
- *Professor, é importante que as figuras contidas no anexo sejam recortadas com antecedência.*

Intervenção Pedagógica:

- *É importante que os alunos percebam algumas propriedades dos polígonos, como diagonais do quadrado, a soma dos ângulos internos de um triângulo e de um quadrado, identificar os ângulos reto, suplementar e complementar para que o teorema seja justificado pelas congruências.*

- *É possível que alguns deles não saibam distinguir a hipotenusa dos catetos ou esqueçam a letra que designa os lados do triângulo retângulo, ou ainda, a diferença entre os ângulos, por isso oriente-os na escrita dos recortes, se necessário, para melhor entendimento.*

Segunda Etapa
Um novo olhar...

30 MINUTOS

Objetivo:

Perceber a utilização do Teorema de Pitágoras em quadrados e triângulos equiláteros.

Atividade:

Tabuleiro Pitagórico

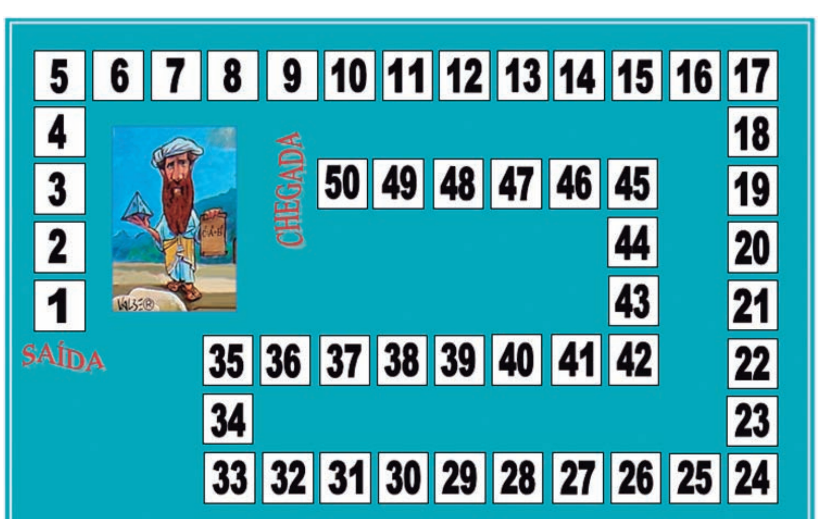
Trata-se de um simples jogo de tabuleiro com numeração de 1 a 50. Não será usado dado como no tradicional. O avanço das "casas" será feito pelo resultado da aplicação do teorema aos problemas apresentados nos cartões. São 30 cartões, contendo figuras geométricas com suas respectivas medidas e incógnitas.

Em cada rodada um jogador deve "comprar" um cartão do monte e determinar o valor da incógnita nele apresentado. Caso o aluno acerte a resposta, deverá avançar seu peão o mesmo número de casas correspondente ao valor da incógnita.

Caso o aluno dê a resposta incorreta, deve voltar o valor de "casas" igual à última jogada. O cartão cuja resolução gerou uma resposta errada deve ser dado ao próximo jogador.

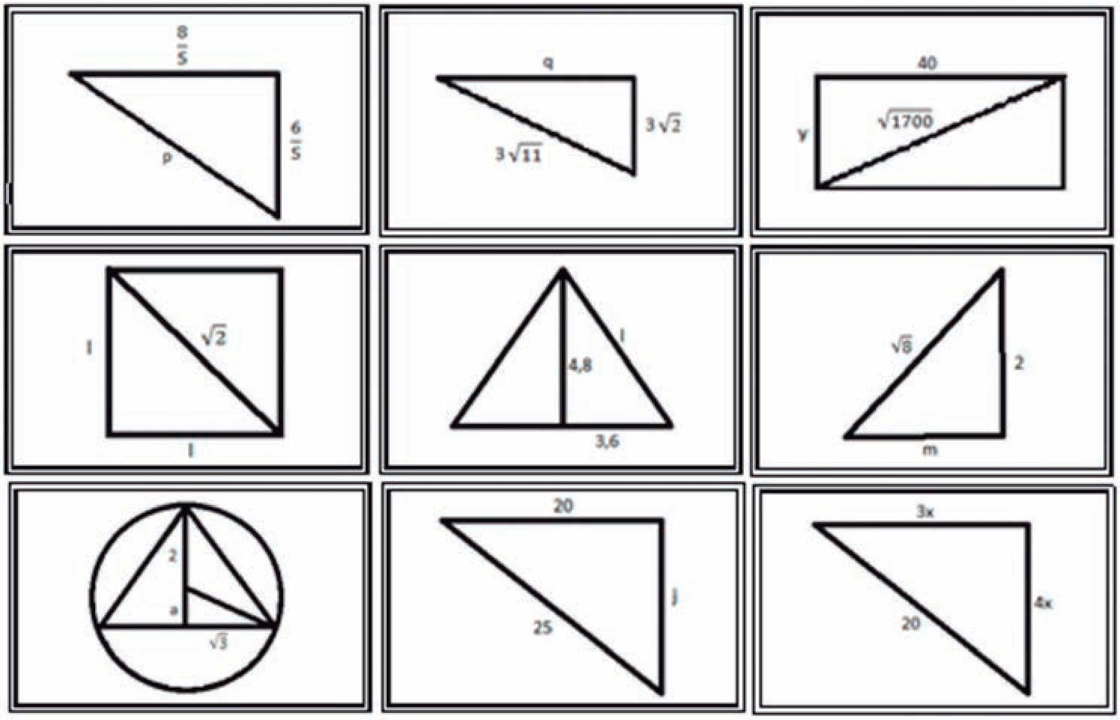
Ganha a partida o jogador que primeiro percorrer todo o tabuleiro ou que estiver mais próximo da CHEGADA ao fim do tempo dessa etapa.

Tabuleiro:



Professor

Cartões:



Obs.: Figuras em anexo para recorte

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Figuras, para recorte, em anexo (Cartões e tabuleiro).
- Botões ou qualquer outro tipo de marcador para servir de peão no tabuleiro

Procedimentos Operacionais

- *Professor, organize a turma em grupos de 3 alunos.*
- *É importante que os anexos sejam recortados antes do início das atividades.*

Intervenção Pedagógica

- *Alguns alunos podem apresentar dificuldades em conteúdos como potenciação/radiciação, bem como operações aritméticas. Faça um breve comentário sobre esses temas antes e durante o jogo.*

- *É importante que seus alunos identifiquem a diagonal do quadrado, altura do triângulo equilátero e seus apótemas, por isso as questões são simples e apenas propõem a aplicação das fórmulas.*

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Objetivo:

Resolver problema contextualizado, envolvendo o Teorema de Pitágoras.

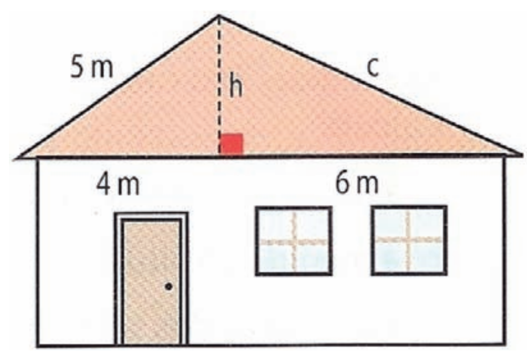
Atividade:

Encontrando medidas

Descrição da Atividade:

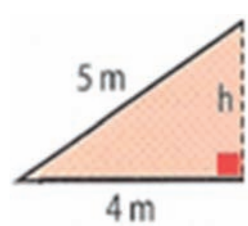
O teorema de Pitágoras pode ser útil em diversas aplicações do cotidiano como nos seguintes problemas:

Problema 1: Jean Paul está construindo uma casa. O arquiteto lhe deu um croqui do projeto para que ele possa comprar o material para a construção do telhado. Ele precisa comprar 6 colunas de madeira com medida igual a altura h, mostrada na figura. Quantos metros de madeira ele precisará comprar?



Resposta

Vamos considerar o seguinte triângulo



Precisamos encontrar a altura h. pelo teorema de Pitágoras, temos

$$5^2 = \mathbf{h^2} + 4^2 \;\Rightarrow\; h = 3m$$

Ora, como são seis colunas iguais, são necessários

$$6x3=18m$$

Problema 2: Observe que o desenho só nos mostra a vista frontal da casa. Suponha que ela possua 10 m de fundo.

a. Desenhe a situação

Resposta

Pessoal

• • • • •

b. Quantos metros quadrados de telha deveriam ser comprados para cobrir toda a casa?

Resposta

Primeiro, precisamos encontrar o comprimento c da figura pelo teorema de Pitágoras:

$$C^2 = 6^2 + 3^2$$
$$C^2 = 45$$
$$C = 3\sqrt{5}$$

Como $\sqrt{5} \cong 2,2$ *, temos que* $C \cong 6,7m$ *.*

Então, o telhado é formado por dois retângulos, um medindo $10 \times 5 = 50m^2$ *e outro medindo* $10 \times 6,7 = 67m^2$ *.*

Portanto, são necessários $67+50=127m^2$ *de telha.*

• • • • •

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

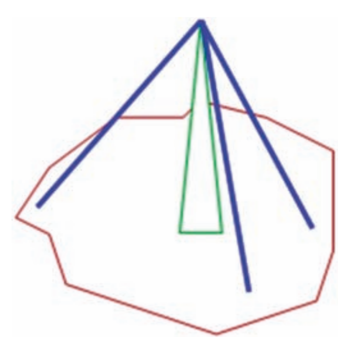
- *Professor, organize a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.*
- *Oriente os alunos para desenhar corretamente a situação descrita no problema.*

- *Os problemas aqui apresentados são uma aplicação das atividades anteriores, porém é importante auxiliar os alunos nesta etapa. No primeiro problema, muitos alunos costumam escrever a incógnita a se buscar já isolada e não se lembram que a hipotenusa se opõe ao ângulo reto.*
- *Para o segundo problema, se houver dificuldades, desenhe a casa no quadro, mostrando as dimensões conhecidas e aquelas a serem calculadas.*
- *Se preciso, relembre como se calcula a área de retângulos e como se faz a fatoração de um número inteiro.*

Quarta Etapa
Quiz

Uma torre vai ser sustentada por três cabos de mesmo comprimento. A altura da torre é 32 m e os três ganchos estão a 9 m da base da mesma. No total aproximadamente, quantos metros de cabo serão necessários para a sustentação da torre?

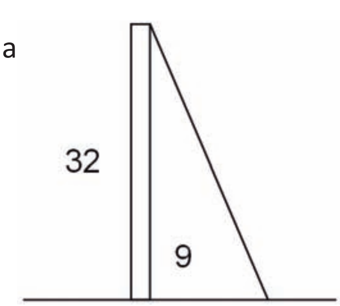
a. 31
b. 33
c. 93
d. 100
e. 123



Quinta Etapa
Análise das Respostas ao QUIZ

Resolução:

O aluno deve prestar a atenção no enunciado da questão, pois o resultado final será multiplicado por 3.



$32^2 = 9^2 + C^2$

$1024 = 81 + C^2$

$1024 – 81 = C^2$

$1105 = C^2$

$\sqrt{1105} = C$

Resposta

Letra D

Distratores:

O aluno que escolheu a opção (a) possivelmente calculou usando o poste como a hipotenusa e não levou em consideração a quantidade de postes. É provável que o aluno que tenha escolhido a alternativa (b) tenha considerado apenas 1 cabo. Já a alternativa (c) é semelhante a opção (a), apenas levou em consideração a quantidade de postes. E finalmente, a alternativa (e) foi escolhida, possivelmente, pelo aluno que somou os catetos e os elevou ao quadrado.

• • • • •

Etapa Flex

Para saber +

O que você sabe sobre Pitágoras?

Pitágoras era mestre de uma escola filosófica chamada Escola Pitagórica que acreditava que tudo era número e que eles influenciavam toda a vida e o universo. Segundo Aristóteles,

Os denominados pitagóricos captaram por vez primeira as matemáticas e, além de desenvolvê-las, educados por elas, acreditaram que os princípios delas eram os princípios de todas as coisas. Como os números eram, por natureza, os princípios delas [...] e apareciam os números como primeiros em toda a natureza, pensaram que os elementos dos números eram os elementos de todas as coisas.

Algumas das invenções atribuídas aos pitagóricos:

- Fundou a primeira escola organizada para cultivar o saber, as artes.
- Foi o primeiro a usar a palavra matemática no sentido de hoje.
- O mesmo se pode dizer a respeito das palavras filosofia e cosmos. Talvez também a palavra música tenha recebido dele o significado que usamos hoje.
- Representação de corpos geométricos regulares.
- Contribuições básicas para a aritmética e a teoria geral dos números.
- Distinção entre números pares e ímpares.
- Criação de escalas quantitativas de notas musicais.
- Avanço qualitativo na geometria.

- Concepção de que a matemática independe da experiência e da apreensão sensorial.
- Experimentação: por exemplo, comprimento das cordas em relação ao tom.

Porque você não procura saber mais sobre o Pitágoras? Faça uma pesquisa na Internet e descubra que o que ele e seus alunos fizeram vai muito além do seu famoso teorema!

Fonte: http://pt.shvoong.com/humanities/1704545-pit%C3%A1goras-vida-obra-import%C3%A2ncia/#ixzz2NAvGmzUG

Agora, é com você!

E agora, vamos exercitar?

1. Uma escada de 12 metros de comprimento está apoiada sob um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 8 metros. Determine a altura do muro.

Resposta

$x = 4\sqrt{5} \cong 8,94m$

• • • • •

2. **(Uflavras 2000)** Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 km?

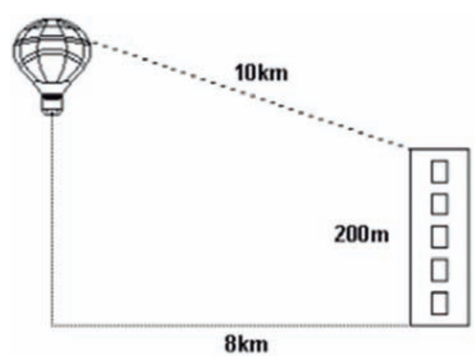
a. 6 km

b. 6.200 m

c. 11.200 m

d. 4 km

e. 5 km



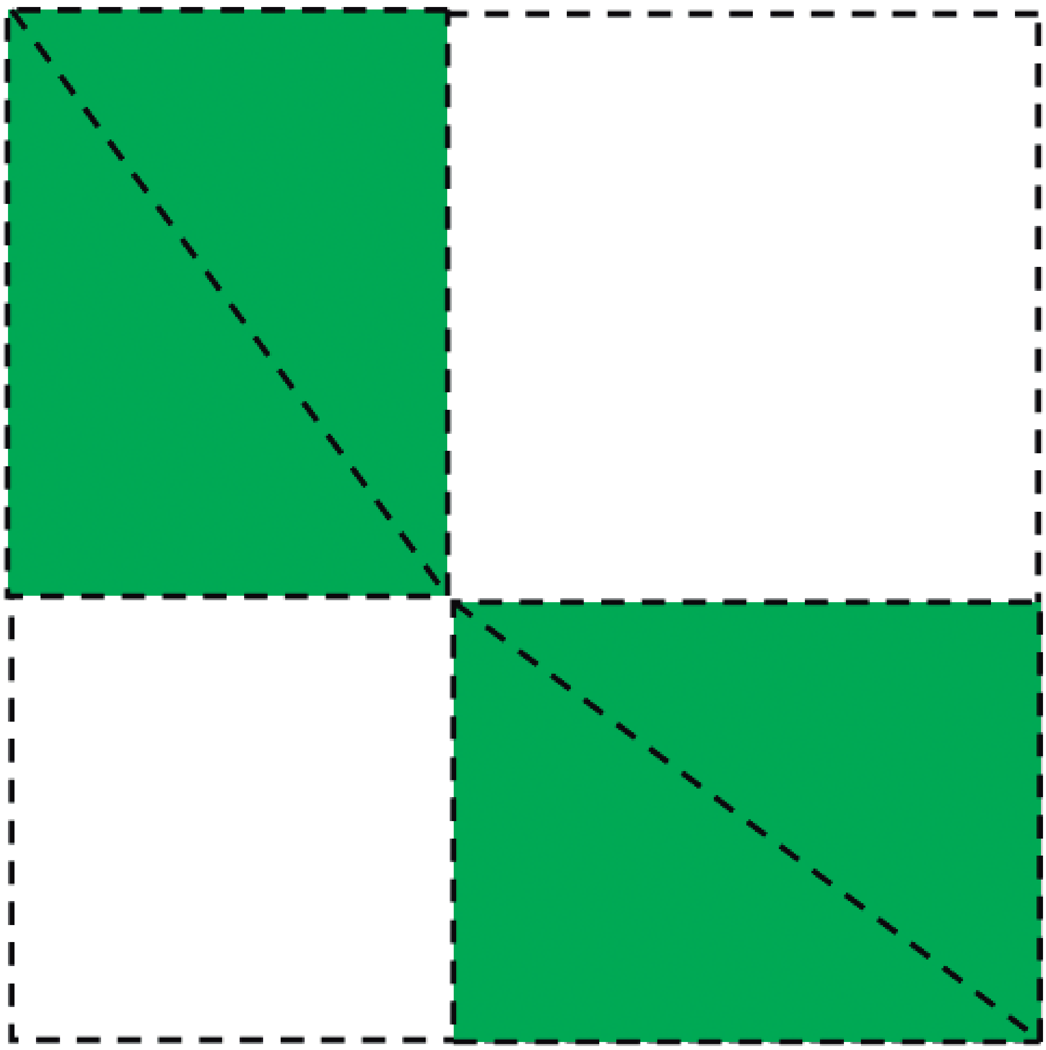
Resposta

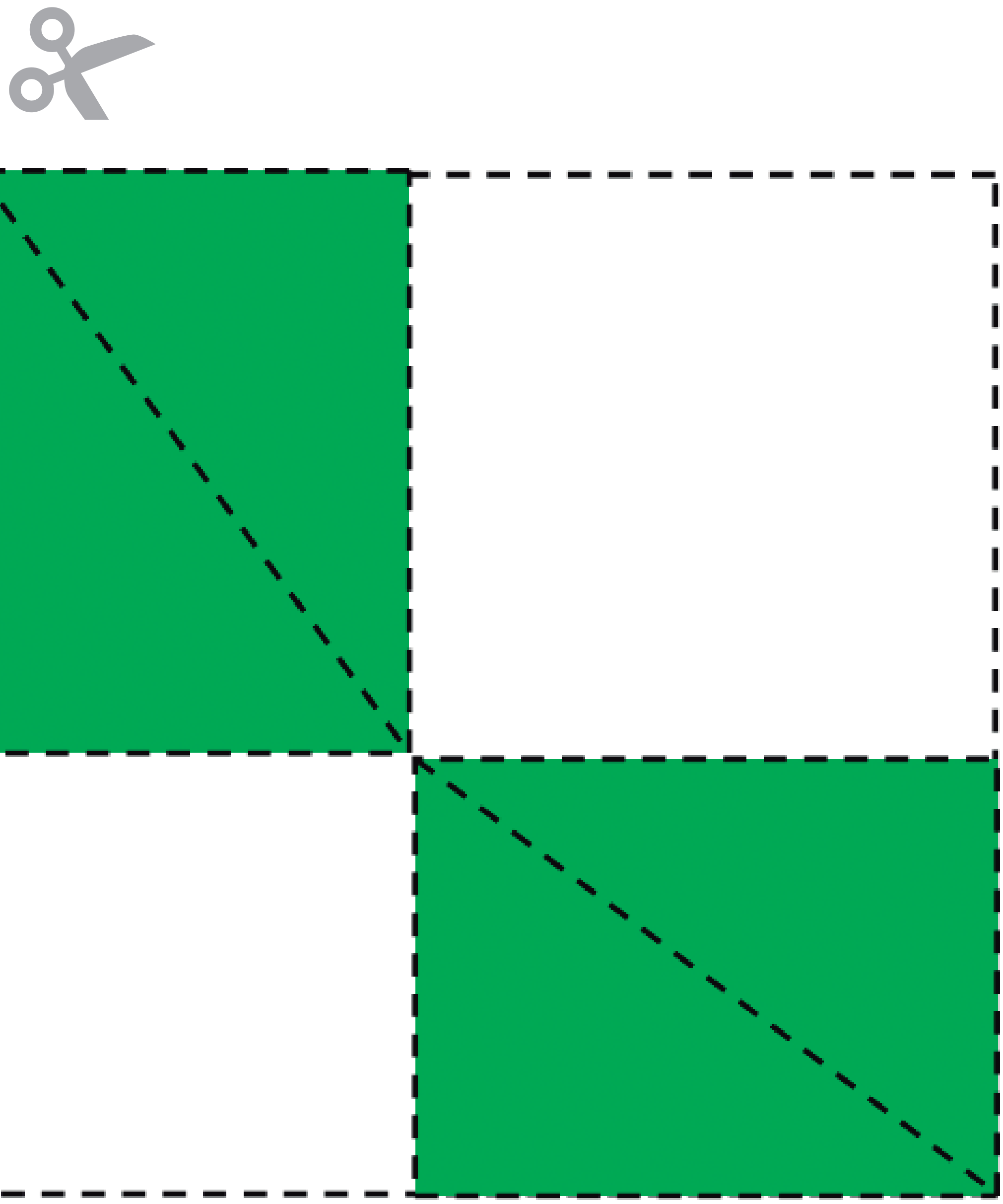
Alternativa (b)

