



Equacionando retas

Dinâmica 4

1º Série | 2º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Algebrico Simbólico	Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau.

DINÂMICA	Equacionando retas
HABILIDADE BÁSICA	H01: Identificar a localização / movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
HABILIDADE PRINCIPAL	H61: Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau a sua representação algébrica ou vice-versa.
CURRÍCULO MÍNIMO	Função Polinomial do 1º Grau

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Localizando no bairro.	20 min	Duplas ou Trios	Individual
2	Um novo olhar...	No parque de diversão!	25 min	Duplas ou trios	Individual
3	Fique por dentro!	Vamos analisar a tabela?	30 min	Duplas ou Trios	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quis	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno e/ou professor pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

Nesta dinâmica continua o estudo sobre Função Polinomial do 1º Grau ou da Função Afim. Esse estudo é importante para que seja possível identificar a lei de uma Função Polinomial do 1º Grau através de seu gráfico e vice versa.

Bom trabalho!

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS



Objetivo:

Explorar a localização de pontos no plano através de suas coordenadas.

Atividade:

Localizando no bairro.

Descrição da atividade

Professor, esta atividade foi elaborada para que os estudantes relembrem como localizar pontos em um plano, a partir de um referencial e de suas coordenadas. O aluno deverá dizer qual é a localidade a partir das coordenadas, e em outros quais são as coordenadas de determinadas localidades. Em outra situação, os alunos são levados a perceber a importância da ordem no par ordenado e de como a sua troca pode levar a uma localidade diferente da desejada.

Atividade:

Bairro é uma comunidade ou região dentro de uma cidade ou município, sendo a unidade mínima de urbanização existente na maioria das cidades do mundo. Nesta atividade apresentamos o bairro onde moram Cláudia e Jéssica. Nele são destacados alguns estabelecimentos que estão representados em um plano, na Figura 1.



Figura 1

Legenda:

- | | | | |
|-----------------------|--------------------|--------------------|-----------|
| S: Supermercado | C: Casa de Cláudia | I: Igreja | E: Escola |
| F: Estádio de futebol | P: Padaria | J: Casa de Jéssica | |

Nessa representação, considere como ponto de referência (0,0) o ponto E, e que cada segmento tracejado horizontal (*eixo x*) ou vertical (*eixo y*) representa um quarteirão (nossa unidade de medida). Cláudia e Jéssica só podem caminhar nas direções vertical ou horizontal. Agora responda aos questionamentos a seguir.

- Partindo da escola, Jéssica andou 3 quarteirões no sentido negativo do eixo vertical, e outros 6 quarteirões no sentido negativo do eixo horizontal. Em que local ela chegou? Quais são as coordenadas deste local?

Resposta

Na casa de Cláudia. As coordenadas são $(-6,-3)$.



- b. Quais são as coordenadas do Supermercado? Escreva com suas palavras o caminho feito por Jéssica a partir da Escola para chegar ao Supermercado, que é representado por essas coordenadas.

Resposta

As coordenadas são $(-7,3)$. Jéssica andou 7 quarteirões no sentido negativo na horizontal e 3 quarteirões no sentido positivo na vertical, ou então andou 3 quarteirões no sentido positivo na vertical e 7 quarteirões no sentido negativo na horizontal.



- c. Cláudia e Paloma saíram juntas da escola e precisavam passar na casa de Jéssica. Cláudia sugeriu que andassem 3 quarteirões no sentido positivo na horizontal e 5 quarteirões no sentido positivo na vertical. Seguindo a ideia de Cláudia, as amigas chegam até a casa de Jéssica?

Resposta

Não, pois esse caminho leva ao ponto $F(3,5)$ – Estádio de futebol e não ao ponto $J(5,3)$, onde se situa a casa de Jéssica.



- d. Em certo dia, ao sair da escola, Jéssica precisou ir à padaria antes de ir para casa. Descreva com suas palavras um caminho percorrido por Jéssica, desde que saiu da escola até chegar a sua casa.

Resposta

Primeiro, Jéssica andou 2 quarteirões no sentido negativo na vertical, e 3 quarteirões no sentido positivo na horizontal, chegando à padaria. Em seguida, andou 2 quarteirões no sentido positivo na horizontal, e mais 5 quarteirões no sentido positivo na vertical.



- e. Cláudia foi com seu pai ao estádio de futebol. Na volta, ambos tiveram que passar na Igreja para encontrar sua mãe, para voltarem todos juntos para casa. Descreva com suas palavras um caminho percorrido por Cláudia, desde que saiu do estádio até chegar a sua casa.

Resposta

Primeiro, Cláudia e seu pai andaram 4 quarteirões no sentido negativo na horizontal, e 1 quarteirão no sentido negativo na vertical para chegarem até a Igreja. Depois, os três juntos andaram 5 quarteirões no sentido negativo na horizontal, e 7 quarteirões no sentido negativo na vertical.



