



Em função a todo tempo

Dinâmica 1

1º Série | 2º Bimestre

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Algébrico Simbólico	Funções

DINÂMICA	Em função a todo tempo
HABILIDADE BÁSICA	H02 - Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.
HABILIDADE PRINCIPAL	H38 - Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar uma função polinomial do 1º grau .

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	- Táxi!	25 min	Em grupos de 2 e/ou 3 alunos.	Individual
2	Um novo olhar ...	Adivinhe a regra!?	25 min	Em grupos de 2 e/ou 3 alunos.	Individual
3	Fique por dentro!	Piscina!!!!	25 min	Em grupos de 2 e/ou 3 alunos.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Professor, Esta é uma seção de apoio e aprofundamento para realização da dinâmica.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

A todo o momento nos deparamos com gráficos que representam a interdependência entre duas grandezas e trazem de forma implícita uma relação entre dois valores. Encontramos gráficos sobre economia, densidade demográfica, fornecimento de água e de energia elétrica, entre outros. Como isso é comum ao nosso dia a dia, no colégio não é diferente. Portanto nesta dinâmica serão desenvolvidas algumas atividades orientadas para o reconhecimento de um gráfico através da correspondência de duas grandezas em uma tabela.

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS



Objetivo:

Analisar, a partir de uma tabela com duas grandezas, como será a representação do gráfico.

Atividade:

- Táxi!

Descrição da atividade:

Professor,

A atividade envolve várias etapas que serão, passo a passo, desenvolvidas. Ela proporciona um momento de análise de pares ordenados encontrados a fim de identificarmos a representação gráfica da situação disposta.

Atividade:

Ana Clara, Fabrício, Joana, Maria e Renato perderam o ônibus para escola em um dia muito especial – Dia de piscina! - e não podem, de jeito algum, chegarem atrasados. Dessa forma, cada um em sua casa resolve chamar um táxi...



Fonte: <http://www.sxc.hu/photo/356032>

Ana Clara, Fabrício, Joana, Maria e Renato moram, respectivamente, a 2 km, 3 km, 5 km, 7 km e 4 km da escola. Vamos organizá-los em uma tabela e calcular quanto cada um gastará na corrida de táxi?

1. Considerando que durante o dia o valor da bandeirada é de R\$ 4,40 e cada quilômetro rodado, R\$ 1,60, qual será o custo da corrida de táxi de cada estudante? Responda completando a tabela a seguir:

Resposta

Aluno	Distância (km)	Custo da Corrida (R\$)
Ana Clara	2	7,60
Fabrício	3	9,20
Renato	4	10,80
Joana	5	12,40
Maria	7	15,60

2. Agora vamos analisar os dados na tabela:
 - a. Agora que você já completou com os resultados a tabela, diga o que pode observar ao relacionar a distância com o custo da corrida. O que acontece se aumentarmos a distância? E se diminuirmos?

Resposta

Se a distância for aumentada, o custo da corrida também aumentará e se diminuirmos, o custo da corrida também diminuirá.



- b. Você acha que poderia haver mais de um custo para uma determinada distância? Ou seja, para uma mesma distância x poderíamos associar dois custos? O que você pode concluir?

Resposta

Não, não é possível associar dois custos a uma mesma distância. Não existe distância que, considerada na função, possa corresponder a dois custos, pois essa distância x sempre está sendo multiplicada por 1,60 e esse resultado é adicionado com 4,40. Assim, não há como obtermos dois resultados diferentes para uma mesma distância x .



- c. Analisando os dados da tabela, verifique que existe uma variação para o custo a cada quilômetro acrescido. Qual é o valor dessa variação? Ela é proporcional a cada variação de distância?

Resposta

A variação é de 1,60. Ela foi proporcional sempre para x e $x+1$.



- d. Observando os valores encontrados para a coluna Distância podemos observar que são positivos e para a coluna Custo da Corrida, também. Eles podem formar pares ordenados e serem representados no plano cartesiano. Responda e justifique em qual quadrante do plano cartesiano esses pontos se encontram?

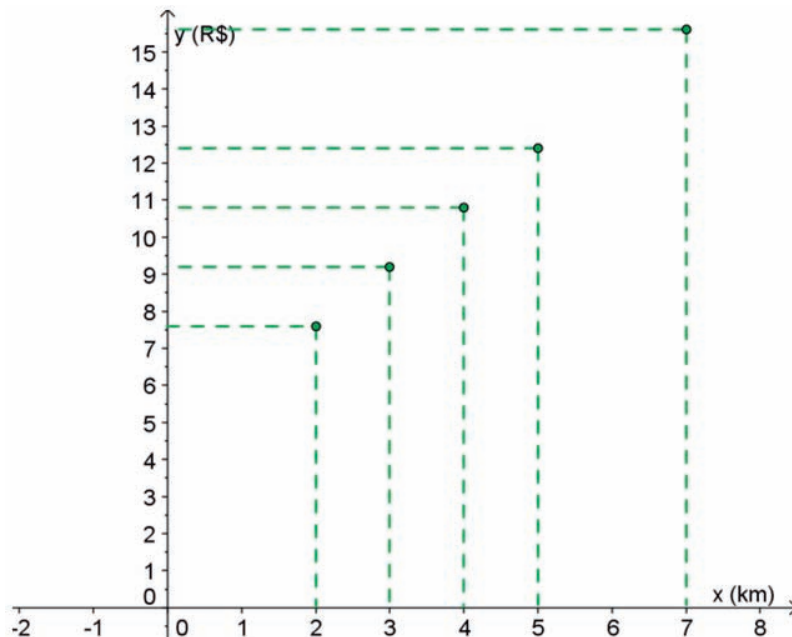
Resposta

Esses pontos se encontram no Quadrante 1. Todos são valores positivos.