• • • • •

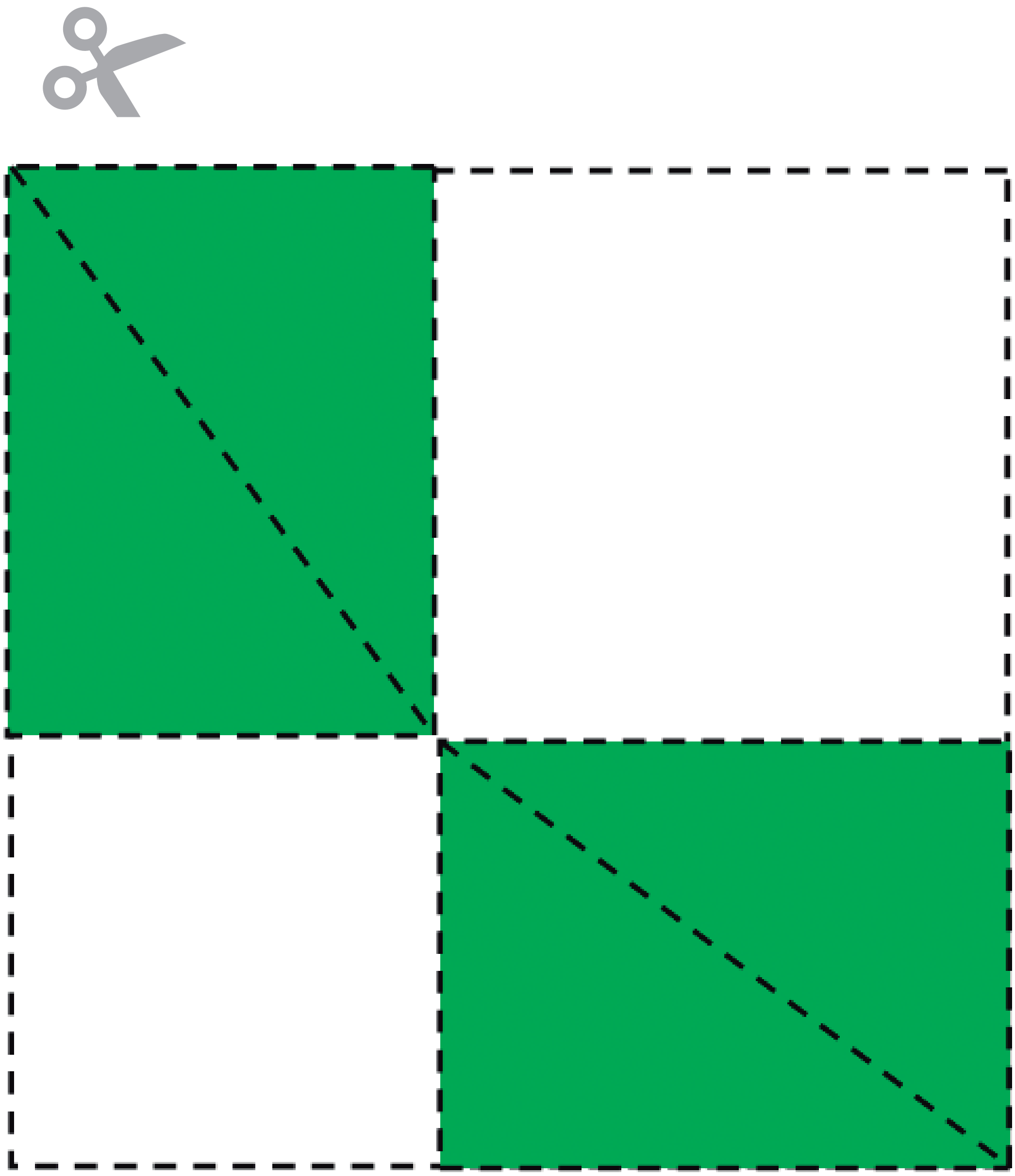
Professor

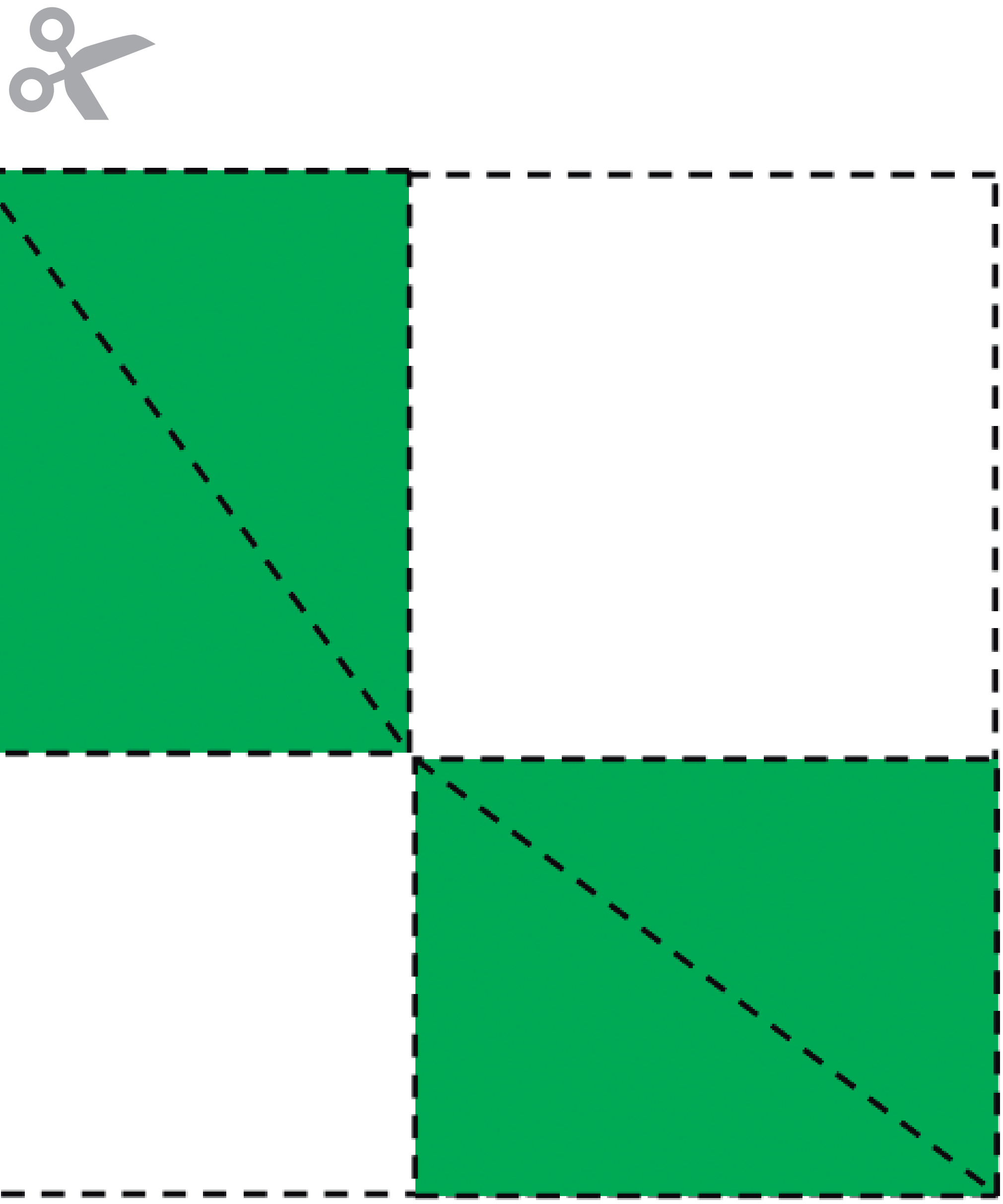
Quebra cabeça1: Um único quadrado Branco