- f. Forneça as coordenadas de todos os locais do bairro representados nesse plano cartesiano.

Resposta

Escola (0,0), Padaria (3,-2), Estádio de Futebol (3,5), Igreja (-1,4), Casa de Jéssica (5,3), Casa de Cláudia (-6,-3) e Supermercado (-7,3).



Recursos necessários:

Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- Os alunos devem ser divididos em duplas e /ou trios, antes do início da atividade.
- Os alunos devem ser orientados que, em algumas perguntas, é possível encontrar mais de uma resposta correta.

Intervenção Pedagógica

Professor,

- Se necessário, lembre aos alunos o significado do ponto de referência ao iniciar a atividade. Embora já seja dito que as coordenadas

do ponto E são $(0,0)$ a origem do sistema, é importante lembrar que qualquer coordenada nesse sistema será escrita tendo esse ponto (E) como referência para cada abscissa e ordenada.

- No decorrer da aplicação da atividade, é importante lembrar que a descrição dos caminhos percorridos ao sair de um local para outro não corresponde às coordenadas do local de chegada (Isso só ocorre se o ponto de partida for a escola que representa a origem do sistema. As dúvidas, nesse sentido, podem surgir particularmente nos itens (d) e (e).
- Algumas perguntas podem ter mais de uma resposta correta na descrição dos caminhos que podem ser realizados para se chegar a determinado local, como ocorre nos itens (b), (d) e (e). Você pode aproveitar as diferentes respostas que surgem para conversar com os alunos acerca do tema.



SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...



Objetivo:

Utilizar as coordenadas dos pontos para obter a lei de formação de uma Função Afim e verificar a pertinência de um ponto a certa reta.

Atividade:

No parque de diversão!

Descrição da atividade:

Professor, nessa atividade os alunos deverão ser levados a encontrar a lei da Função Afim que contém os caminhos que ligam um ponto a outro em um parque de diversão. Além disso, dada a fórmula de uma reta, deverão verificar se a mesma passa por certo ponto dado.

Atividade:

Em um final de semana, Cláudia e Jéssica foram a um parque de diversões num bairro vizinho. A planta do parque está representada na figura 2. Nessa planta, a bilheteria é a origem do sistema $(0,0)$. A partir do gráfico responda aos questionamentos abaixo.

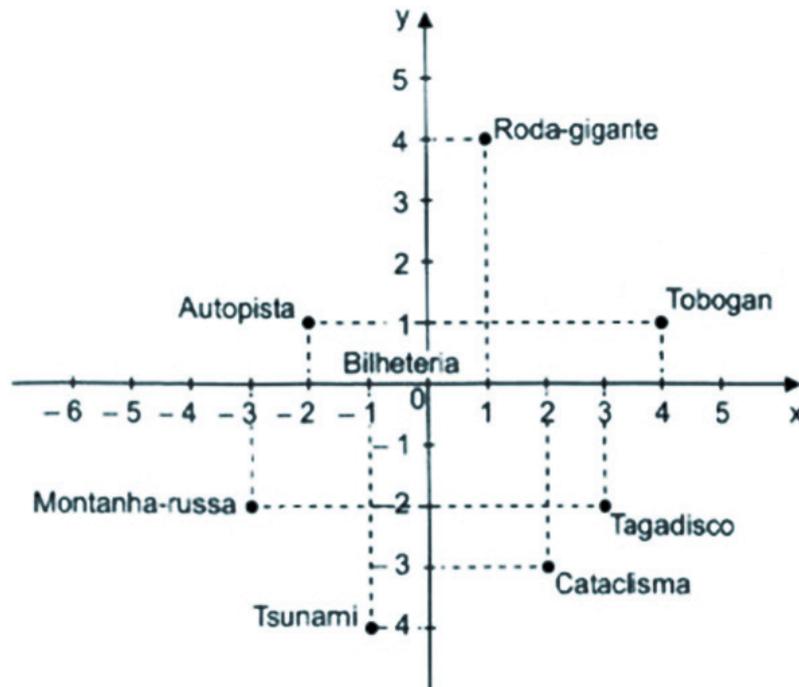


Figura 2: Planta do Parque
 Fonte: Saerj – Avaliação Diagnóstica2012

- a. Cláudia e Jéssica decidiram, partindo da bilheteria, irem ao brinquedo Tsunami. O caminho em linha reta que liga esse brinquedo à bilheteria pode ser representado pela reta $y = 4x$?

Resposta

Sim, pois substituindo as coordenadas do brinquedo Tsunami na equação da reta, a mesma é satisfeita ($-4 = 4 \times (-1)$).



- b. Cada reta da tabela representa o caminho em linha reta, feito a partir da bilheteria, que passa por um determinado brinquedo. Relacione cada reta ao respectivo brinquedo.