• • • • •

- e. Você pode construir um gráfico a partir da tabela do item 1, que represente o custo total da corrida (em R\$) em função da distância em quilômetros? (Para isso você deve utilizar o papel quadriculado que se encontra no Anexo)

Resposta

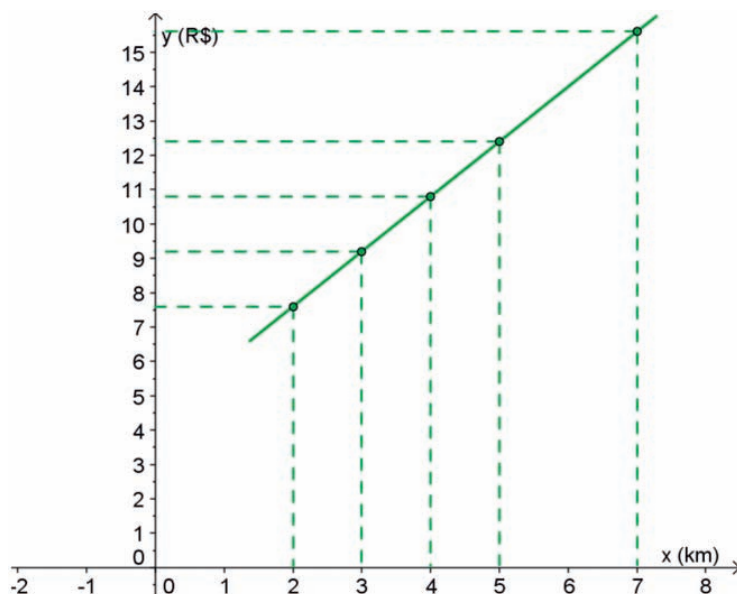


• • • • •

- f. De acordo com a posição dos pontos marcados no gráfico, qual será a representação geométrica da linha que ligará os pontos que foram marcados através dos pares ordenados anteriores?

Resposta

A linha será reta, ou seja, um segmento de reta.



- g. E então, como ficou? O gráfico retrata as descobertas que fez anteriormente? Você pode discutir com os colegas dos outros grupos, com o professor e assim chegar a uma conclusão.

Resposta:

Sim, pois é possível perceber o mesmo que ocorreu na tabela. Quando aumentamos o valor de x , y também aumenta. Existe um único ponto com abscissa x , não sendo possível observar (x, y') e (x, y'') . Os pontos estão localizados no quadrante 1.



Recursos necessários:

Papel quadriculado (em anexo) e régua.

Procedimentos Operacionais

Professor,

- A turma deve ser dividida em grupos de 2 ou 3 alunos;
- Assista a vídeo-aula proposta no “Flex: Para saber +” auxiliará muito no decorrer desta Etapa;
- Oriente os estudantes de forma que ao lançarem os dados na tabela as distâncias estejam em ordem crescente.

- Aproveite a situação para destacar a diferença entre Relação e Função, isto pode ser realizado no item 2.b;
- Os alunos podem encontrar dificuldades no item 2.c, onde deverão observar que, a cada acréscimo de uma unidade nos valores de x , há o acréscimo de R\$1,60 nos valores de y ;
- Nos itens 2.d e 2.e é importante destacar o fato de que só serão encontrados valores positivos, pois se trata de medidas de comprimento. O mesmo acontece para o custo da corrida. Assim o domínio e a imagem seriam $D = \{x \in R / x > 0\}$ e imagem $I = \{y \in R / y > 0\}$.
- No item 4, converse com o aluno sobre a existência de infinitos valores possíveis para x , ou seja, podemos ter infinitos valores diferentes para a distância. Isso geraria uma infinidade de pontos e uma maneira encontrada para representá-los, no plano cartesiano, é traçar uma reta. Os pontos do gráfico de uma função polinomial do primeiro grau sempre pertencem a uma única reta.



SEGUNDA ETAPA

Um novo olhar ...



Objetivo:

Encontrar a relação existente entre as duas grandezas da tabela.

Atividade:

Qual é a regra?

Descrição da atividade:

Professor, esta atividade aborda a relação existente entre duas grandezas através da análise de um jogo. Será abordada, ainda, a proporcionalidade existente na atividade proposta.

Atividade: Maria e Renato, ao chegarem no colégio, verificam que a piscina ainda não estava pronta por conta de um problema na bomba d'água, então eles resolveram brincar de "adivinha a regra" enquanto o problema era solucionado. No jogo, Maria dizia um número e Renato respondia outro. Maria resolveu construir uma tabela com os números que ela disse e os que Renato respondeu. O objetivo do jogo era descobrir qual a regra que Renato estava aplicando. Veja como ficou a tabela:

Resposta

Número dito por Maria (x)	0	2	-6	-3	7	-1
Número respondido por Renato (y)	0	4	-12	-6	14	-2

• • • • •

Agora, analise a situação descrita anteriormente e responda às questões a seguir.

1. Descubra a regra que Renato utilizou e complete a tabela anterior.

Resposta

A regra é: multiplica o número por 2.

• • • • •

2. Pense e responda a seguinte questão: O número respondido por Renato depende do número dito por Maria?

Resposta

Sim. Renato só pode responder dependendo do número que Maria disser.