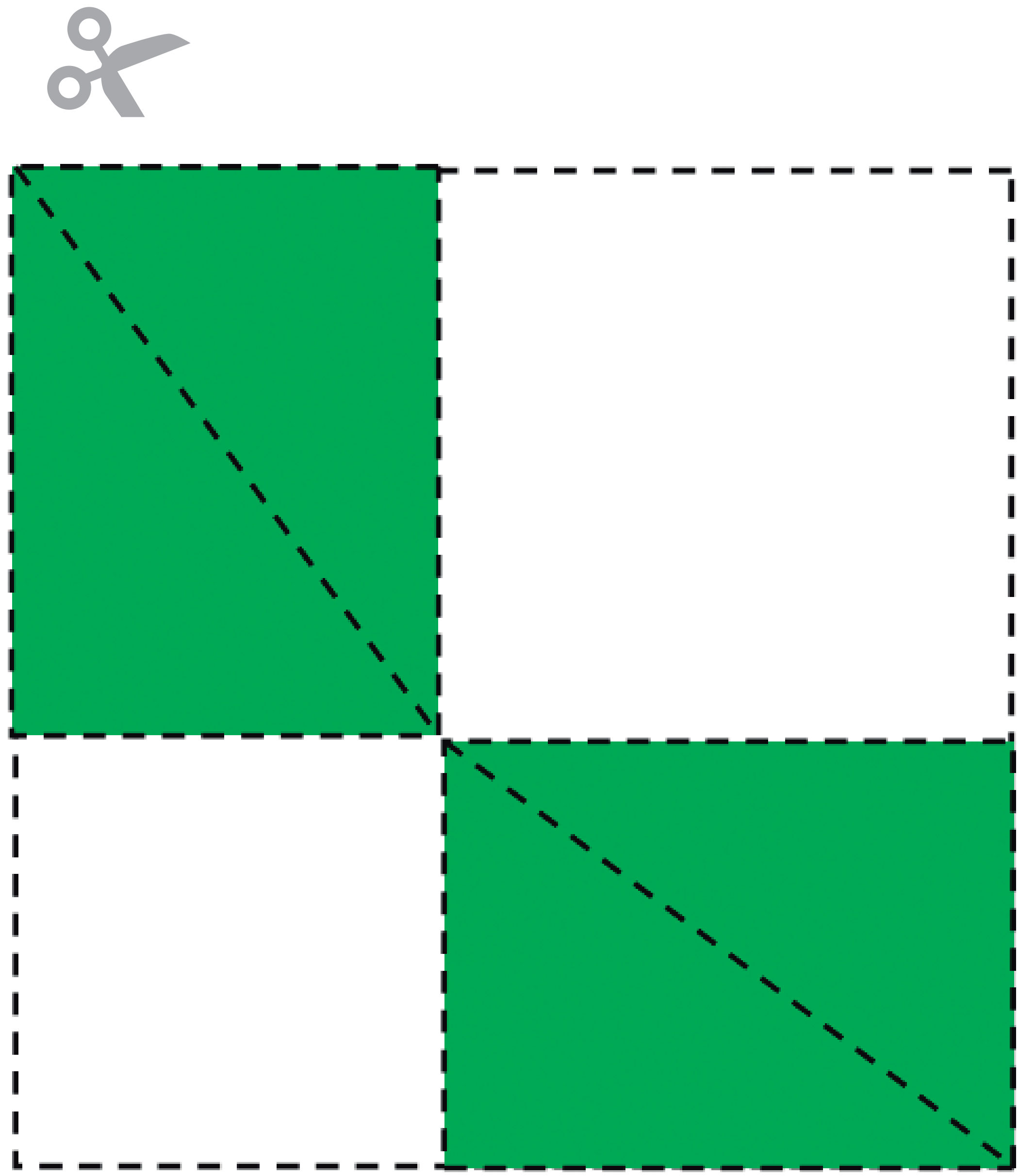




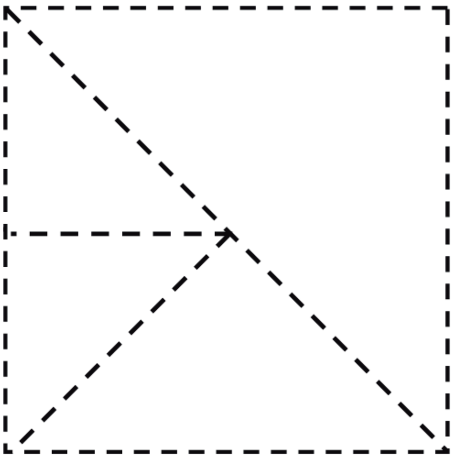
Anexo 1

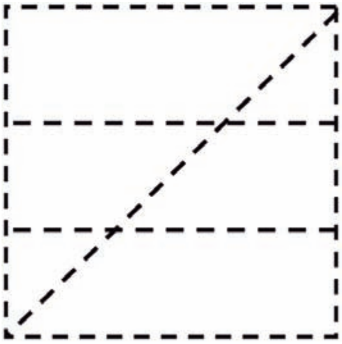




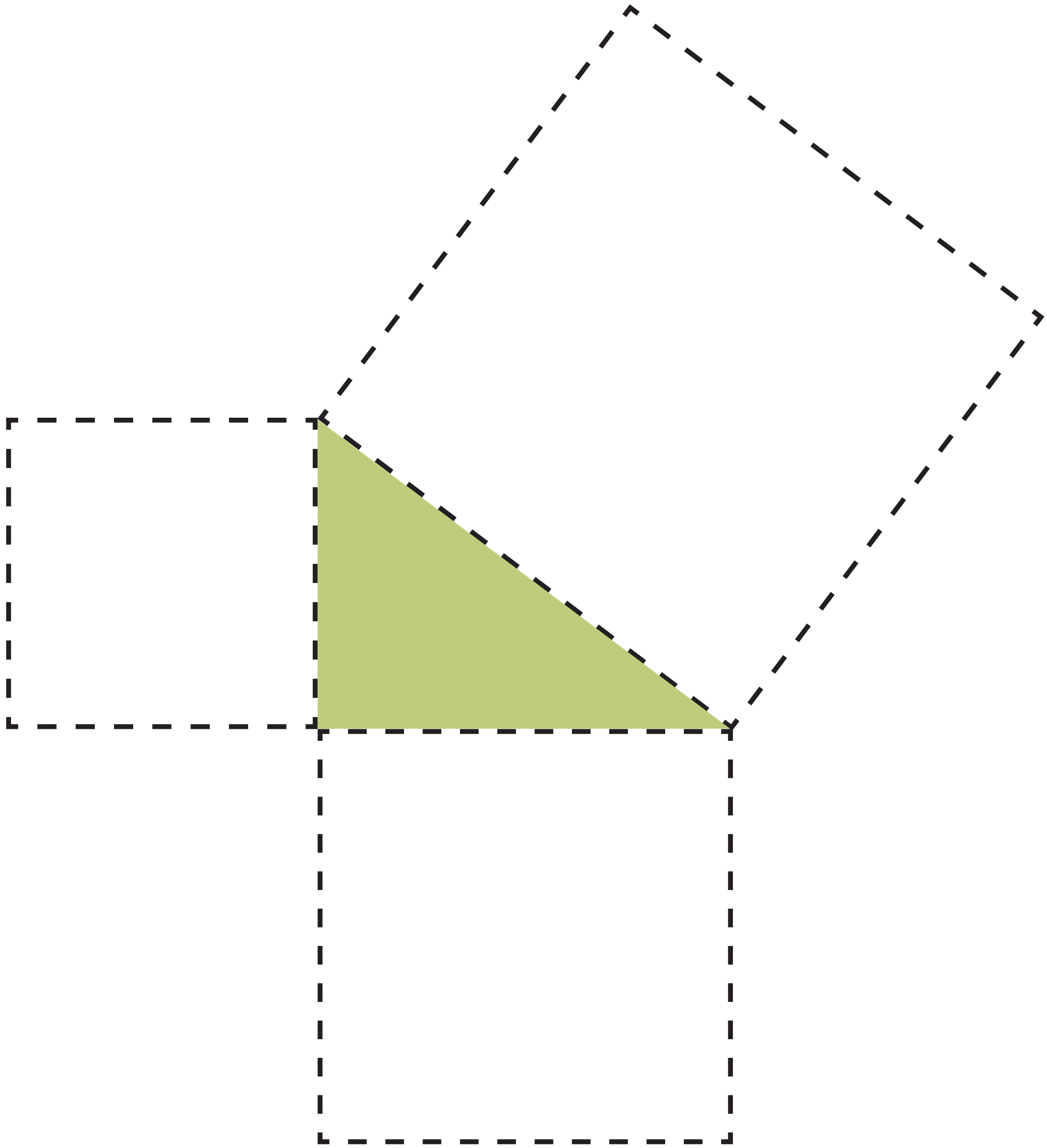


Quebra cabeças 2: encaixando o Teorema de Pitágoras

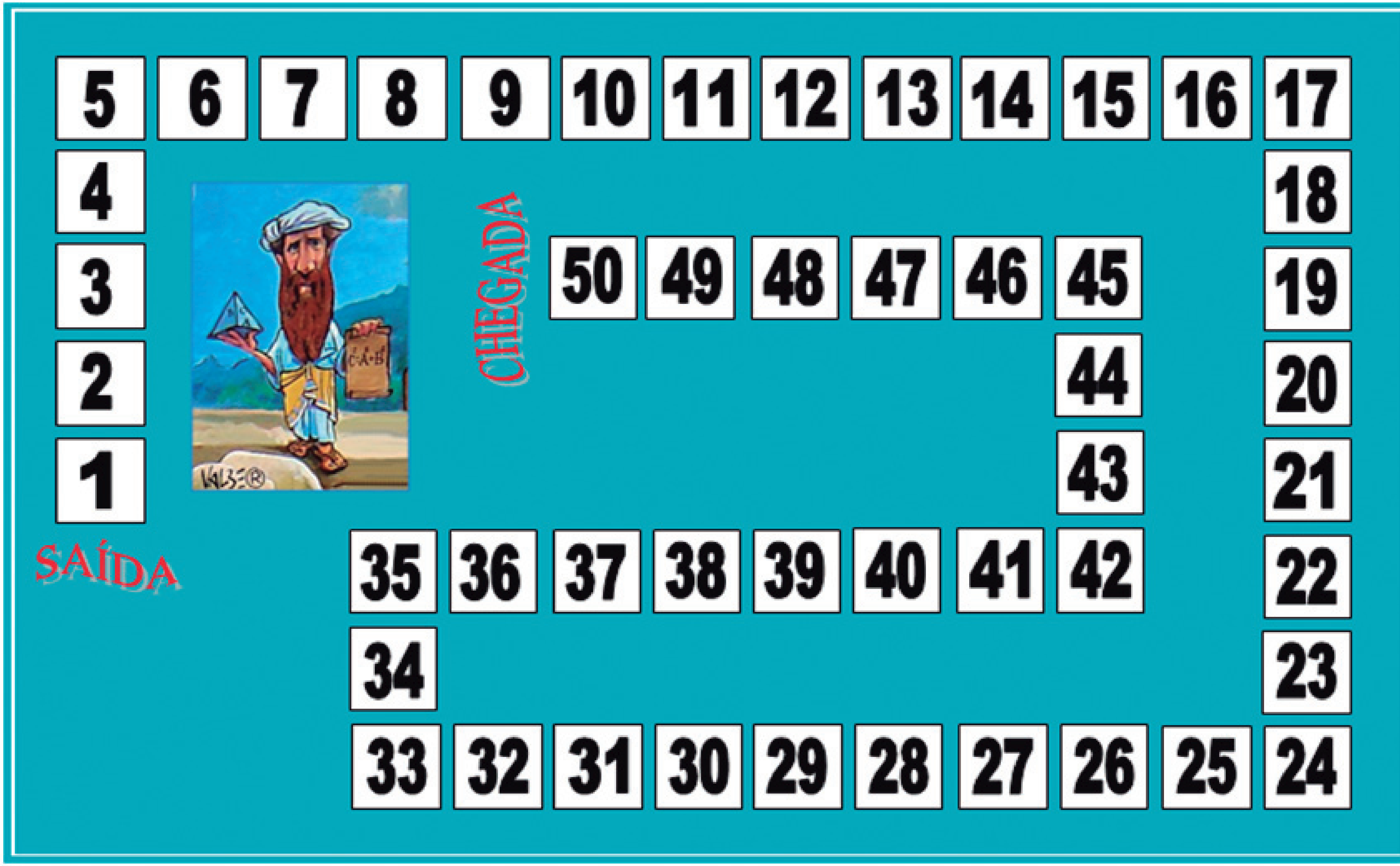


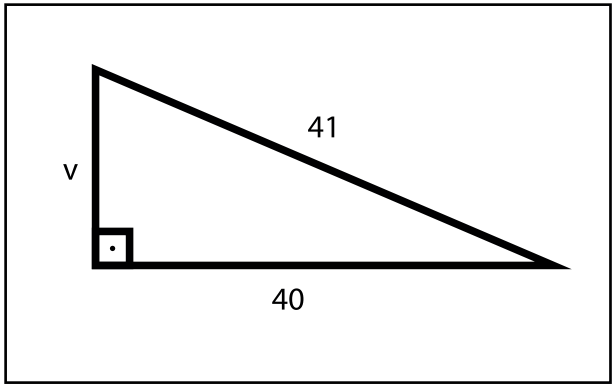


Anexo I

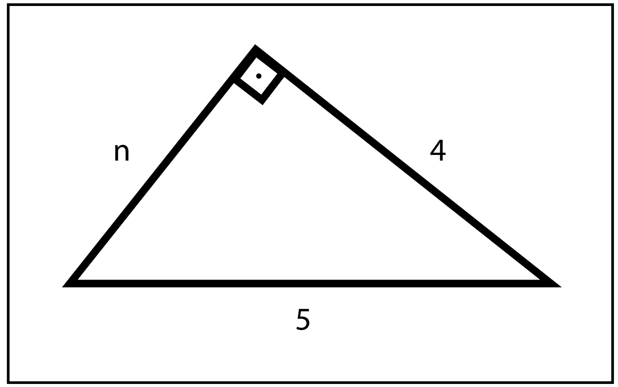


Tabuleiro Pitagórico

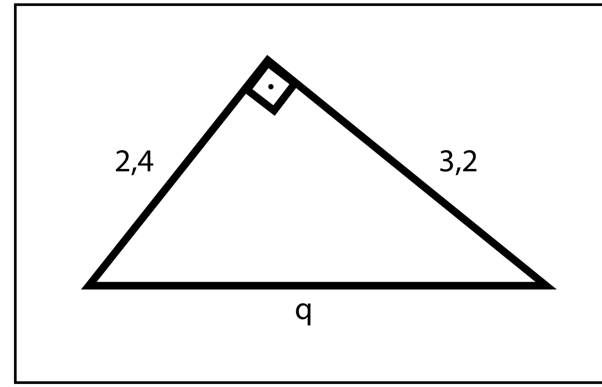

SAÍDA
CHEGADA
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50



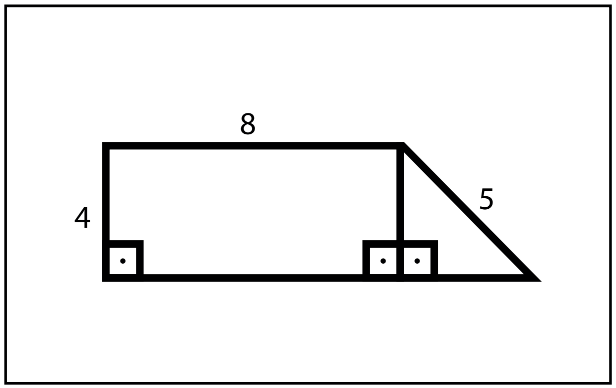
v
41
40



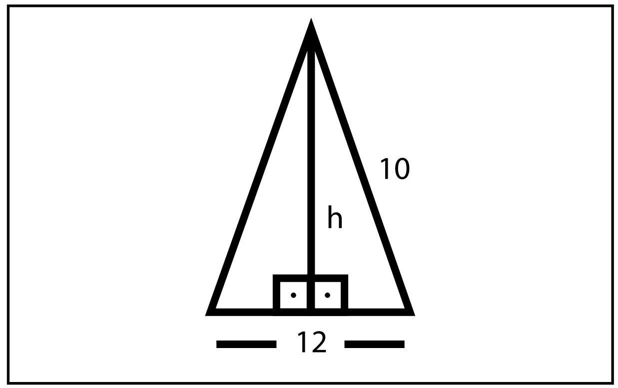
n
4
5



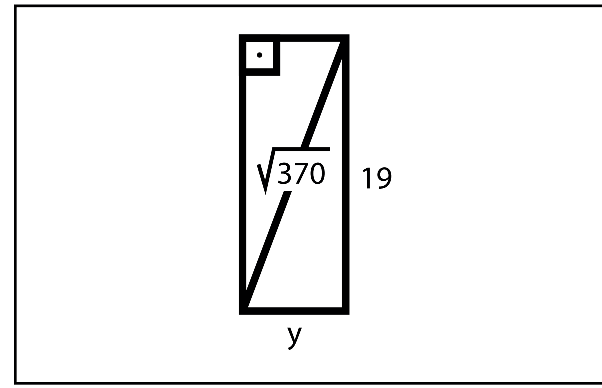
2,4
3,2
q



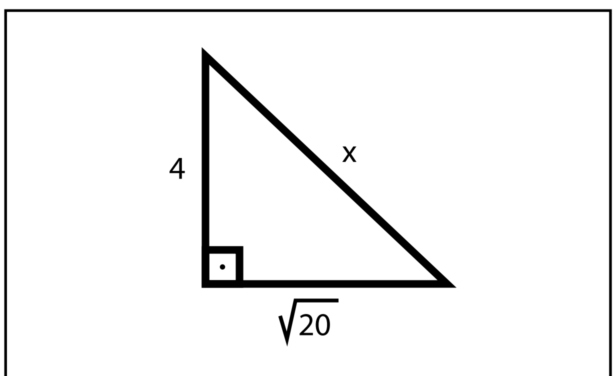
8
4
5



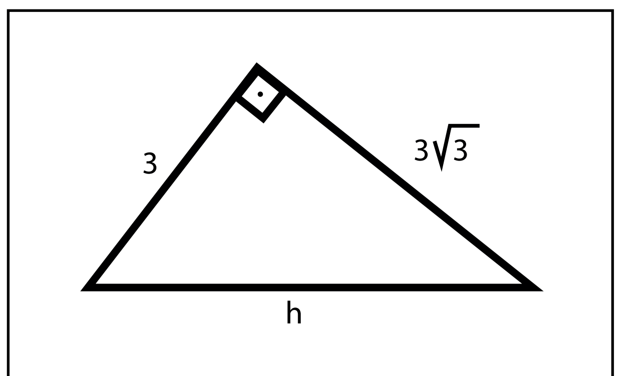
10
h
12



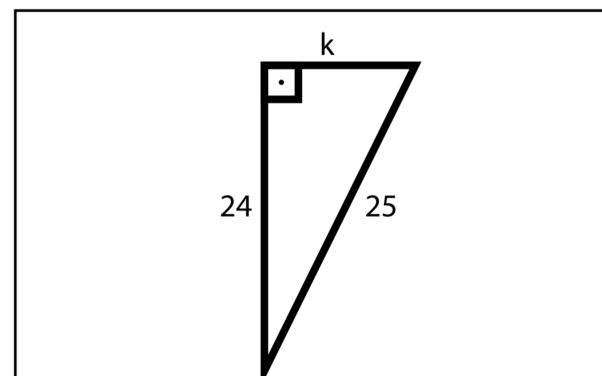
$\sqrt{370}$
19
y



4
x
$\sqrt{20}$

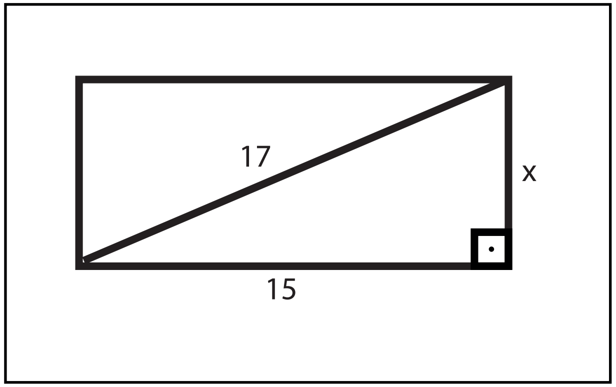


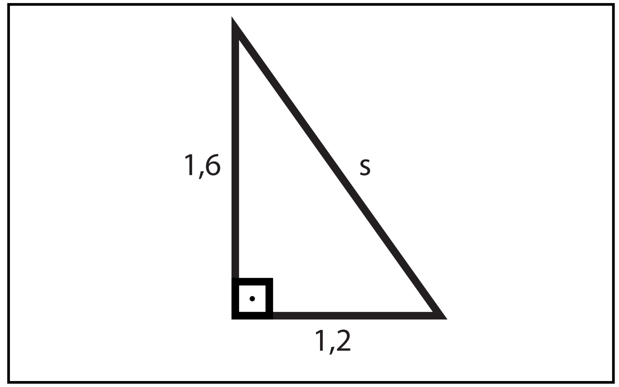
3
$3\sqrt{3}$
h

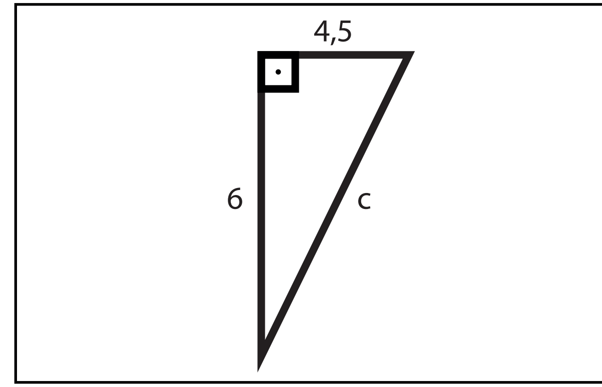


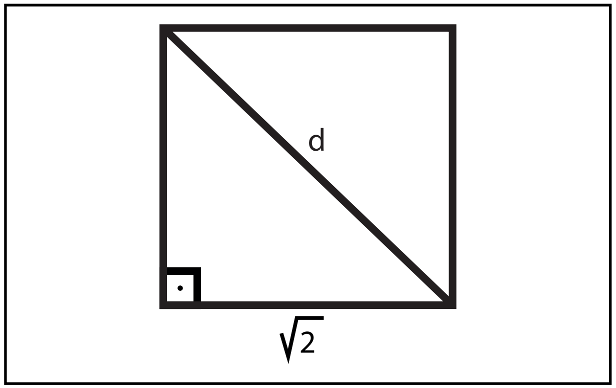
k
24
25

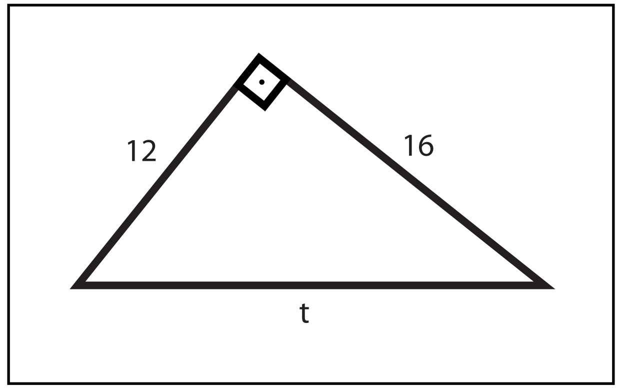
Anexo I

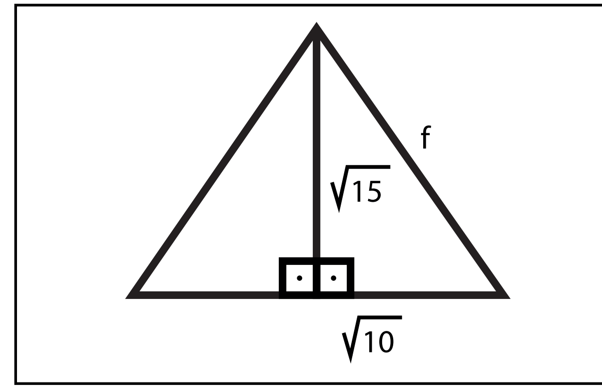

17
x
15

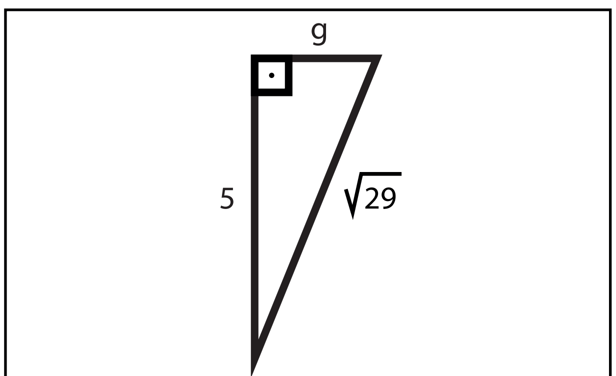

1,6
s
1,2

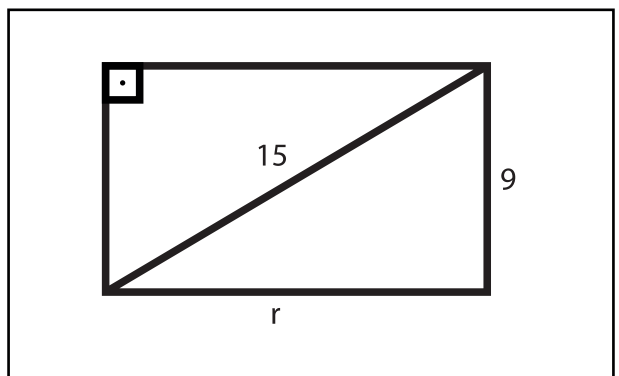

4,5
6
c

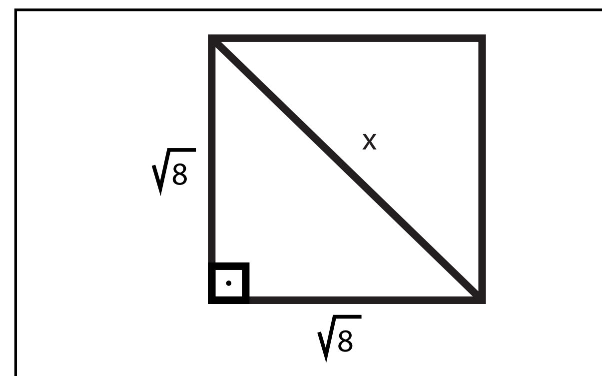

d
$\sqrt{2}$


12
16
t