Resposta

Reta	Brinquedo
A: $y = -\frac{3x}{2}$	(C) Autopista

B: $y = \frac{x}{4}$	(A) Cataclisma
C: $y = -\frac{x}{2}$	(D) Montanha Russa
D: $y = \frac{2x}{3}$	(F) Roda Gigante
E: $y = -\frac{2x}{3}$	(E) Tagadisco
F: $y = 4x$	(B) Tobogan



- c. No item anterior, todas as retas estão escritas na forma $y = ax + b$. Qual é o valor do coeficiente b em cada uma dessas retas? Se desenhássemos as retas, o que todas elas teriam em comum?

Resposta

Em todas as retas, o valor de b é zero e todas passariam pela origem (0,0).



- d. Cada uma das retas do item (b) representa uma Função Afim, da forma $f(x) = ax + b$. Escreva o valor do coeficiente a de cada função crescente. O que todos eles têm em comum? Faça o mesmo para as funções decrescentes.

Resposta

As funções crescentes têm, como respectivos valores para o coeficiente a , $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e 4. Todos são números reais positivos. As funções decrescentes têm, como respectivos valores para o coeficiente a , $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, e $-\frac{2}{3}$. Todos são números reais negativos.



- e. Cláudia e Jéssica foram ao brinquedo Autopista, e depois à Roda Gigante. Encontre a lei da Função polinomial do 1º grau, $f(x) = ax + b$, que passa por esses dois pontos. Ela é crescente ou decrescente? Compare os coeficientes a e b com o que você observou nos itens anteriores.

Resposta

A lei da função é $f(x) = x + 3$. A função é crescente, com $a = 1$ (positivo) e $b = 3$ (interseção com o eixo y).



- f. Da Roda Gigante, Cláudia e Jéssica foram ao Tobogan. Encontre a lei da Função polinomial do 1º grau que passa por esses dois pontos. Ela é crescente ou decrescente? Compare os coeficientes a e b com o que você observou nos itens anteriores.

Resposta

A lei da função é $f(x) = -x + 5$. A função é decrescente, com $a = -1$ (negativo) e $b = 5$ (interseção com o eixo y).



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Régua.

Procedimentos operacionais

Os alunos devem ser divididos em duplas e/ou trios no início da atividade e orientados a responder às perguntas a partir do gráfico. O registro deve ser realizado de forma individual.

Intervenções pedagógicas

Professor,

- Talvez seja necessário lembrar as seus alunos que se o ponto (x_0, y_0) pertence ao gráfico da função f , então $f(x_0) = y_0$.
- Para facilitar o entendimento de crescimento/decrescimento a partir do gráfico, oriente seus alunos a desenharem as retas em todos os itens, lembrando-os de que devemos ler os gráficos da esquerda para a direita.

- Nos itens (d) e (e), oriente seus alunos a prolongar as retas até o encontro das mesmas com o eixo y, verificando assim que o valor de b na fórmula equivale à interseção do gráfico com o eixo vertical.



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!



Atividade:

Vamos analisar a tabela?

Objetivo:

Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau a sua representação algébrica e vice-versa.

Descrição da atividade:

Professor, essa atividade será mais objetiva de forma que a habilidade principal seja trabalhada através de análise matemática. No final é oferecido um momento de síntese a partir das observações feitas durante a atividade.

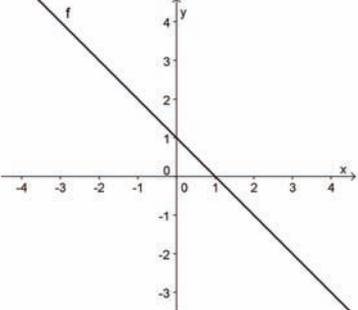
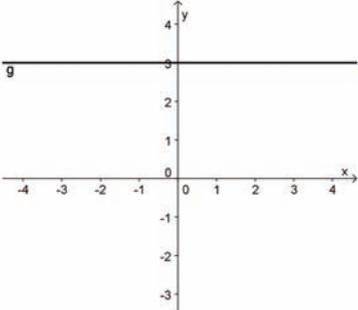
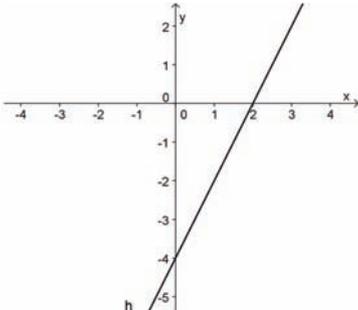
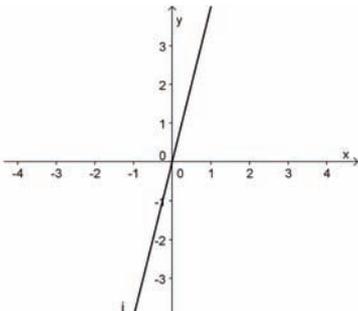
Aluno, essa atividade tem o compromisso de leva-lo a fazer a associação desejada entre um gráfico e sua lei de formação.