• • • • •

3. Podemos dizer que o número respondido por Renato (y) é função do número dito por Maria (x)? Por quê?

Resposta

Sim, é função porque para cada número que Maria diz, Renato só responde um número.

• • • • •

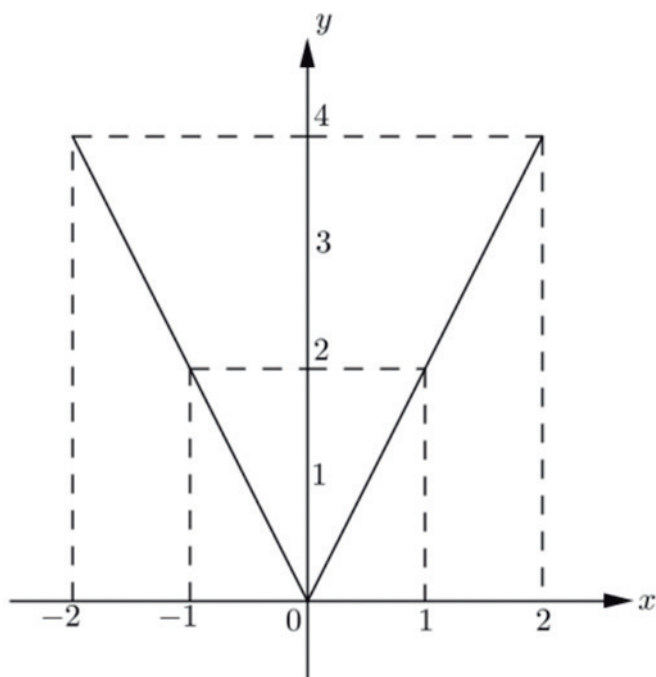
4. A regra apresenta proporcionalidade entre as grandezas envolvidas?

A regra apresenta proporcionalidade entre as grandezas, pois dobrando o número dito por Maria, por exemplo, encontra-se o número respondido por Renato.

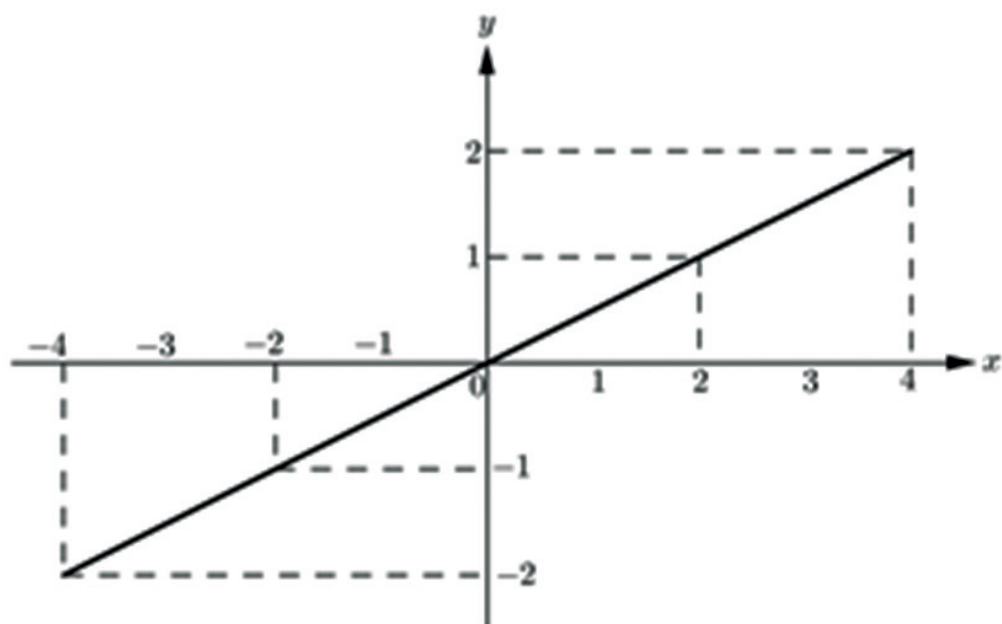


5. Que gráfico a seguir representa melhor os pontos formados pela função, em Reais, que Renato criou?

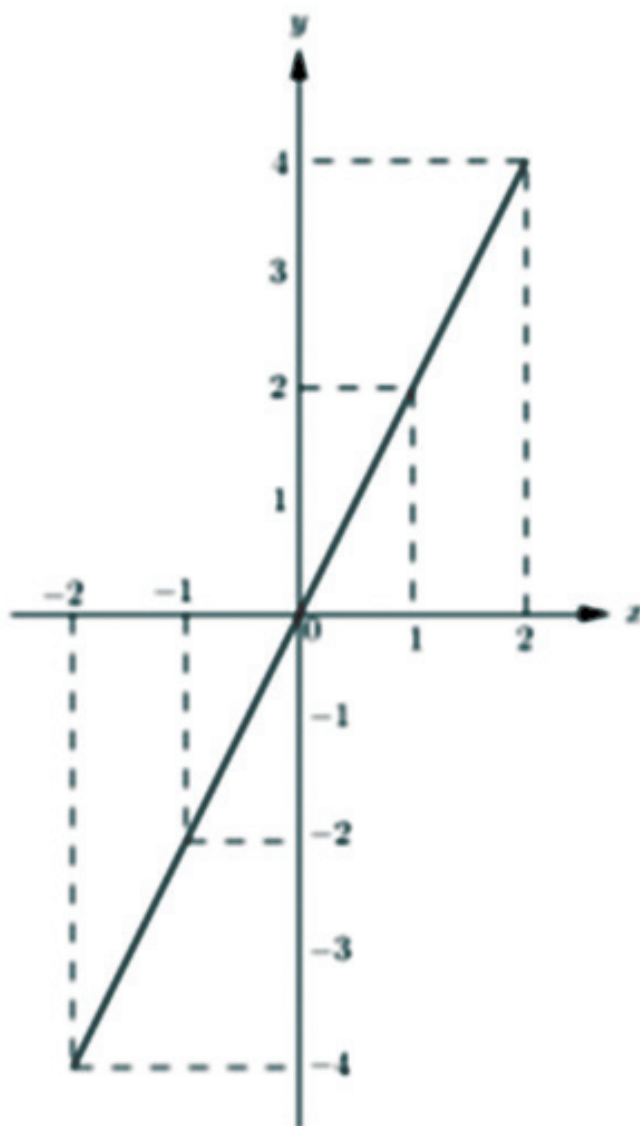
a.