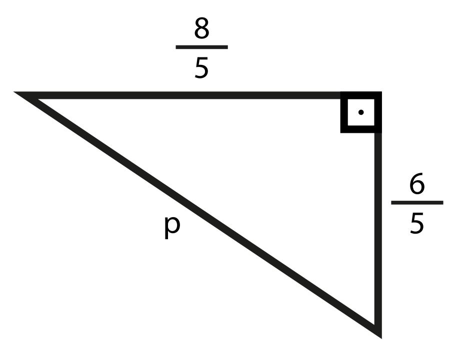

f
$\sqrt{15}$
$\sqrt{10}$


g
5
$\sqrt{29}$

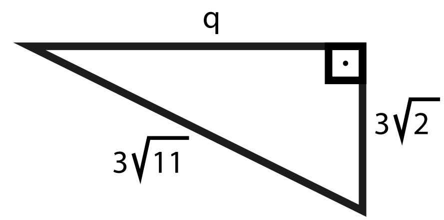

15
9
r


x
$\sqrt{8}$
$\sqrt{8}$

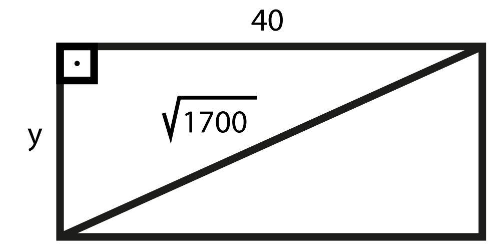
Anexo I



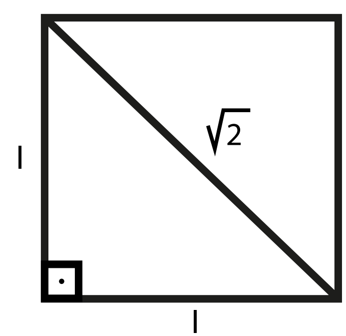
$\frac{8}{5}$
$\frac{6}{5}$
p



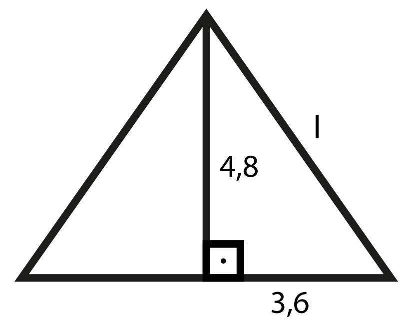
q
$3\sqrt{2}$
$3\sqrt{11}$



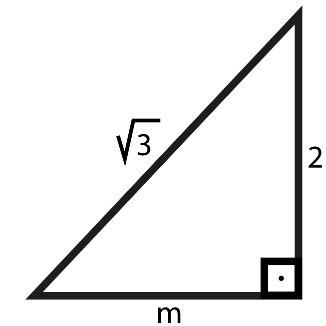
40
y
$\sqrt{1700}$



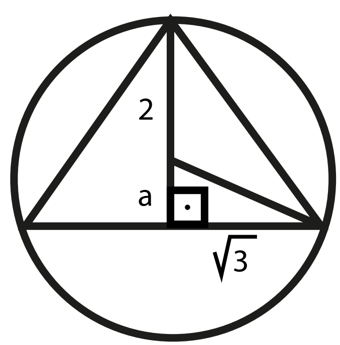
l
$\sqrt{2}$
l



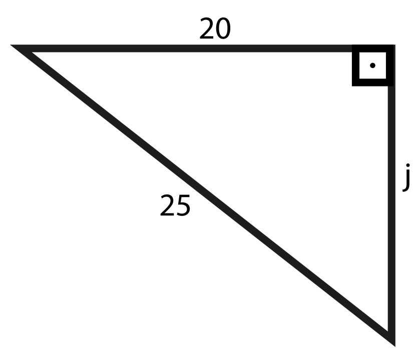
l
4,8
3,6



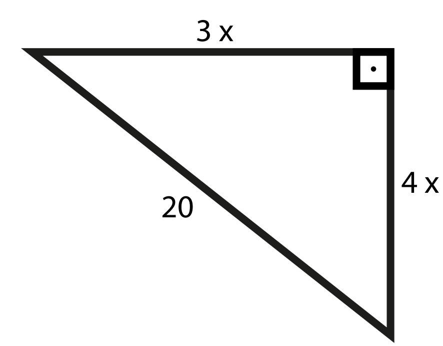
$\sqrt{3}$
2
m



2
a
$\sqrt{3}$

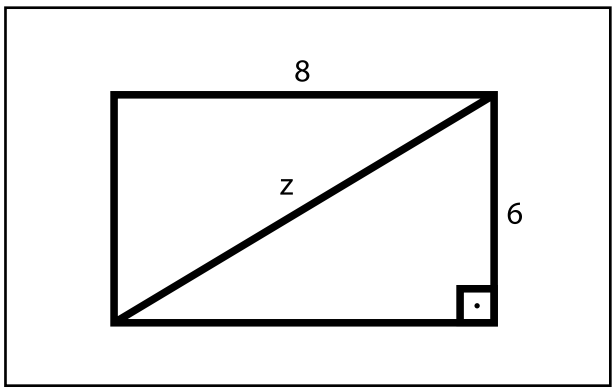


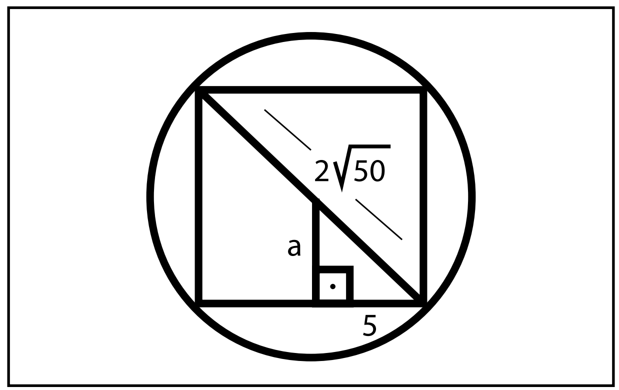
20
j
25

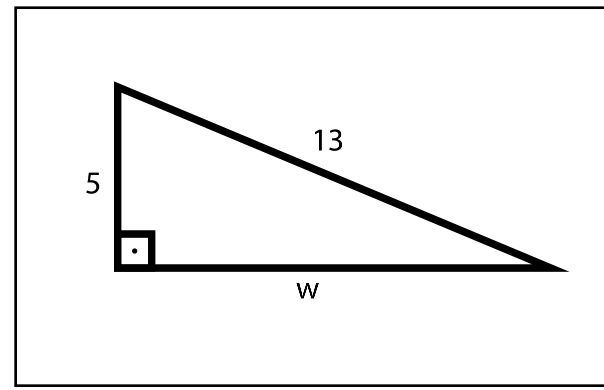


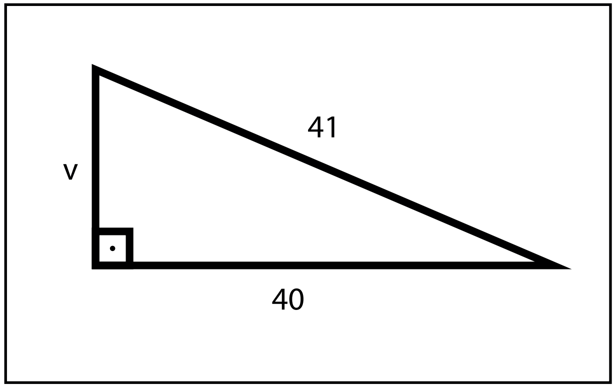
3 x
4 x
20

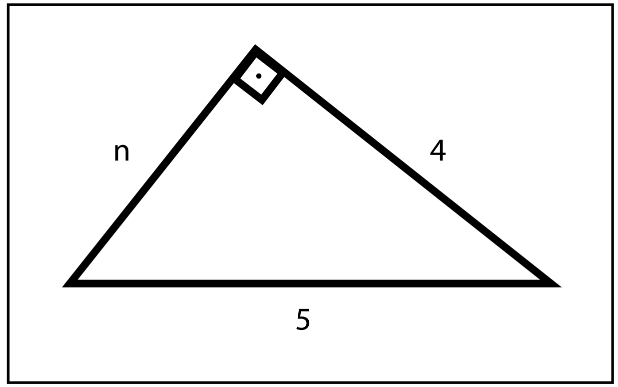
Anexo I

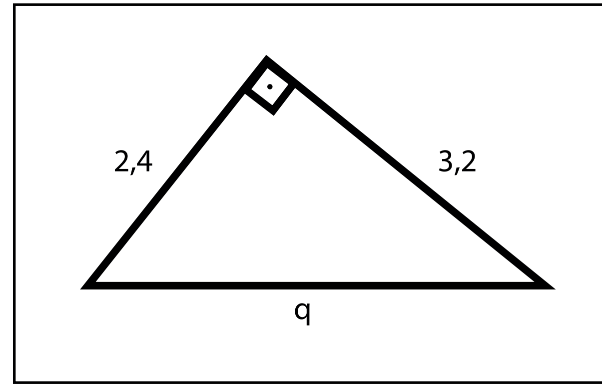

8
z
6

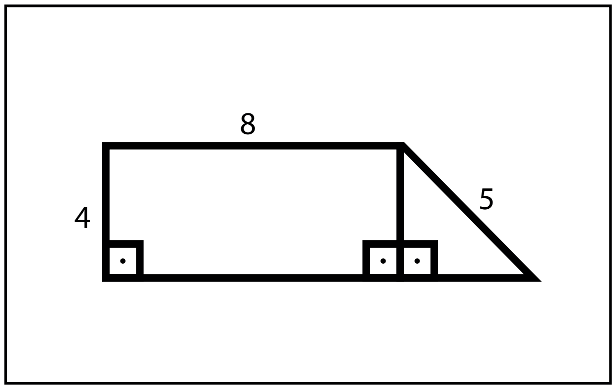

2√50
a
5

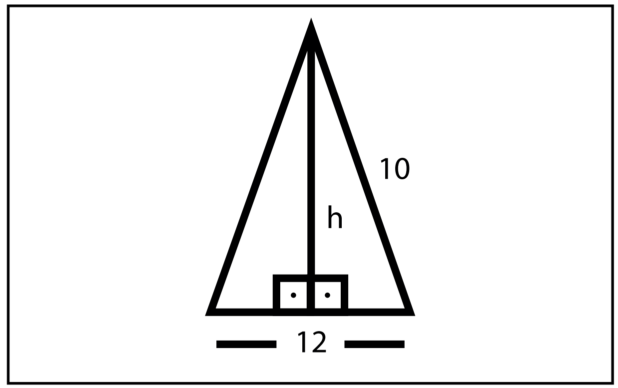

13
5
w

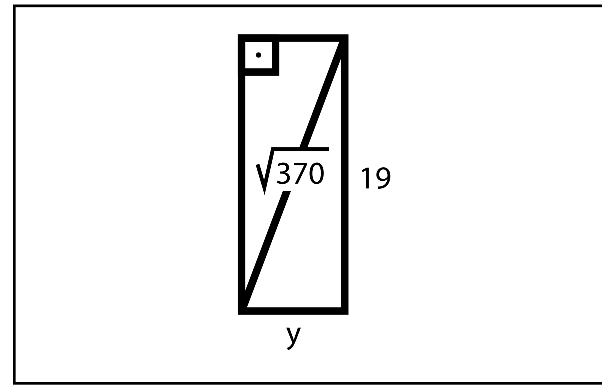


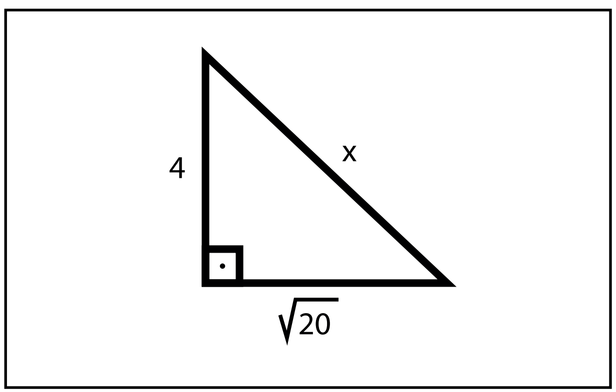


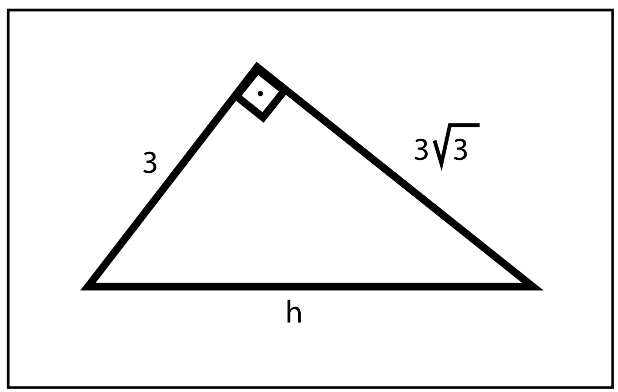


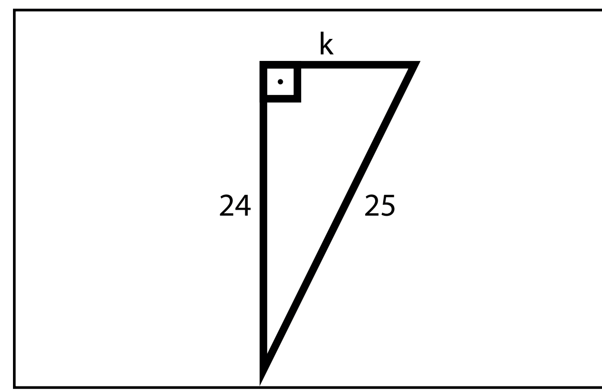




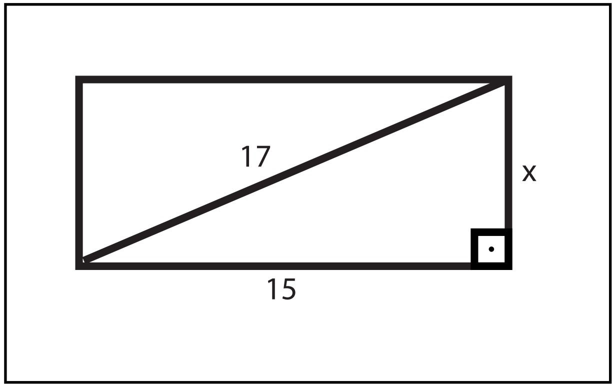


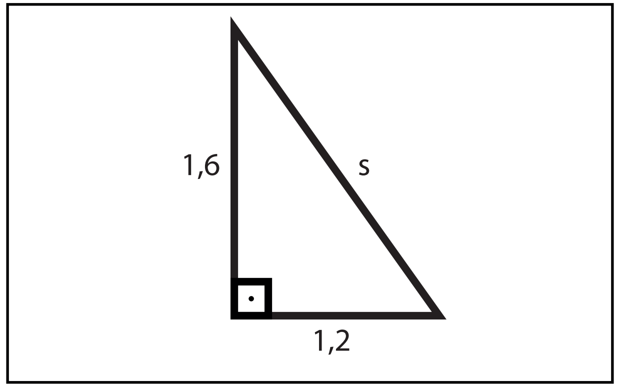


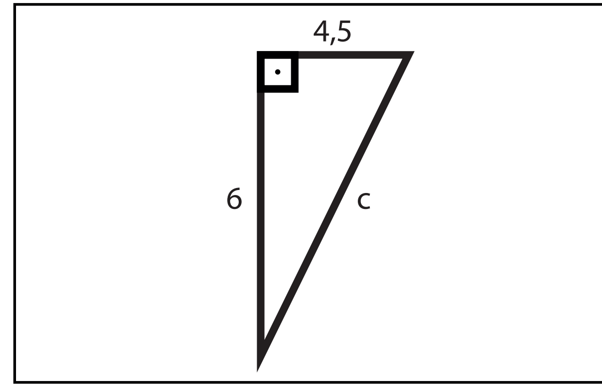