b.



c.



Resposta

c

• • • • •

Recursos necessários:

Encarte do aluno

Procedimentos Operacionais

Professor, você deve orientar na criação do gráfico que, inicialmente, possui variáveis discretas definidas em um conjunto aleatório dito por Maria, e estender a concepção para um gráfico contínuo.

Intervenção Pedagógica

Professor, esteja atento as seguintes intervenções:

- *A diferença entre Relação e Função necessita ser lembrada;*
- *A etapa oferece uma particularidade da Função Afim ou Polinomial do 1º Grau que é a Função Linear ($b = 0$);*
- *É importante lembrar aos alunos que existem dois tipos de proporcionalidade. Ela é direta quando uma grandeza aumenta e a outra também aumenta; ou enquanto uma grandeza diminui, a outra também diminui. E também pode ser inversa, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui. Não esqueça que o gráfico de certa proporcionalidade deve obrigatoriamente passar pelo ponto $(0, 0)$.*



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!



Objetivo:

Analisar, a partir de um gráfico, a relação existente entre duas grandezas organizadas em uma tabela.

Atividade:

Piscina!!!

Descrição da atividade:

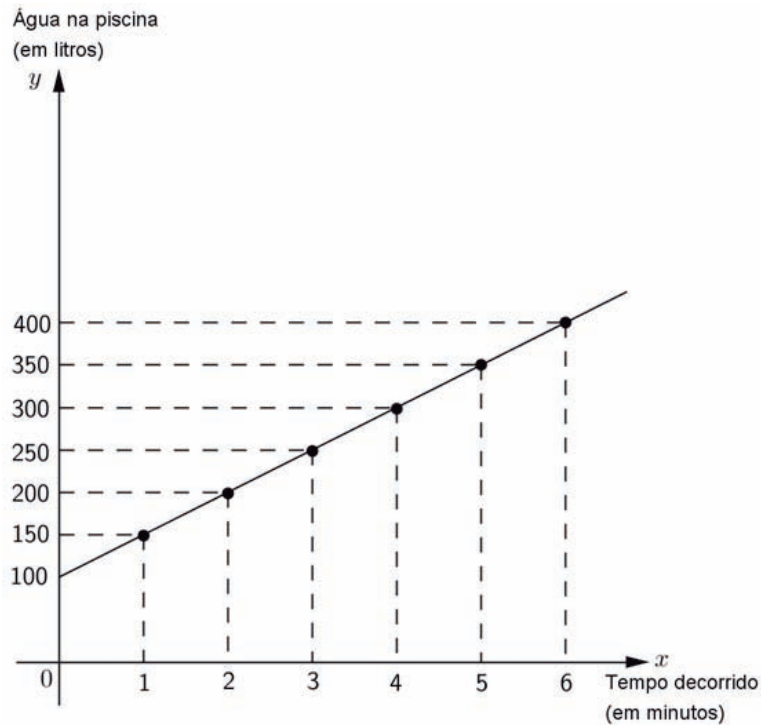
Professor,

Essa atividade procura relacionar as informações de um gráfico em uma tabela, descrever a relação algébrica de sua formação e realizar o tratamento da informação nele contida.

Atividade:

Enquanto alguns brincavam e conversavam, Ana Clara e Fernando ficaram observando a piscina encher. Eles estavam ansiosos para saber quanto tempo faltava para o início da atividade e lógico para poderem aproveitar a água com os amigos. Na observação inicial, perceberam que a piscina continha 100 litros de água em seu

interior e que em certo momento, ela começou a ser cheia. A seguir, apresentamos a quantidade de água na piscina no momento em ela começou a ser cheia.



Agora, em posse dos dados anteriores, vamos realizar a análise e o tratamento das informações. Para tanto, realize as atividades propostas a seguir.

- a. Complete a tabela a seguir a partir das informações do gráfico:

x (tempo decorrido, em minutos)	0	1	2	3	4	5	6
y (quantidade de água, em litros)	100	150	200	250	300	350	400

• • • • •

- b. A cada 1 minuto que se passa, qual é o aumento na quantidade de água na piscina? E a cada 2 minutos? E a cada 3 minutos?

Resposta

A cada minuto, a quantidade de água é aumentada em 50 litros. A cada 2 minutos, a quantidade de água é aumentada em 100 (2×50) litros. A cada 3 minutos, a quantidade de água é aumentada em 150 (3×50) litros.

• • • • •

- c. Podemos encontrar outras quantidades de água de acordo com tempo, então: Qual a quantidade de água haverá na piscina após 20 minutos? E após 36 minutos? E após x minutos?