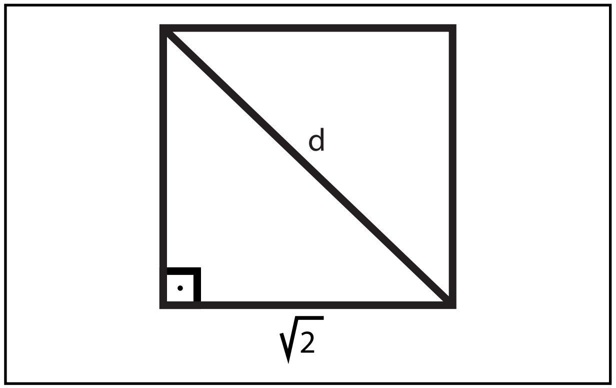


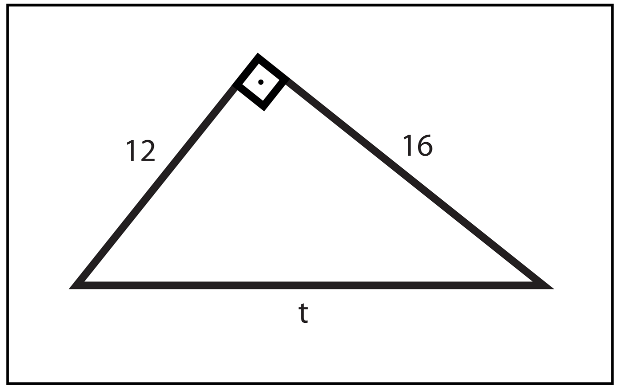
Anexo I

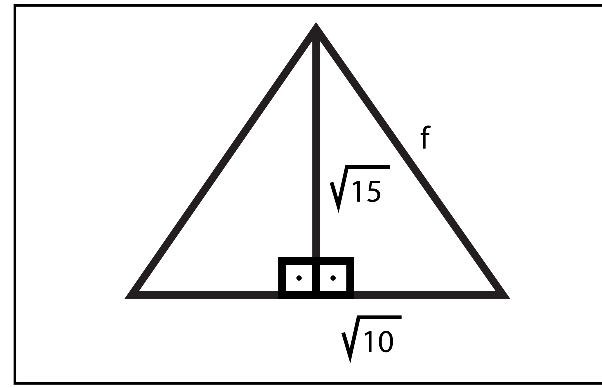


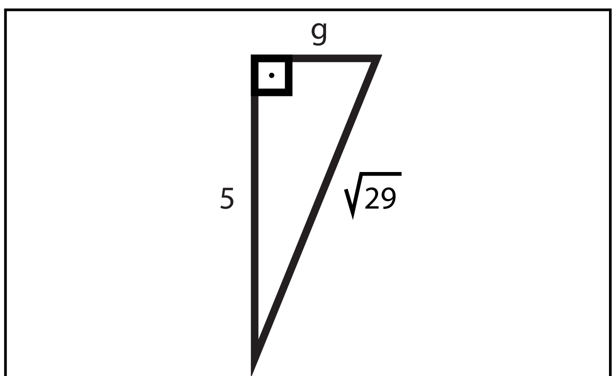


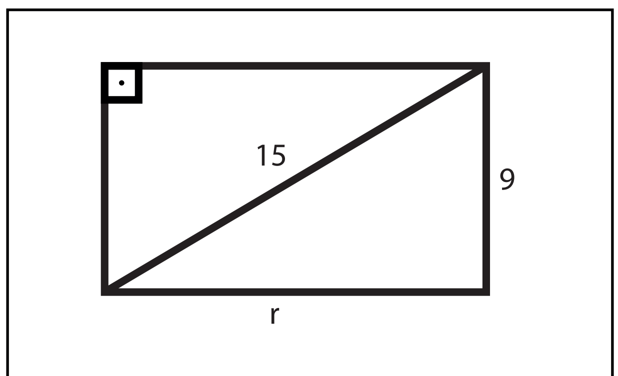


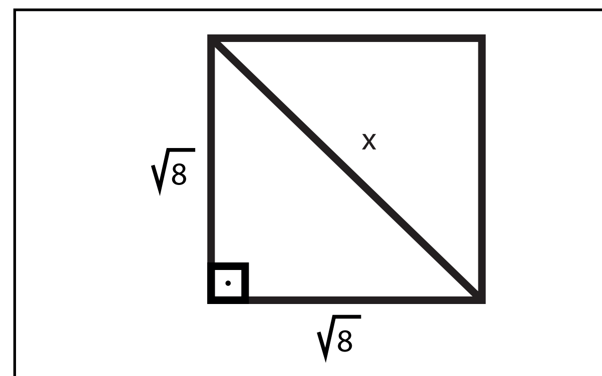




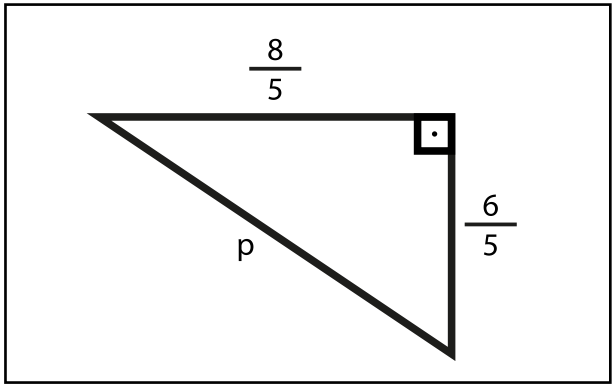


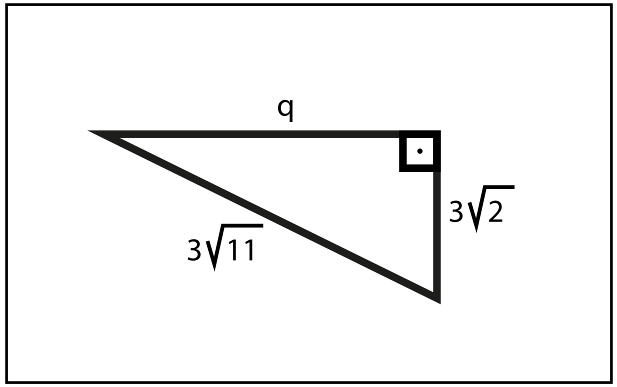


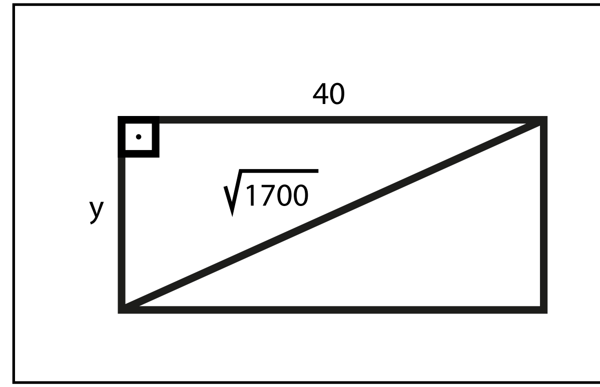


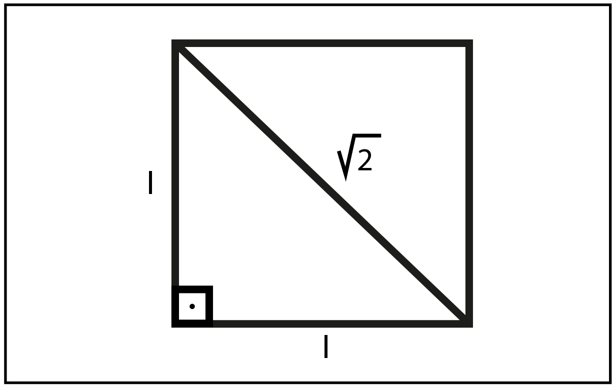


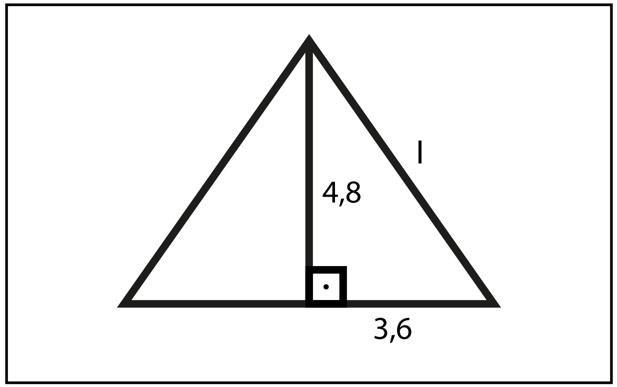
Anexo I

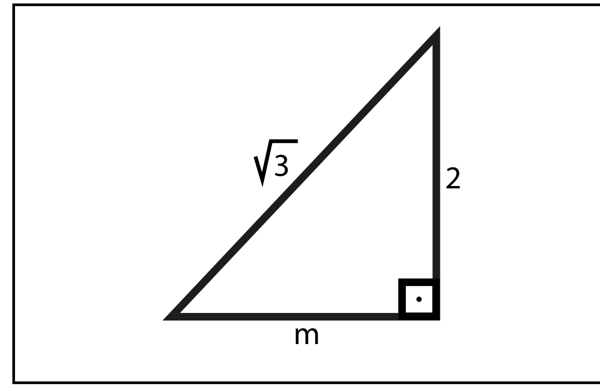


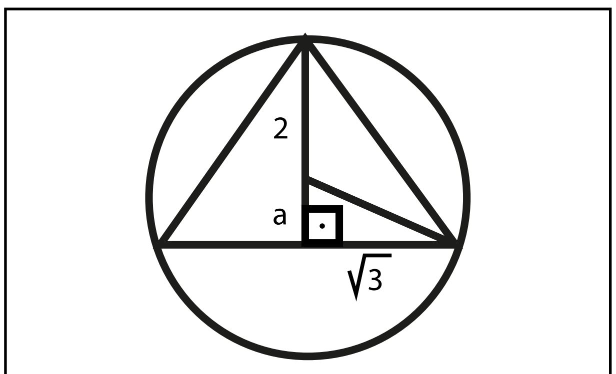


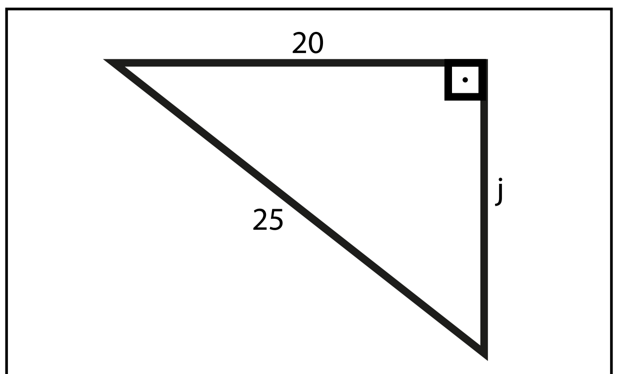


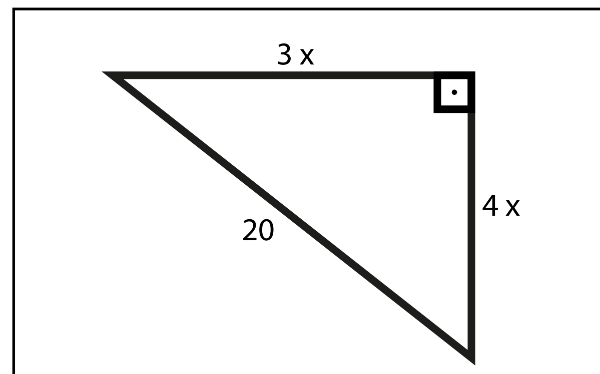




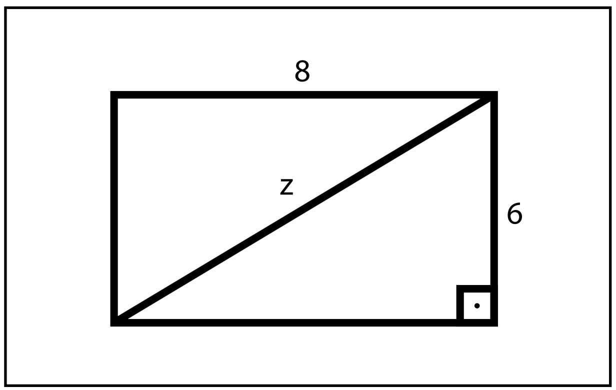


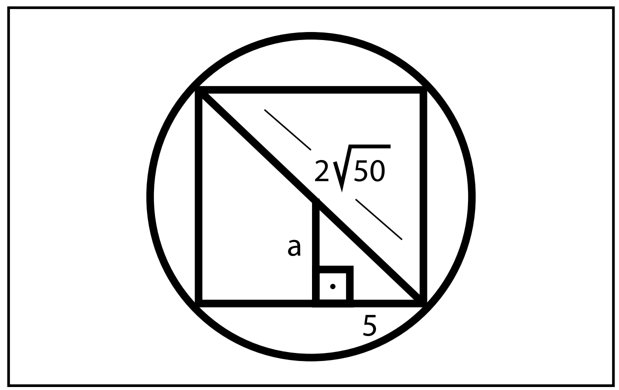


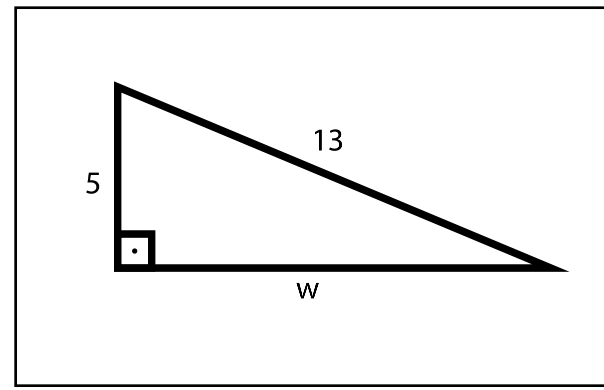




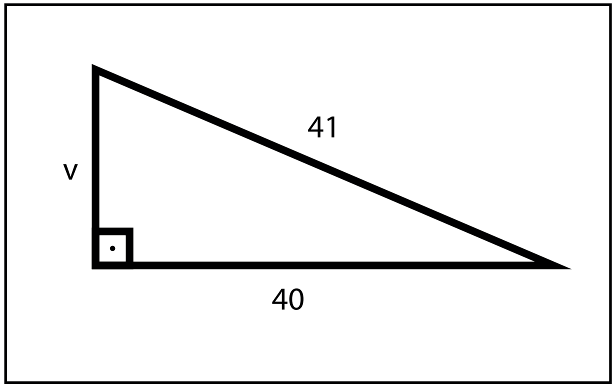
Anexo I



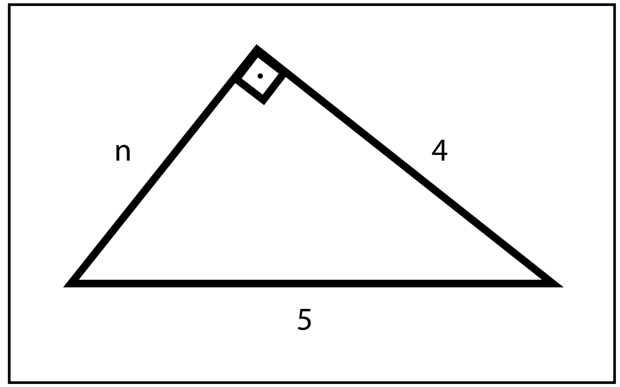




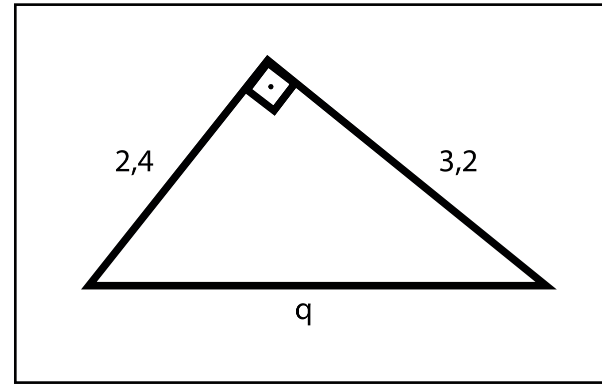
Anexo I



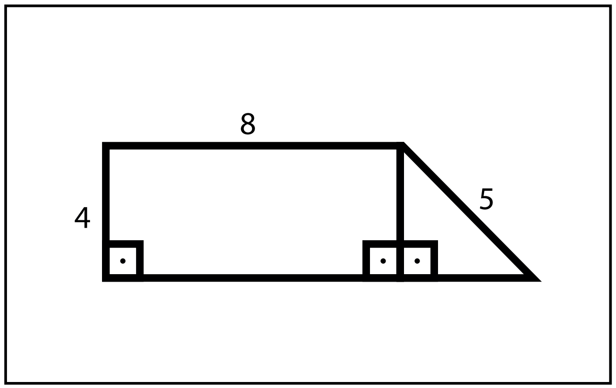
v
41
40



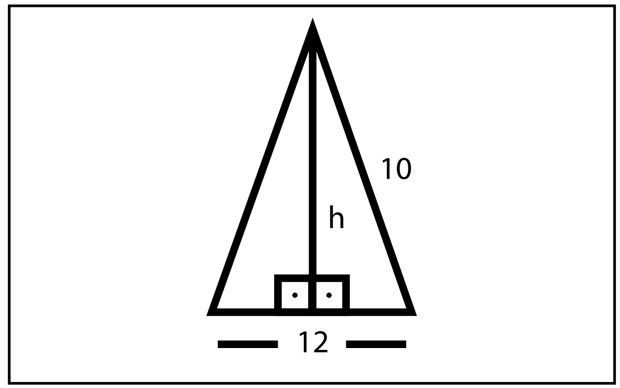
n
4
5



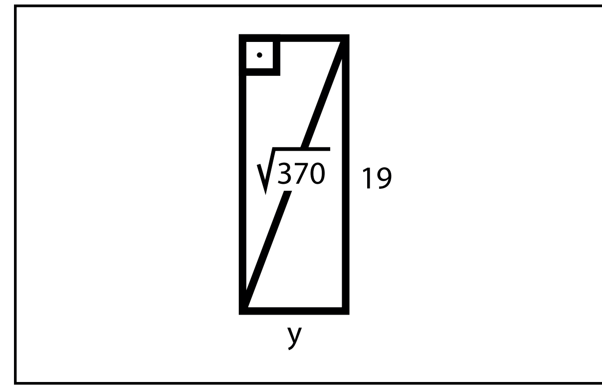
2,4
3,2
q



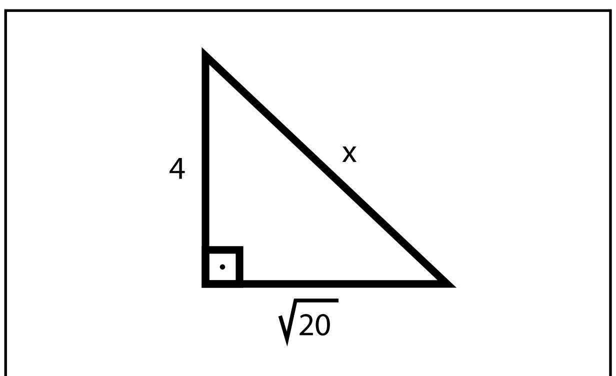
8
4
5



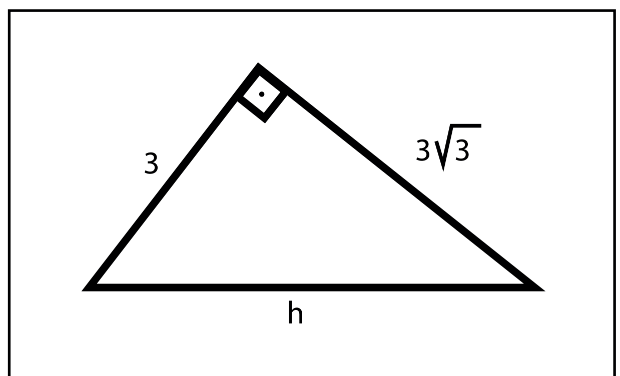
10
h
12



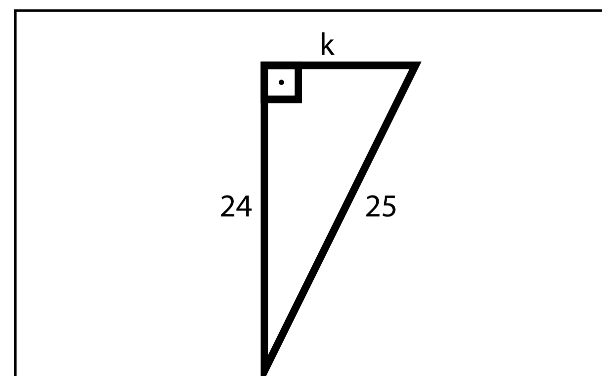
$\sqrt{370}$
19
y



4
x
$\sqrt{20}$

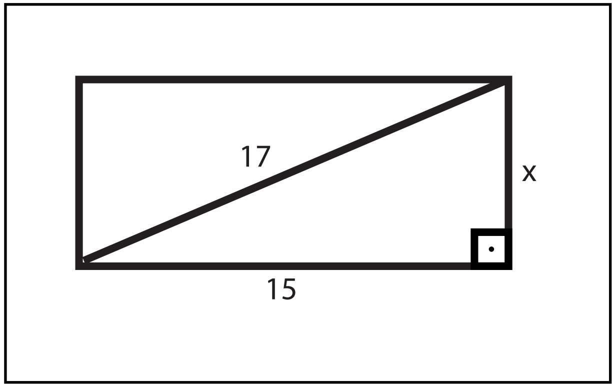


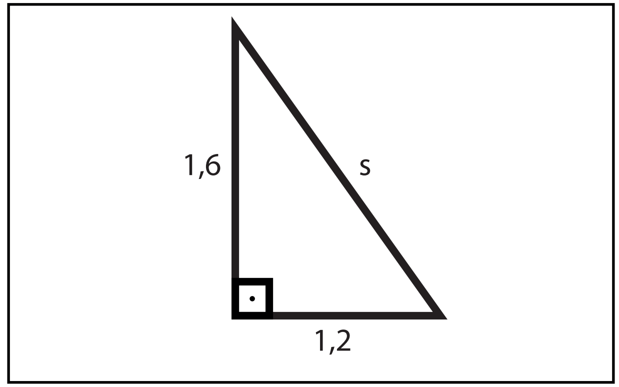
3
$3\sqrt{3}$
h

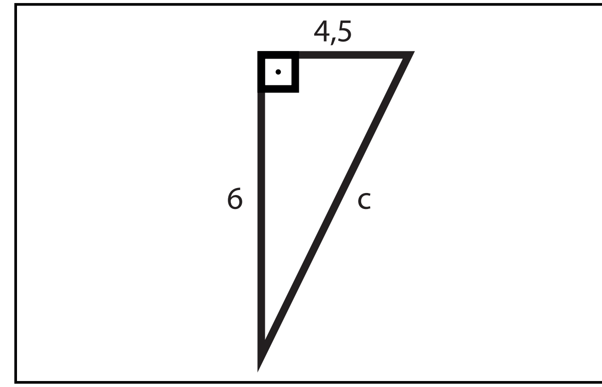


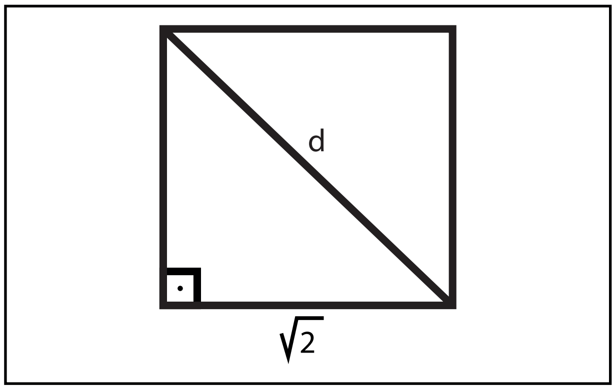
k
24
25

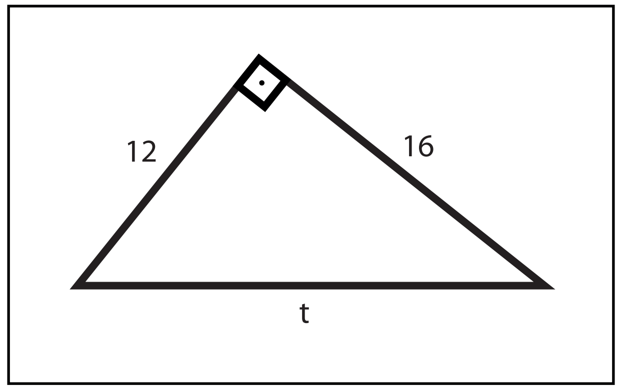
Anexo I

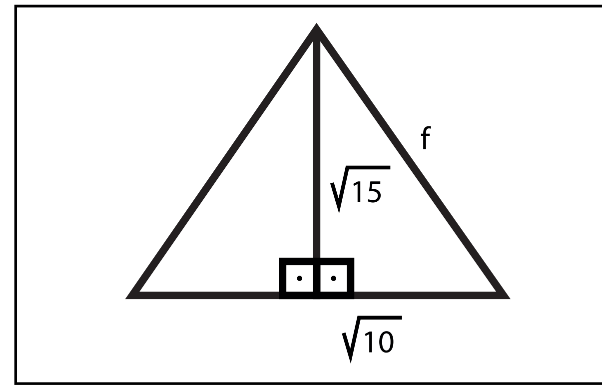


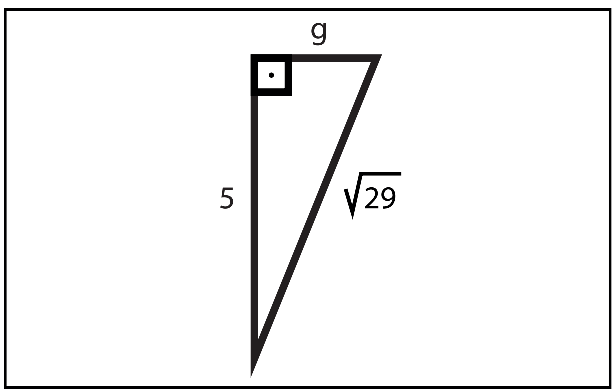


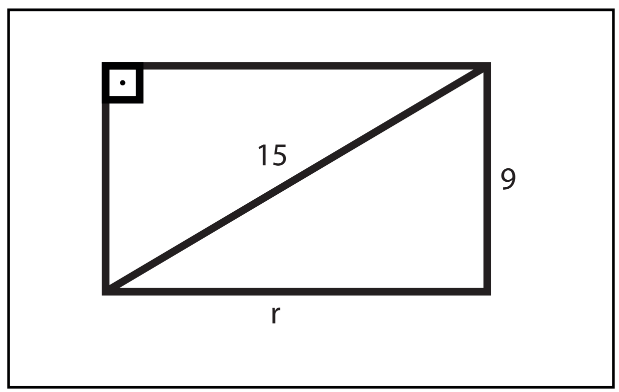


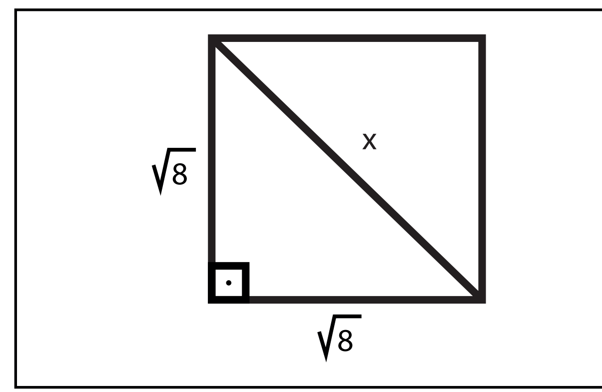




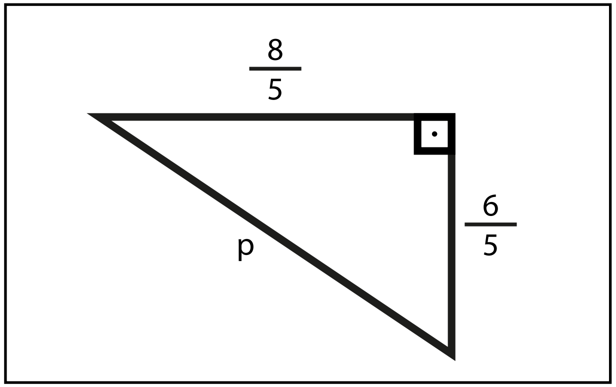


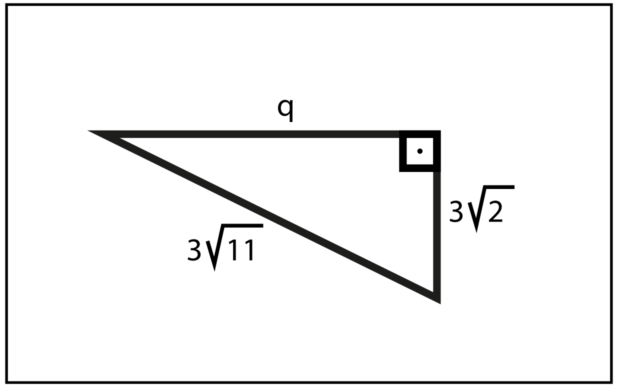


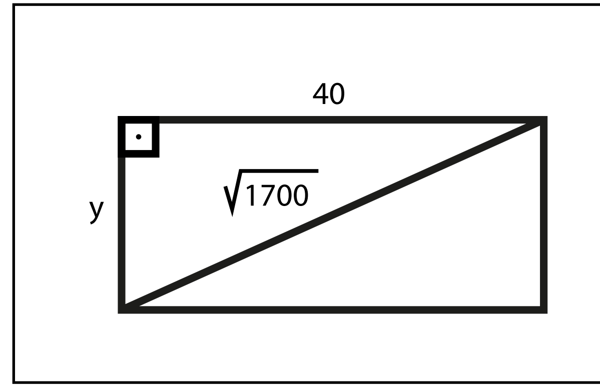


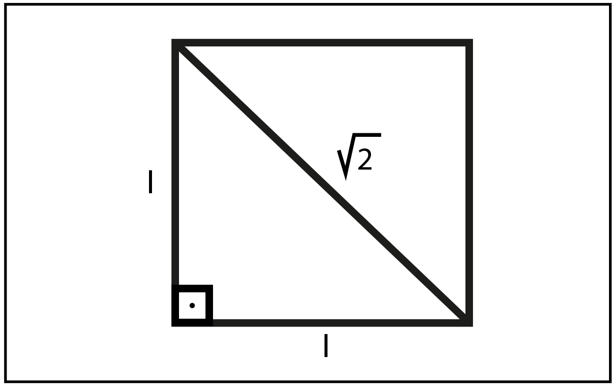


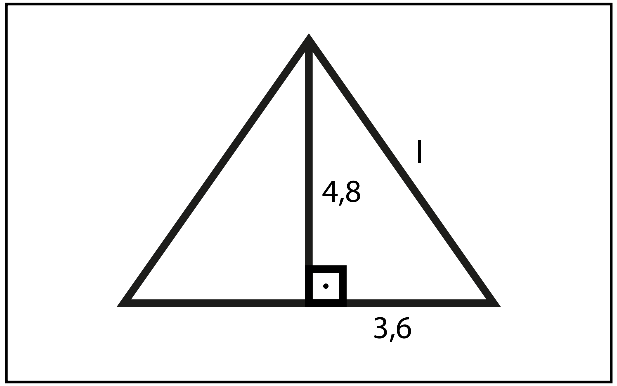
Anexo I

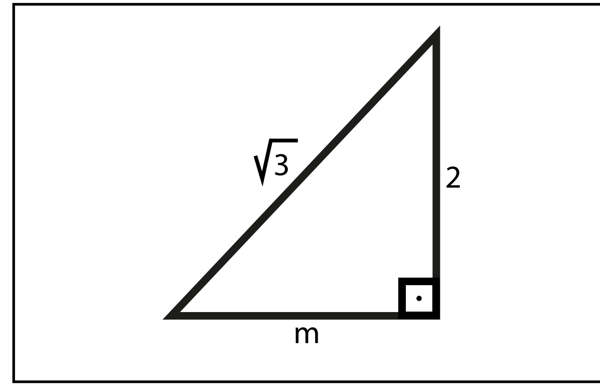

$\frac{8}{5}$
$\frac{6}{5}$
p

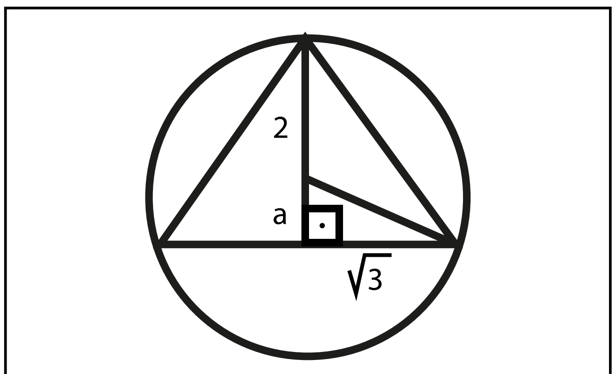

q
$3\sqrt{2}$
$3\sqrt{11}$

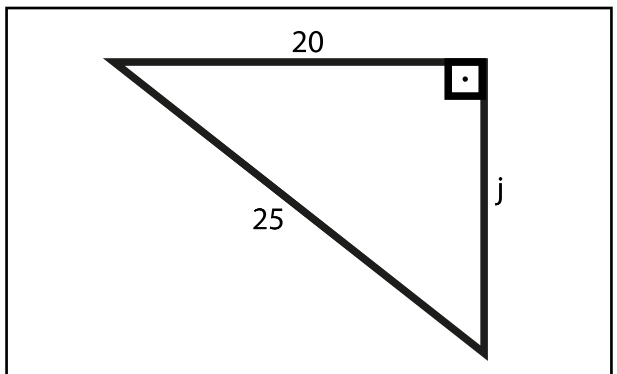

40
y
$\sqrt{1700}$

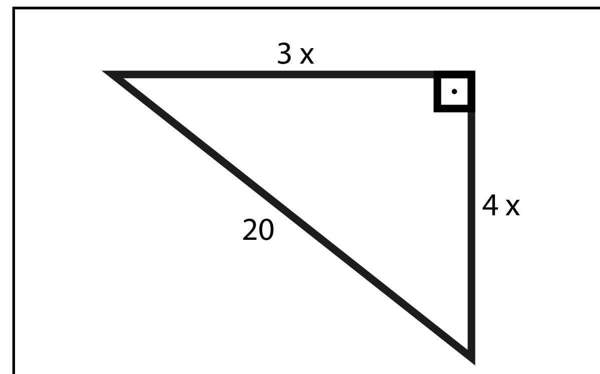

l
$\sqrt{2}$
l


l
4,8
3,6

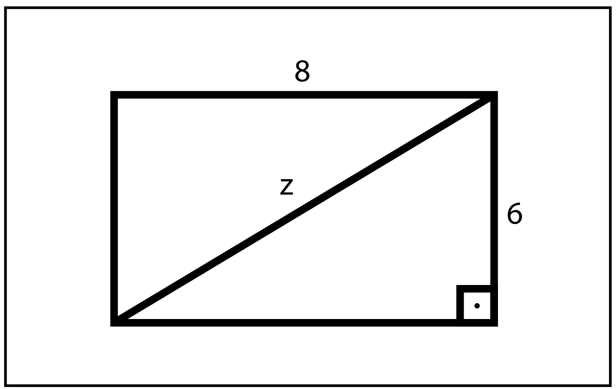

$\sqrt{3}$
2
m

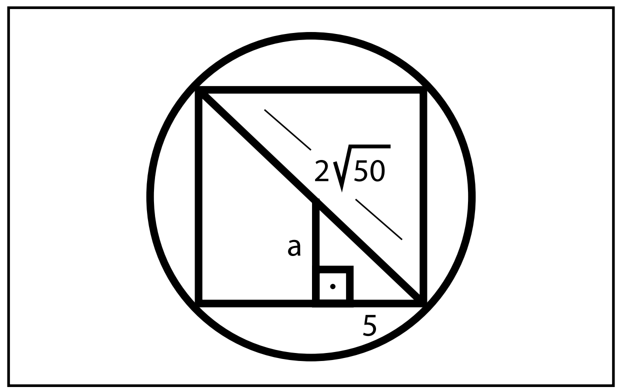

2
a
$\sqrt{3}$

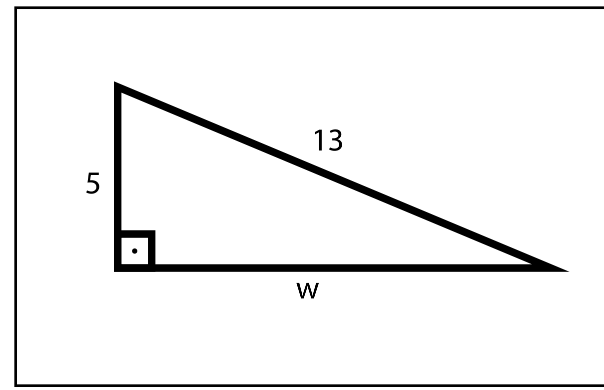

20
j
25

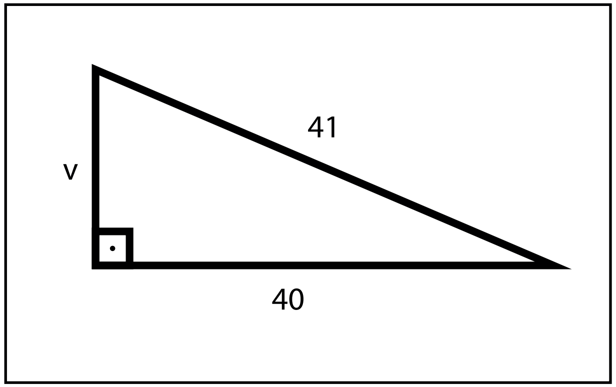

3 x
4 x
20

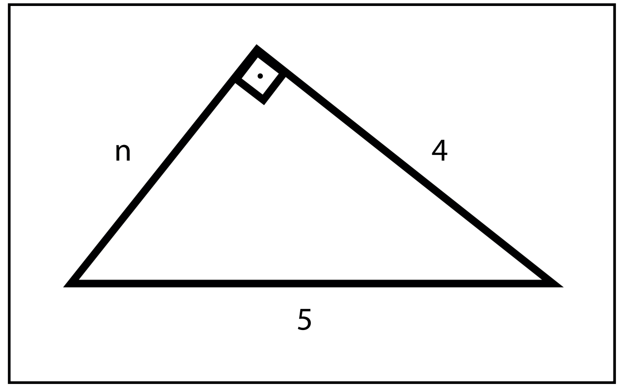
Anexo I

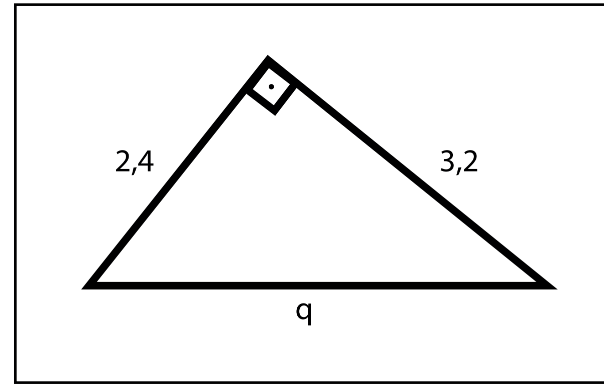

8
z
6

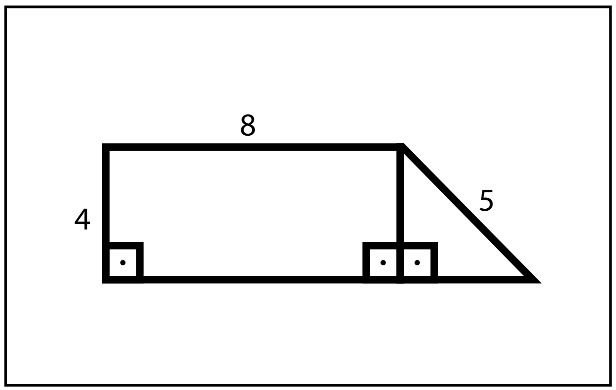

$2\sqrt{50}$
a
5

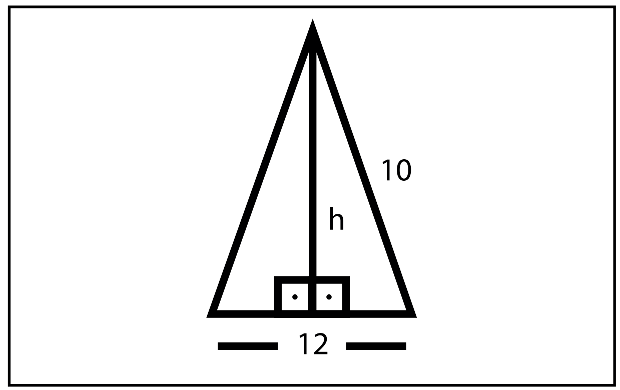

13
5
w