Resposta

Após 20 minutos, haverá $(20 \times 50) + 100 = 1100$ litros de água na piscina. Após 36 minutos, haverá $(36 \times 50) + 100 = 1900$ litros de água na piscina. Após x minutos, haverá $(50 \times x) + 100 = 50x + 100$ litros de água na piscina.



- d. Se a capacidade total dessa piscina é de 10 000 litros, quanto tempo será necessário para enchê-la totalmente?

Sabendo que após x minutos haverá $50x + 100$ litros de água na piscina, fazemos $50x + 100 = 10000 \rightarrow 50x = 9900 \rightarrow x = 198$.

Resposta

Serão necessários 198 minutos para que a piscina fique totalmente cheia.



Por fim, os alunos perceberam que a todo o tempo utilizamos conceitos aprendidos nas aulas de matemática, a piscina foi cheia e os alunos puderam curtir o dia de sol.

Recursos necessários:

Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

Professor,

- Divida turma em duplas ou trios;
- Utilize a tabela do encarte do aluno para a construção da tabela.







Intervenção Pedagógica

Professor, esteja atento as seguintes necessidades:

- No item 1, talvez seja útil relembrar aos alunos que os dados da tabela podem ser descritos em pares ordenados $(0,100)$, $(1,150)$, $(2,200)$ e etc.
- No item 2 pretende-se evidenciar que toda função afim possui taxa de variação absoluta constante. Isso pode ser evidenciado a partir da tabela ou do gráfico onde podemos visualizar triângulos semelhantes e/ou congruentes. Veja a seguir a análise proposta.

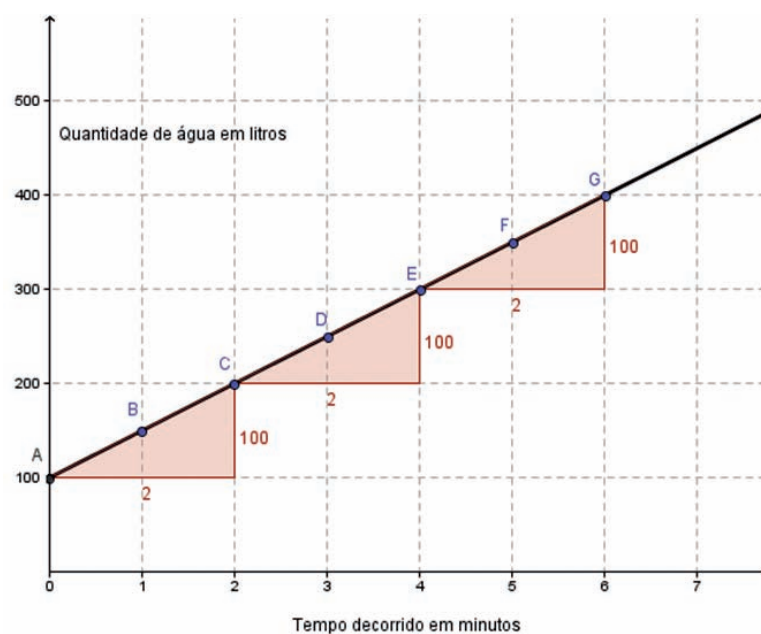
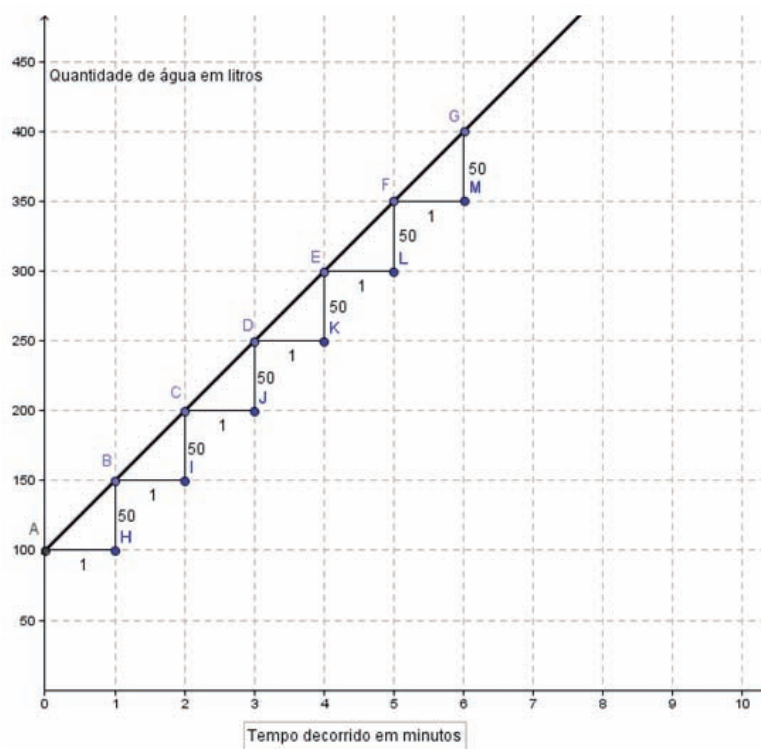
Resposta