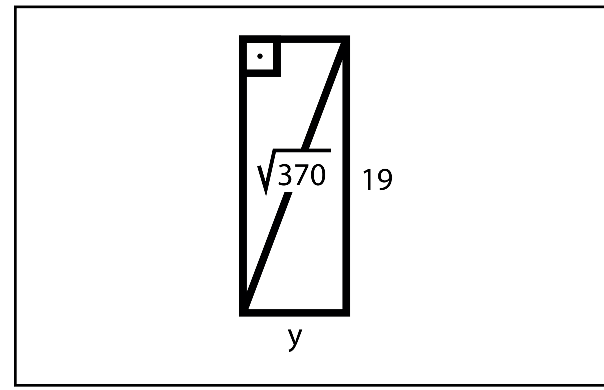

v
41
40

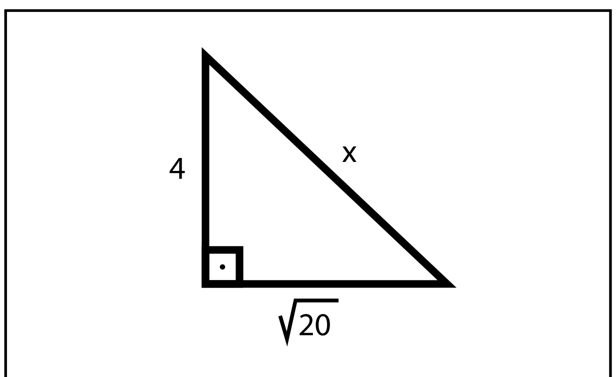

n
4
5

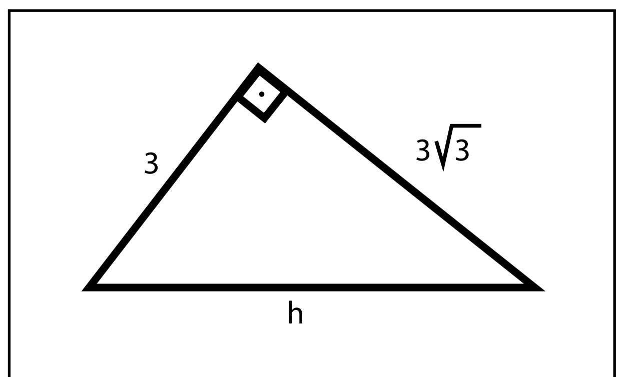

2,4
3,2
q

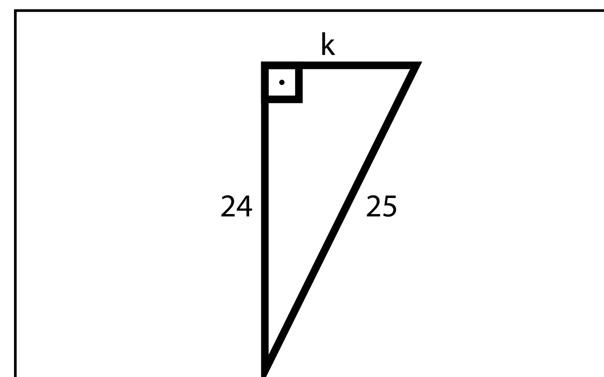

8
4
5

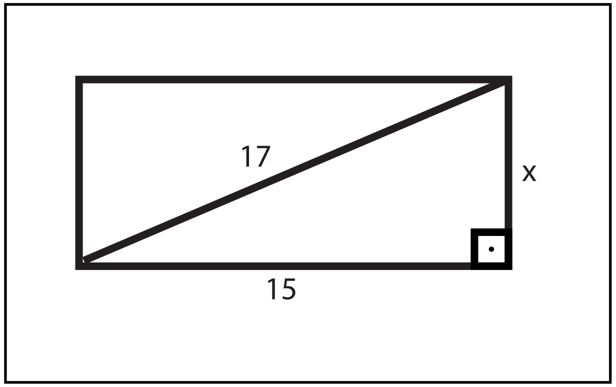

10
h
12

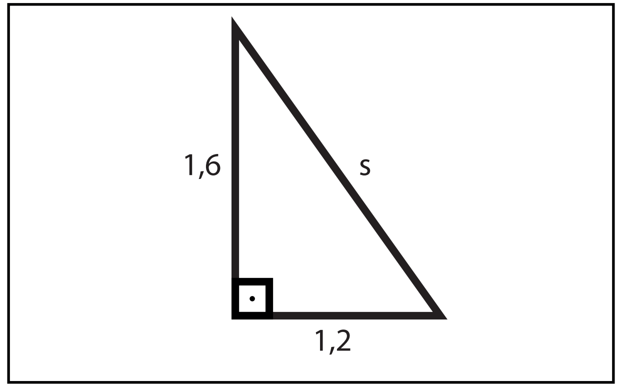

√370
19
y

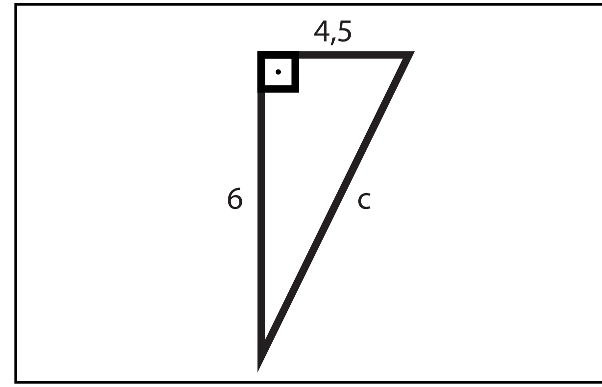

4
x
√20

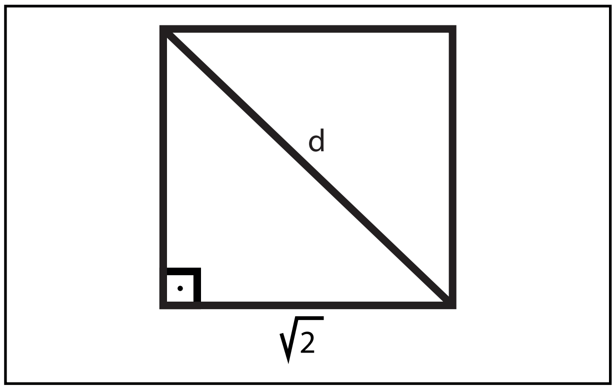

3
3√3
h

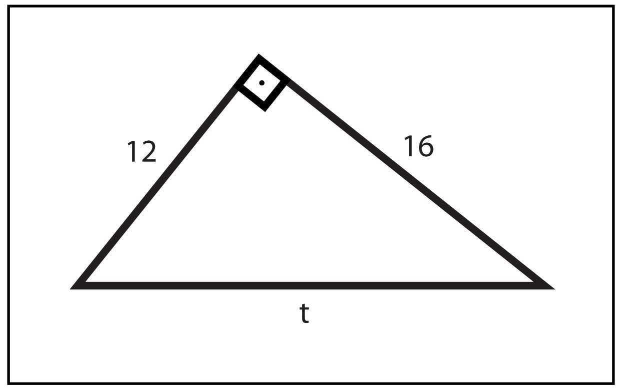

k
24
25

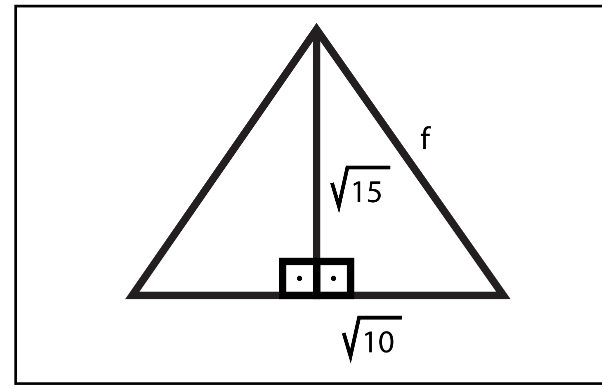


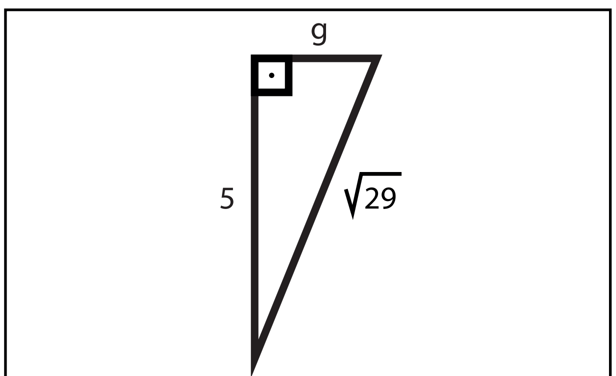


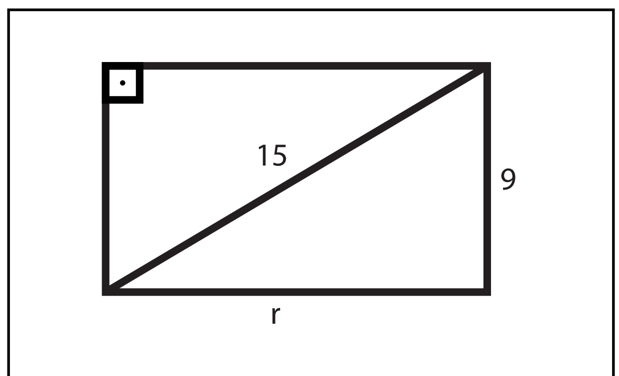


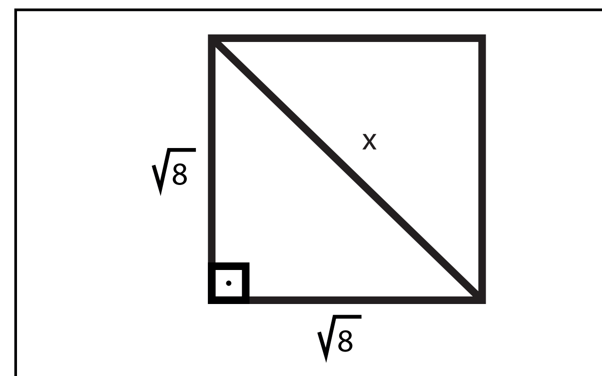




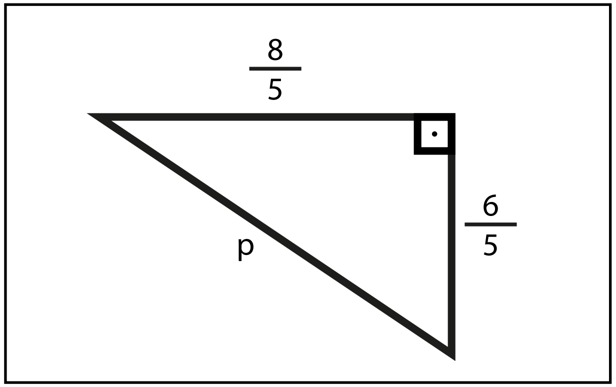


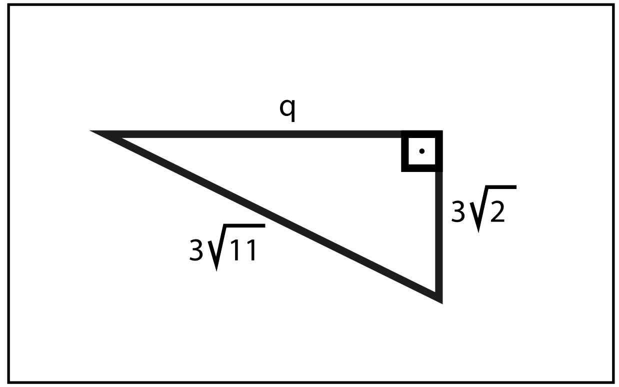


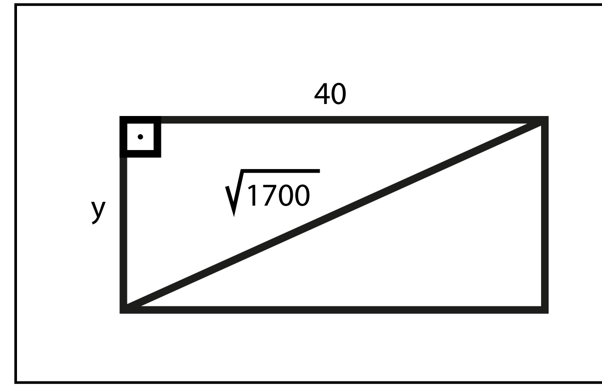


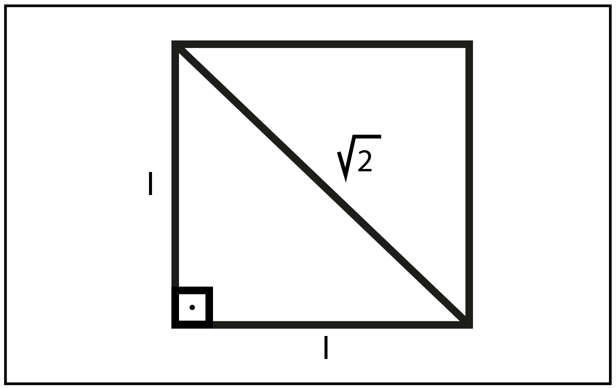


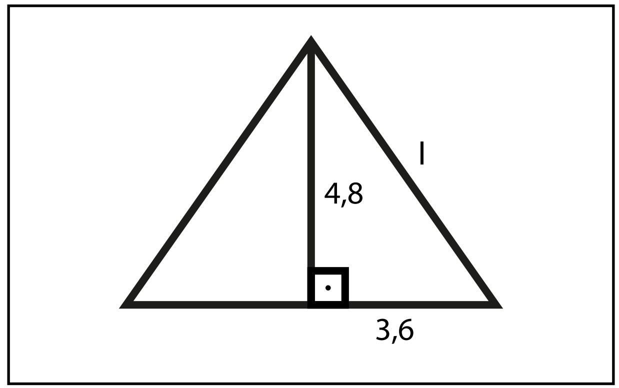
Anexo I

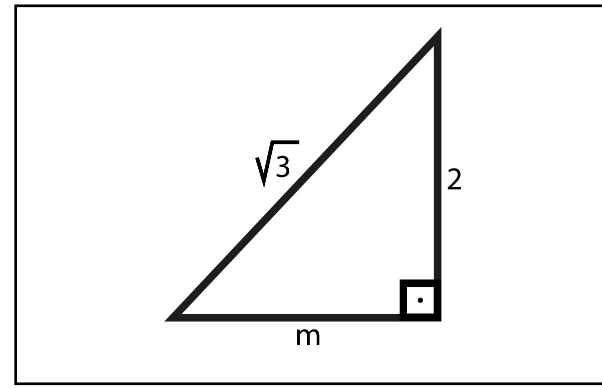


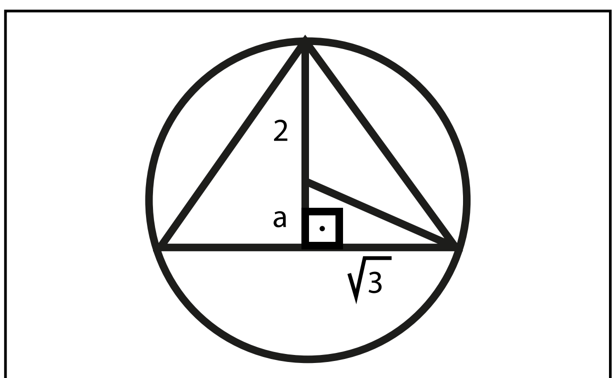


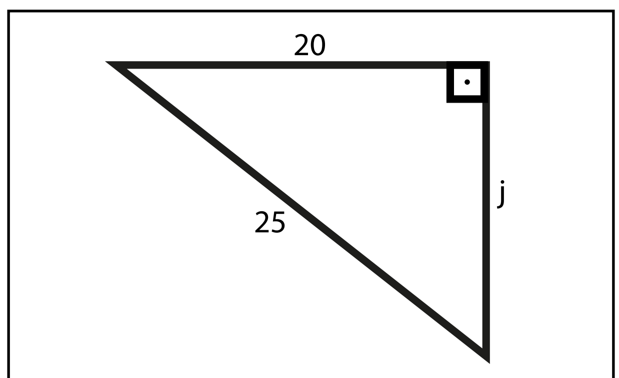


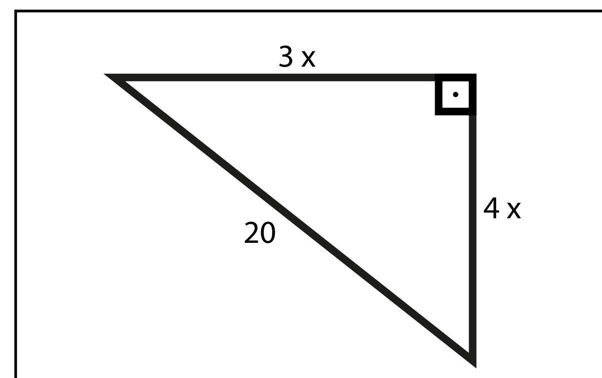




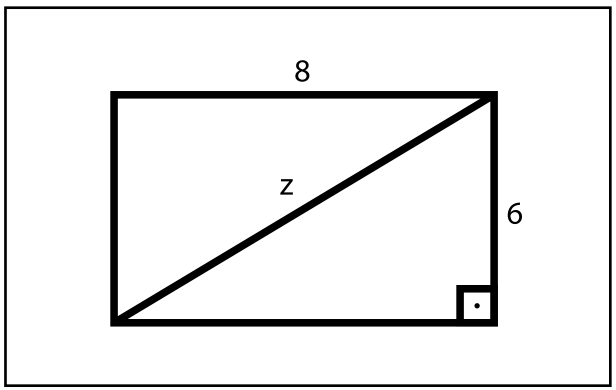


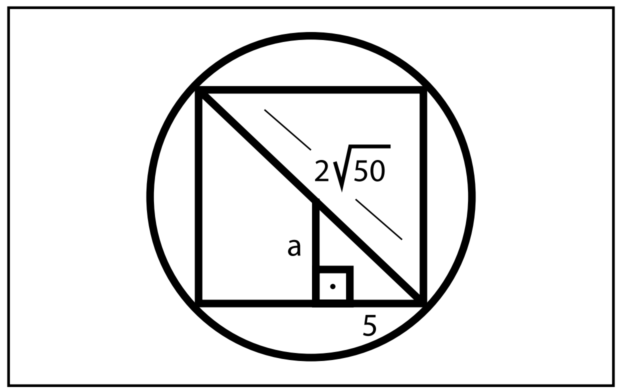


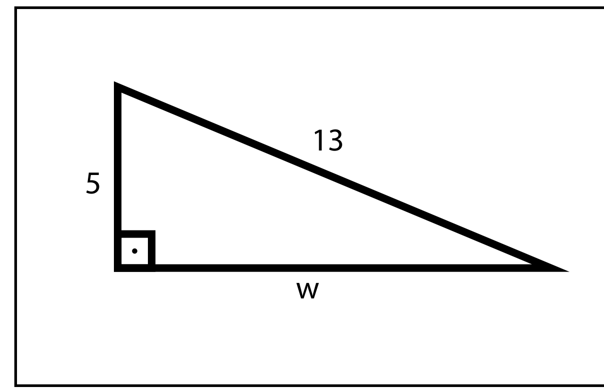


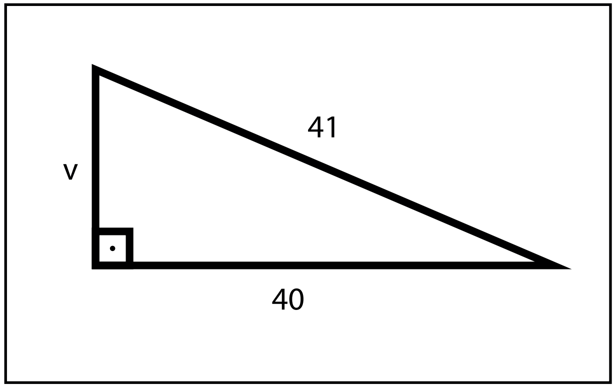


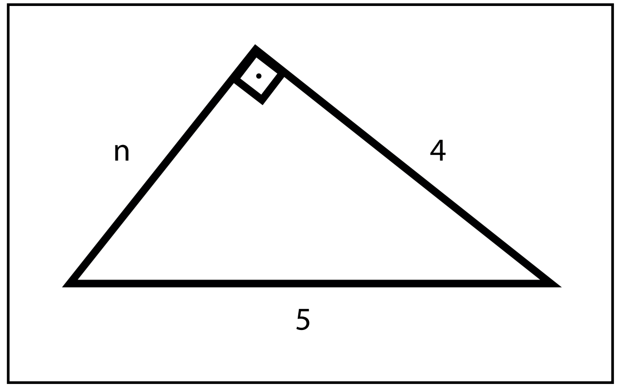
Anexo I

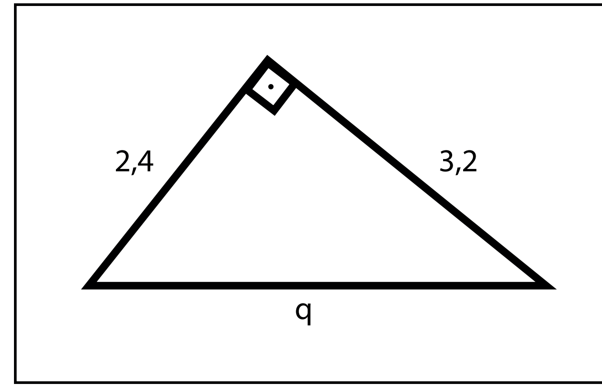

8
z
6

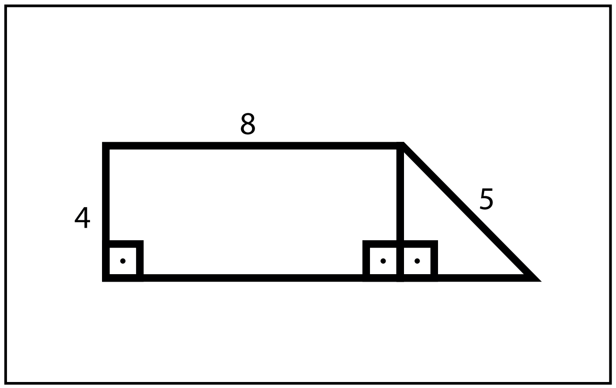