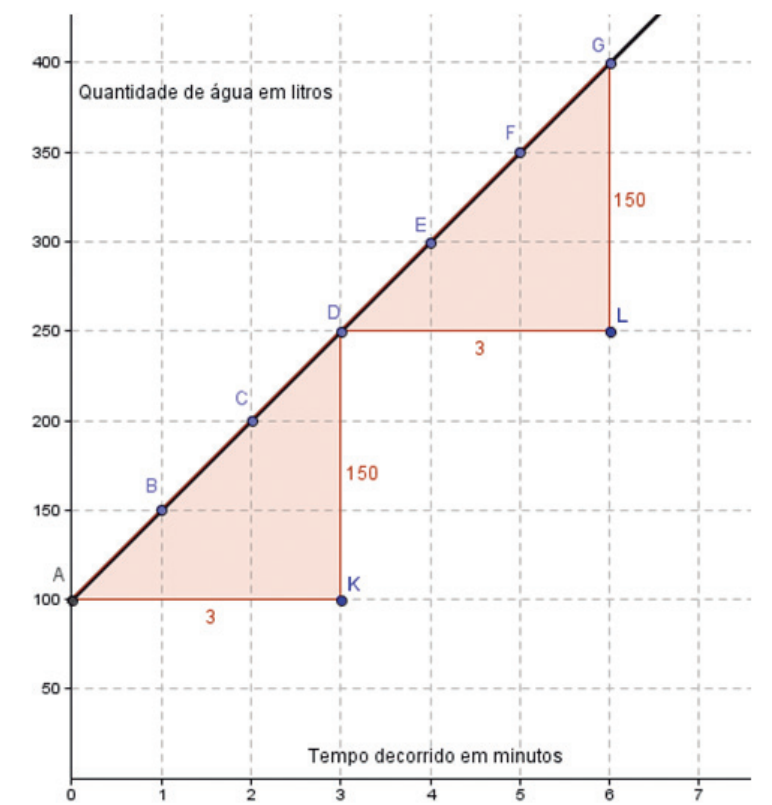
		+1	+1	+1	+1	+1	+1
		↗	↗	↗	↗	↗	↗
x (tempo decorrido, em minutos)	0	1	2	3	4	5	6
y (quantidade de água, em litros)	100	150	200	250	300	350	400
		↘	↘	↘	↘	↘	↘
		+5	+5	+5	+5	+5	+5

			+2		+2		+2	
								
x (tempo decorrido, em minutos)	0	1	2	3	4	5	6	
y (quantidade de água, em litros)	100	150	200	250	300	350	400	
								
			+100		+100		+100	

			+3			+3	
(tempo decorrido, em minutos)	0	1	2	3	4	5	6
y (quantidade de água, em litros)	100	150	200	250	300	350	400
			+150			+150	

• • • • •





- Talvez os cálculos necessários para responder ao item 3 não sejam suficientes para que o aluno generalize a lei da função, portanto proponha outros valores de tempo para a tabela e encontre a quantidade de água correspondente e/ou chame a atenção (usando os dados da própria tabela) para o fato de que a taxa de crescimento da quantidade de água a partir do intervalo fixo de tempo são sempre os mesmos.

QUARTA ETAPA

Quiz

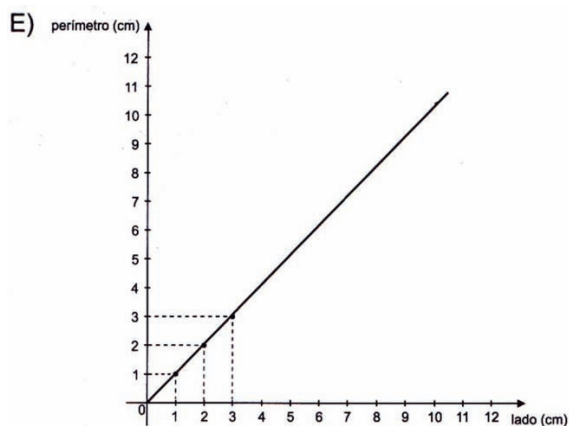
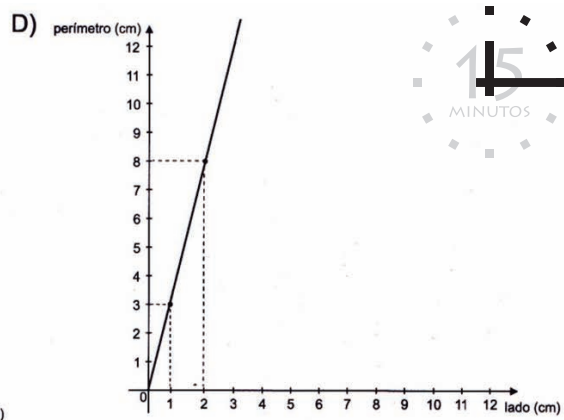
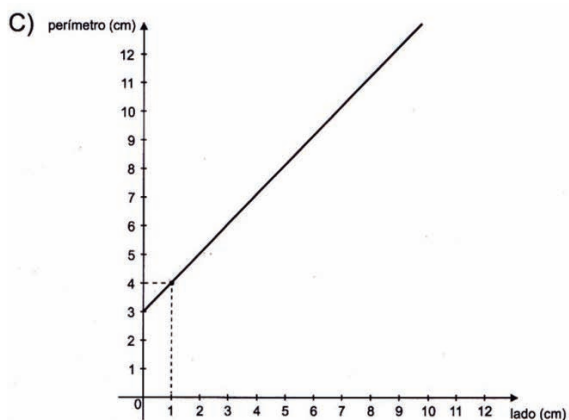
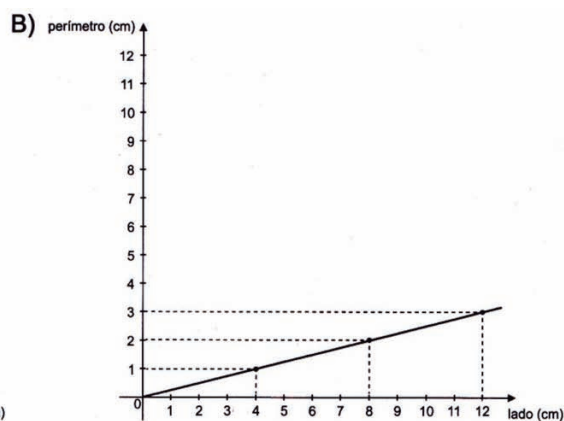
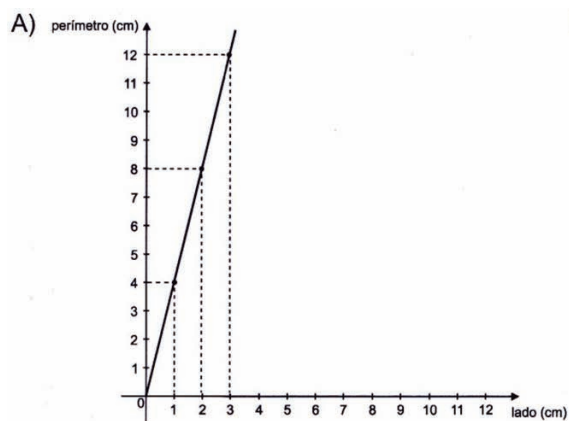