$2\sqrt{50}$
a
5

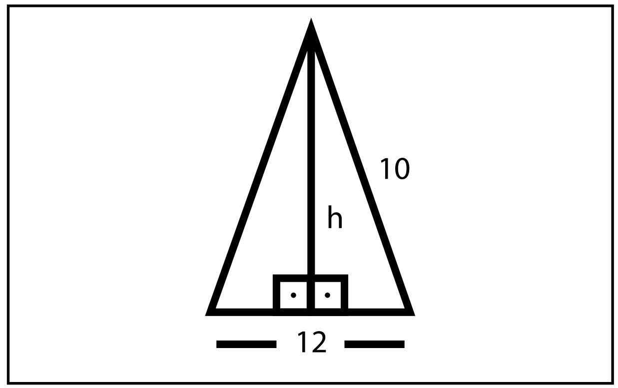

13
5
w

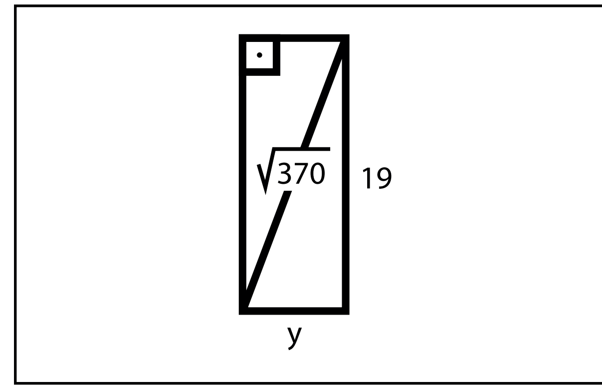

v
41
40

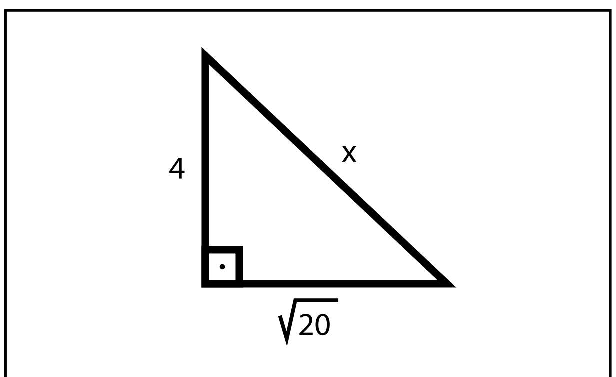

n
4
5

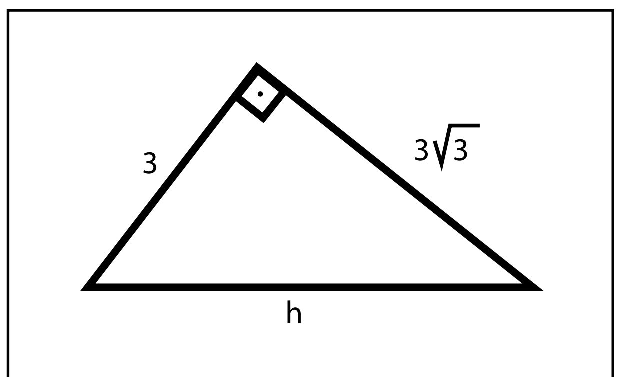

2,4
3,2
q

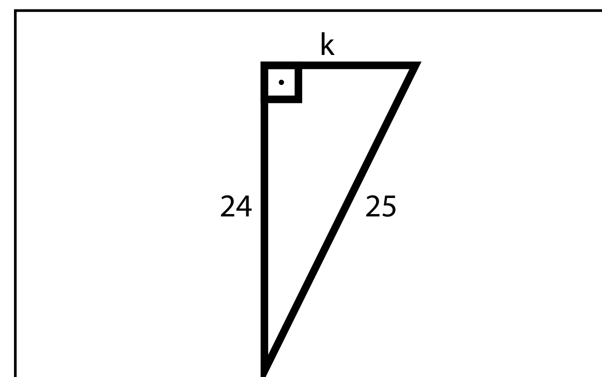

8
4
5


10
h
12

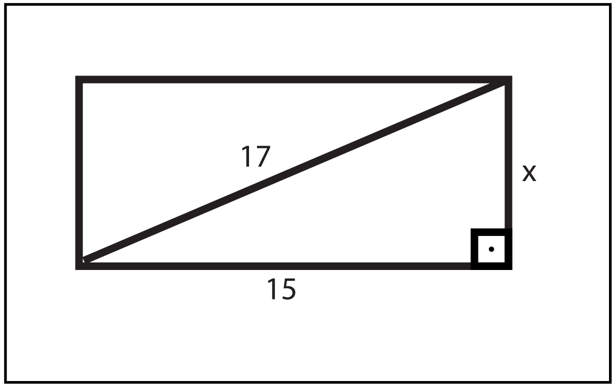

$\sqrt{370}$
19
y

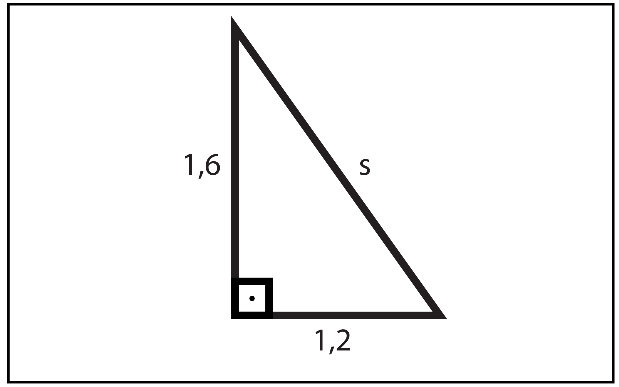

4
x
$\sqrt{20}$

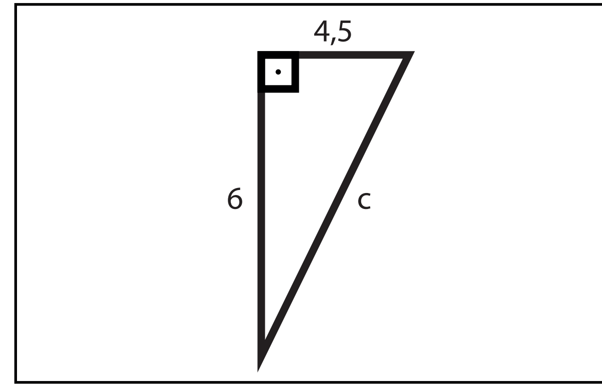

3
$3\sqrt{3}$
h

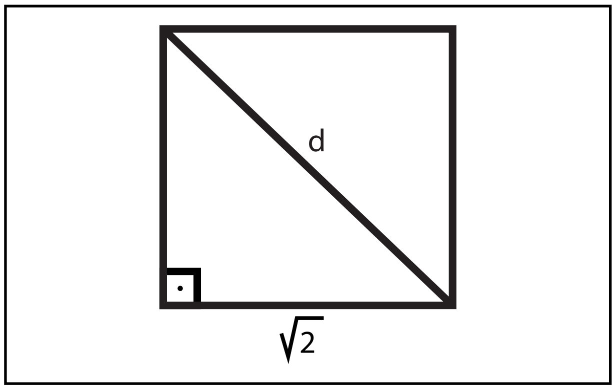

k
24
25

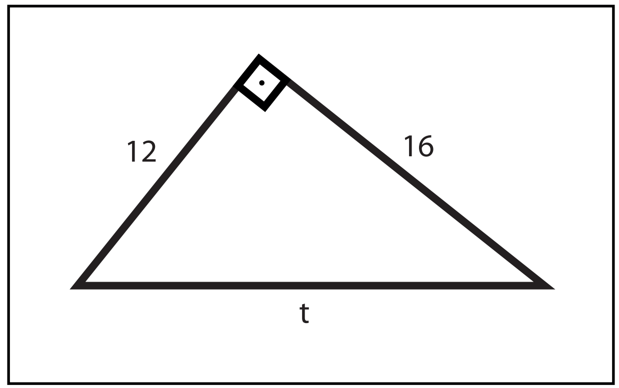
Anexo I

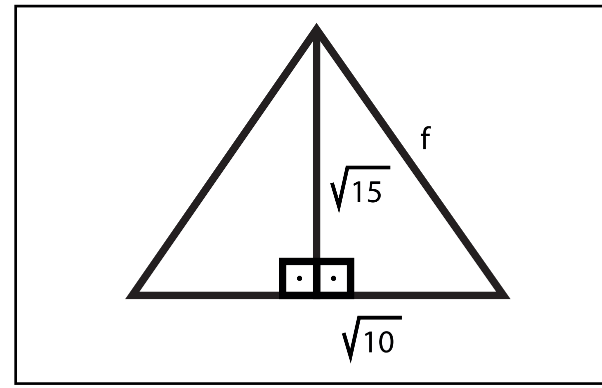


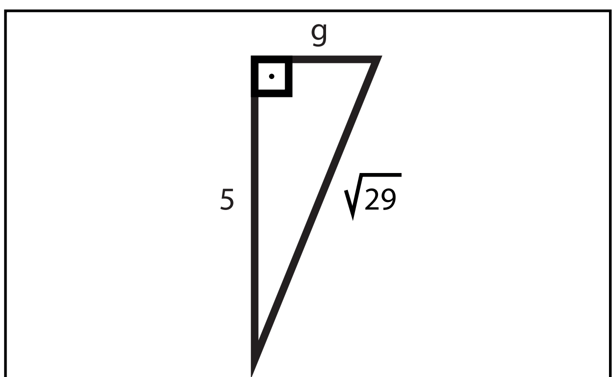


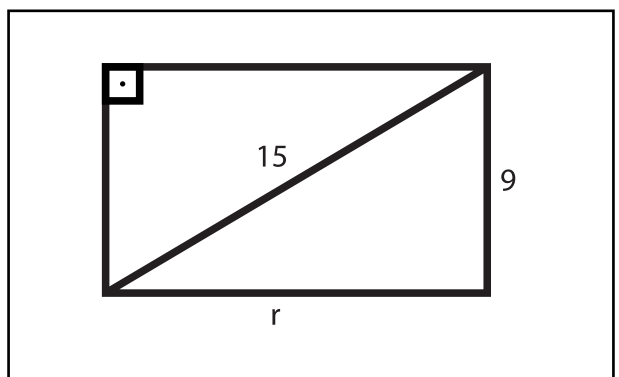


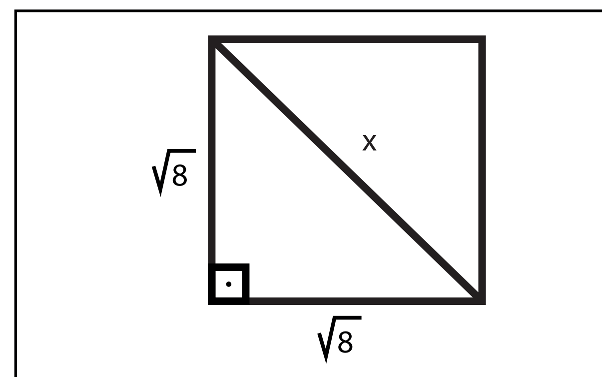




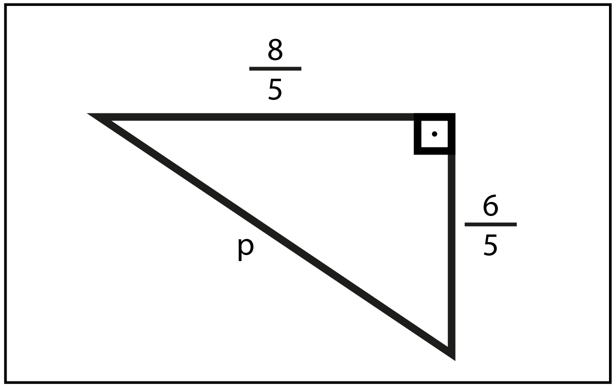


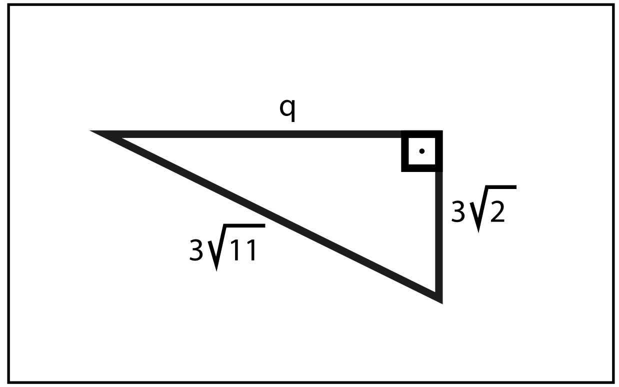


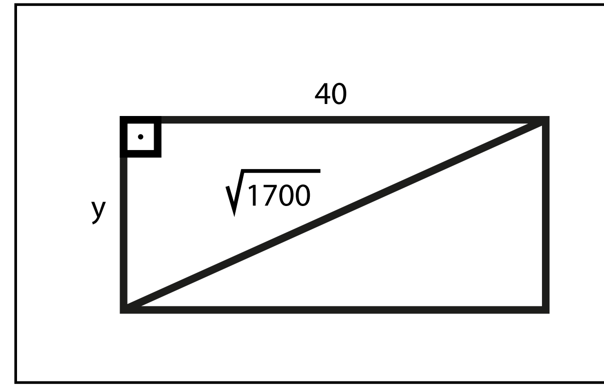


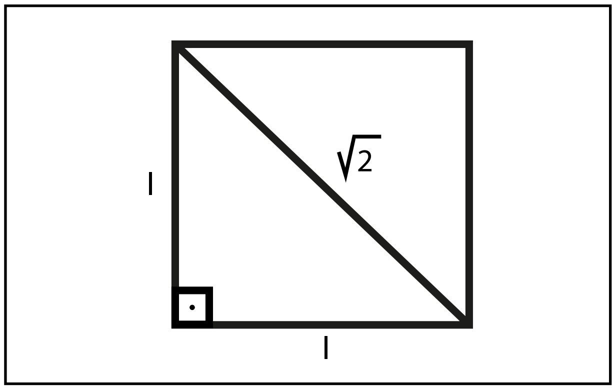


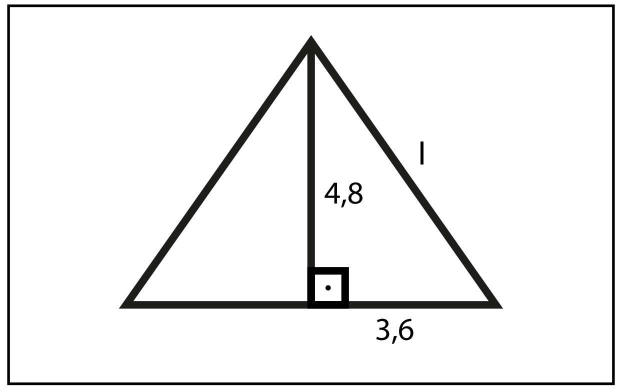
Anexo I

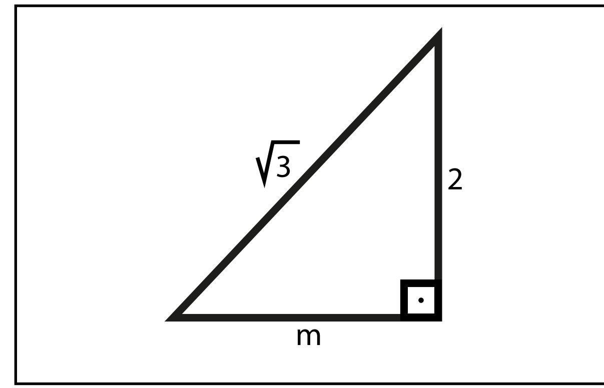


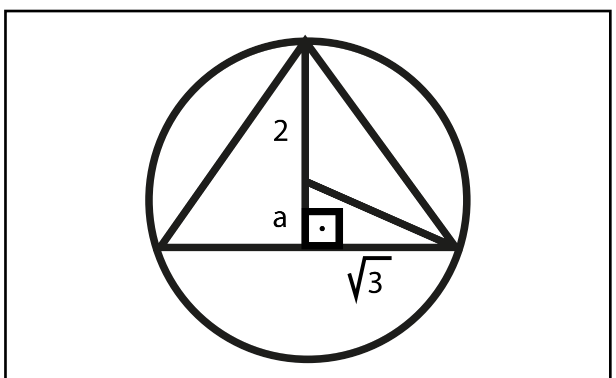


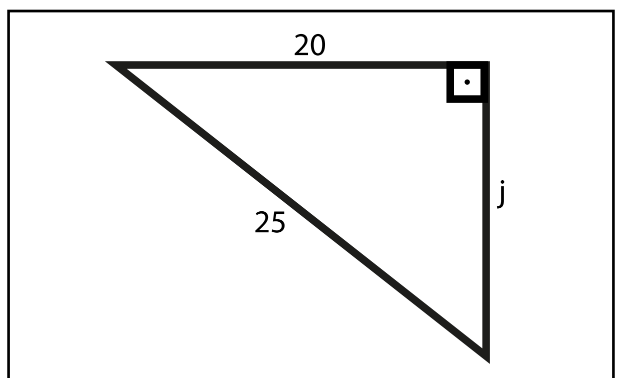


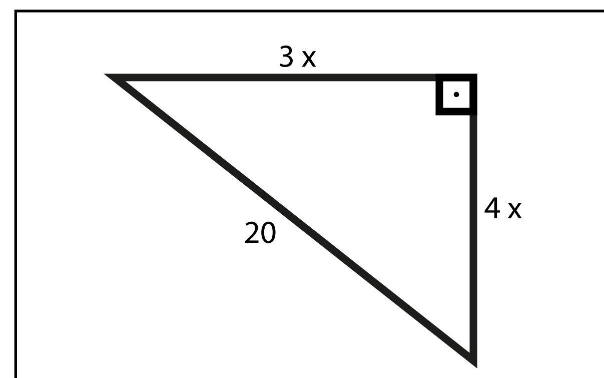




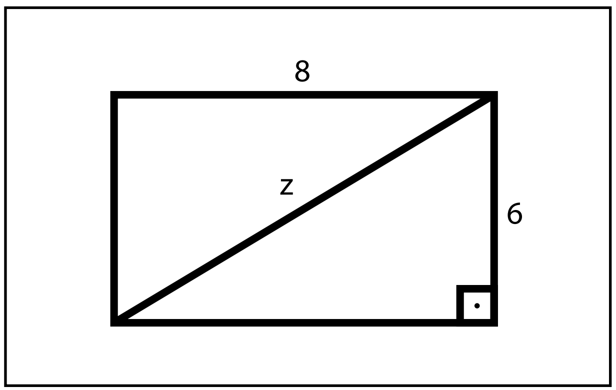


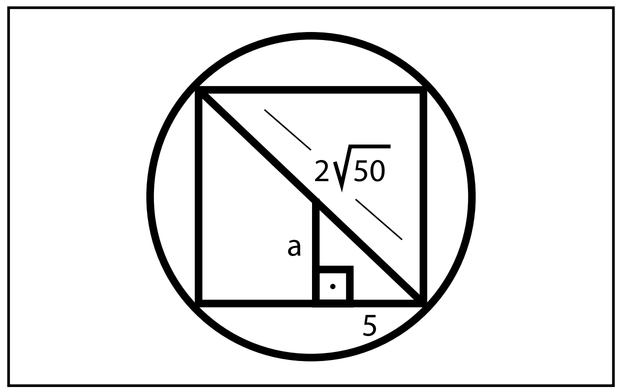


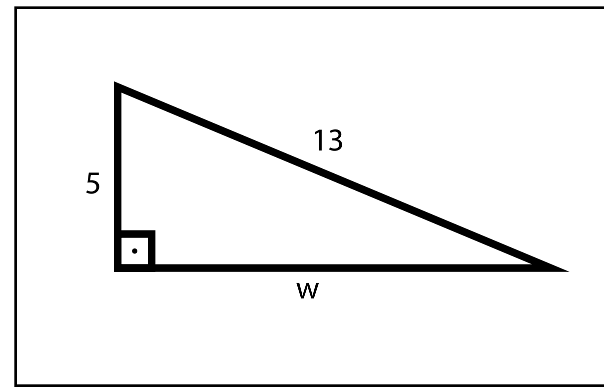




Anexo I


8
z
6


$2\sqrt{50}$
a
5


13
5
w