QUESTÃO

Observe no quadro abaixo a relação linear existente entre a medida do lado de um quadrado e o seu perímetro.

Lado do quadrado (cm)	Perímetro (cm)
1	4
2	8
3	12

Qual é o gráfico que expressa essa relação?



QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

Resolução:

Considere que o lado do quadrado e o seu perímetro sejam respectivamente x e y . Estando y em função de x , temos três pares ordenados (x,y) . Para cada par ordenado informado na tabela deve-se localizar x no eixo horizontal (lado) e y no eixo vertical

(perímetro) e assim, marcar os três pontos que são mais do que suficientes para traçar a reta. Perceba que o ponto $(0,0)$ foi marcado e que ele representa o lado de 0 cm e neste caso não existe quadrado e seu perímetro é zero.

Gabarito: A

Distratores:

(b) Nessa opção o par ordenado foi invertido quando localizados nos eixos, ou seja, foi marcada a abscissa x no eixo vertical (perímetro) e y no eixo horizontal (lado).

(c) Apesar do ponto do par ordenado $(1,4)$ estar correto, os demais pontos não estão, e um ponto $(0,3)$ foi considerado de forma errônea, pois se o lado mede 0 cm, então não existe o quadrado e seu perímetro não pode ser de 3 cm.

(d) Os pontos $(0,0)$ e $(2,8)$ foram marcados corretamente, porém o ponto $(1,3)$ não atende a relação proposta, visto que em um quadrado de lado 1 cm o perímetro deve ser de 4 cm.

(e) Os pontos marcados não possuem alguma relação com a função proposta através da tabela fornecida.

ETAPA FLEX

PARA SABER +

Prezado professor,

Você já ouviu falar do site CDME, da Universidade Federal Fluminense? É um site que contém aplicativos, que podem ser abertos e explorados on-line, e que abordam diversos tópicos da matemática. Tais conteúdos, a seu critério podem ser explorados por seus alunos, seja em casa ou no laboratório de informática de sua escola.

1ª Atividade: Aqui você pode perceber qual é a influência dos coeficientes a e b no gráfico da função afim. O link para esta atividade é

<http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/AP1.html>

2ª Atividade: Esta atividade permite perceber a principal característica da função afim, a de que sua taxa de variação é constante. O link para a atividade é

<http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/AP2.html>

3ª Atividade: Esta atividade revela a relação que existe entre uma função afim e uma progressão aritmética. A atividade pode ser acessada no link

<http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/AP3.html>

Professor, além dessas atividades, a seção de Função Afim do site CDME/UFF, possui três problemas que podem ser acessados e explorados on-line. Caso você os julgue adequados aos seus alunos, recomende o acesso e explore a solução.

Caso você queira aprofundar mais no tema Função Afim, recomendamos a leitura do livro *Matemática do Ensino Médio volume 1*, dos autores Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto César de Oliveira Morgado, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática. Este livro é uma publicação destinada a professores e licenciandos, e aborda vários aspectos da Função Afim. Nesta obra há a devida justificativa matemática para as propriedades apresentadas, além disso, existe vídeo-aulas, ministradas pelos autores, abordando os tópicos contidos no livro. Um dessas aulas podem ser assistidas no link a seguir:

http://strato.impa.br/videos/2012-papmem/papmem2012_24012012_wagner_02.flv

AGORA, É COM VOCÊ!

Para consolidar os objetivos desta dinâmica propomos algumas questões para serem resolvidas. Vamos trabalhar mais um pouco?

1. (Fgv 2011) O gráfico de uma função polinomial do primeiro grau passa pelos pontos de coordenadas (x, y) dados abaixo.

x	y
0	5
m	8
6	14
7	k

Podemos concluir que o valor de $k + m$ é:

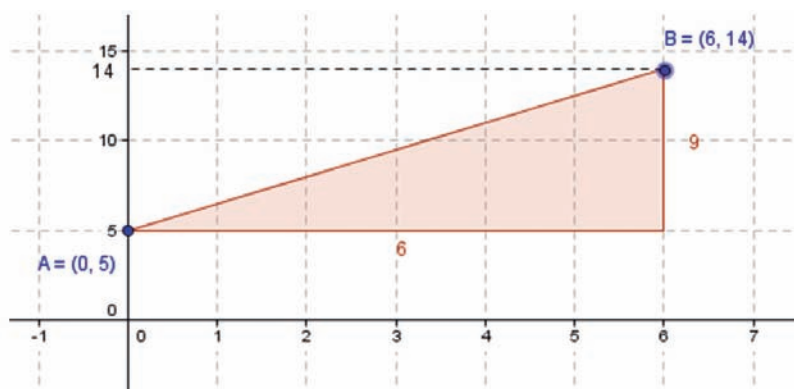
- a. 15,5
- b. 16,5
- c. 17,5
- d. 18,5
- e. 19,5

Resposta

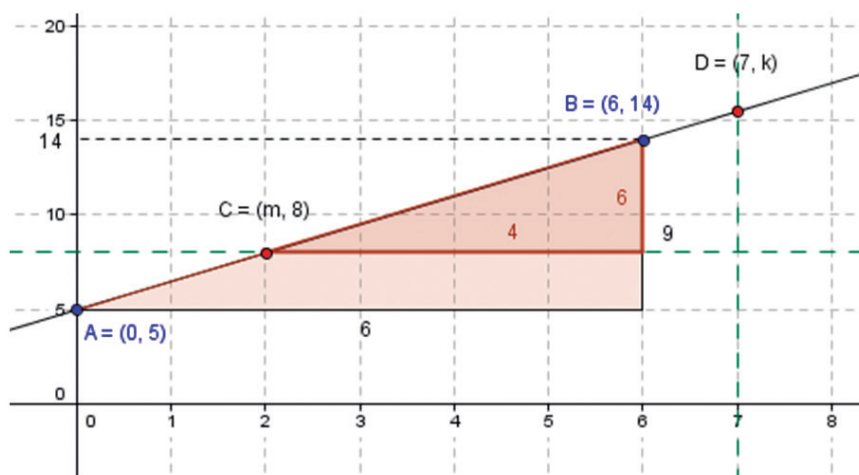
Solução: Letra c.

Temos os pontos $(0, 5)$ e $(6, 14)$ e com eles podemos estabelecer a taxa de crescimento da função. Para tanto podemos utilizar o procedimento descrito na intervenção pedagógica da etapa 3 desta dinâmica.

Vejamos:



Daí segue que podemos estabelecer a taxa de crescimento $m = 9/6 = 3/2 = 1,5$.
Como esta taxa é constante segue que:



Seja f a função afim definida por $f(x) = ax + b$, cujo gráfico passa pelos pontos indicados na tabela.

A taxa de variação da função f é dada por:

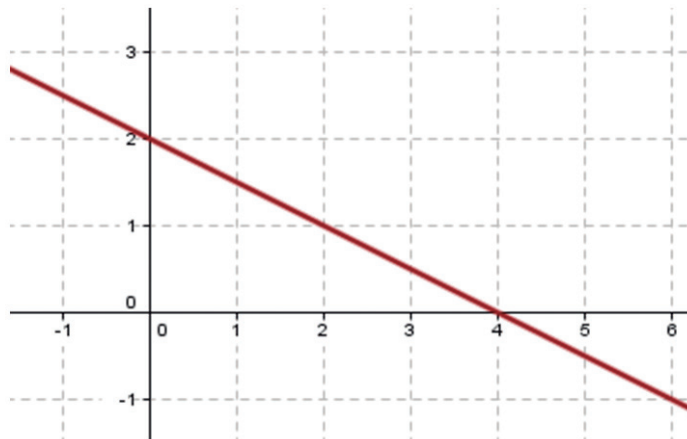
$$a = \frac{14 - 5}{6 - 0} = \frac{14 - 8}{6 - m} = \frac{k - 5}{7 - 0}.$$

Desse modo,

$$\left| \begin{array}{l} \frac{6}{6 - m} = \frac{3}{2} \\ \frac{k - 5}{7} = \frac{3}{2} \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} m = 2 \\ k = 15,5 \end{array} \right| \Rightarrow k + m = 17,5.$$

• • • • •

2. Assinale a alternativa que corresponde a função de acordo com o gráfico

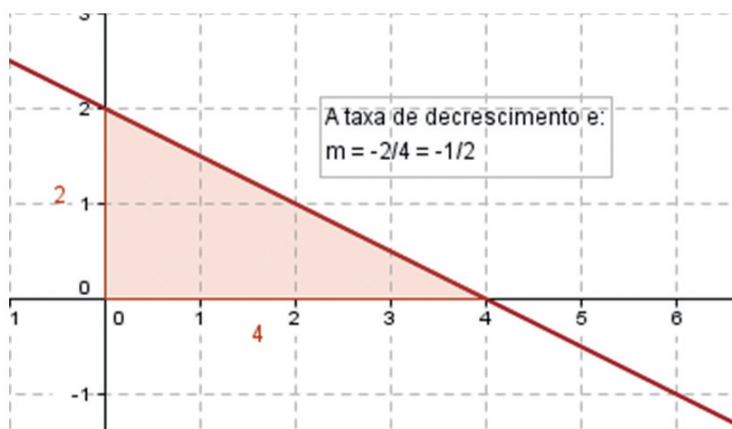


- a. $f(x) = -x + 2$
- b. $f(x) = -x/2 + 1$
- c. $f(x) = -x/2 + 2$
- d. $f(x) = 4x$
- e. $f(x) = -x$

Resposta

Solução: Letra c.

De forma análoga ao procedimento descrito na questão anterior temos:



Seja f a função afim definida por $f(x) = ax + b$, então $a = -1/2$ e $b = 2$, portanto:

$$f(x) = \frac{-1}{2}x + 2.$$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Anexo I