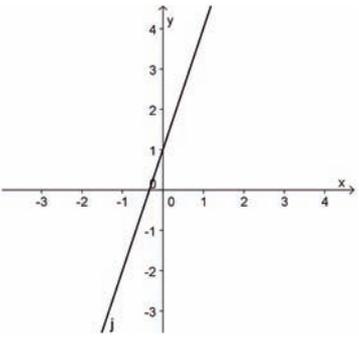
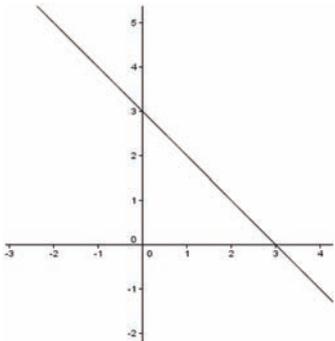
Atividade:

Vamos analisar os gráficos?

Considere a tabela a seguir e complete as células em branco de acordo com a descrição da primeira linha. Para a análise, tome a função da seguinte forma algébrica:

$$f(x) = ax + b.$$

Gráfico	Lei de formação	Coefficiente a	Coefficiente b	Crescente, Decrescente ou Constante	Ordenada onde a reta corta o eixo y
	$f(x) = -x + 1$	-1	+1	Decrescente	+1
	$g(x) = 3$	0	3	Constante	3
	$h(x) = 2x - 4$	2	-4	Crescente	-4
	$i(x) = 4x$	4	0	Crescente	0

	$j(x) = 3x + 1$	+3	+1	Crescente	+1
	$k(x) = -x + 3$	-1	+3	Decrescente	+3

Agora, vamos analisar a tabela anterior e tirar conclusões?

- a. O que você observa em relação ao coeficiente (a) e inclinação da reta? Ser positivo ou negativo influencia em crescente/decrescente?

Resposta

Observo que o sinal do número do coeficiente está relacionado a inclinação da reta. Quando o coeficiente é positivo a reta é crescente, mas quando negativo, a reta é decrescente.



- b. No caso do gráfico com reta paralela ao eixo x , o que você pode observar nos coeficientes, em especial o (a)?

Resposta

É possível observar que o coeficiente é igual a zero.



- c. A ordenada por onde a reta corta o eixo tem relação com o coeficiente b ?

Resposta

Sim. A ordenada por onde a reta corta o eixo é exatamente o coeficiente b .



- d. De acordo com a análise feita com auxílio das perguntas anteriores, a que conclusão pode chegar sobre a lei de formação de uma Função do 1º Grau e seu gráfico?

Resposta

Uma Função Polinomial do 1º Grau tem a forma $y = ax + b$. Como vimos temos o coeficiente (a) ligado diretamente a inclinação da reta que pode ser positiva (Crescente), negativa (Decrescente) ou nula (constante). O coeficiente (b) já nos indica o valor de y por onde a reta irá passar, ou seja, a ordenada do ponto por onde a reta corta o eixo y .



Recursos necessários:

Encarte do aluno e régua.

Procedimentos Operacionais

- *Os alunos devem ser divididos em duplas ou trios, mas o registro deve ser individual.*
- *Informe aos alunos que eles devem completar totalmente a tabela para, somente, depois responder as perguntas indicadas. No item (d) pense em suas conclusões após responder as perguntas anteriores. No entanto, deixe para registrá-las com o auxílio do professor.*
- *Professor, certifique-se de que os grupos façam uma análise da tabela antes de responderem ao item (d). Depois disso, faça uma abordagem coletiva.*

Intervenção Pedagógica

Professor,

- *Se necessário, lembre a turma que a lei de uma Função Afim tem lei na forma $y = ax + b$, com $a \neq 0$ e que no caso de $a = 0$, tem-se uma particularidade.*

- Os alunos costumam ter dificuldade para identificar, através da inclinação da reta, se ela é crescente ou decrescente. Lembre-os que quando crescente se x tem seu valor aumentado; o $f(x)$, ou seja, y também aumenta ou se x tem seu valor diminuído; o $f(x)$, ou seja, y também diminui. Quando decrescente os pontos da reta se comportam de maneira inversa em relação a x e $f(x)$. Se x aumenta, $f(x)$ diminui; mas se x diminui, $f(x)$ aumenta.
- Professor, lembre a turma que no caso de dúvida para determinar o coeficiente a , pode-se utilizar dois pontos destacados na reta na equação $a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.
- O item (d) deve ser realizado juntamente com os grupos, após um momento de análise da tabela. É importante que o significado de cada coeficiente fique bem claro para os alunos.



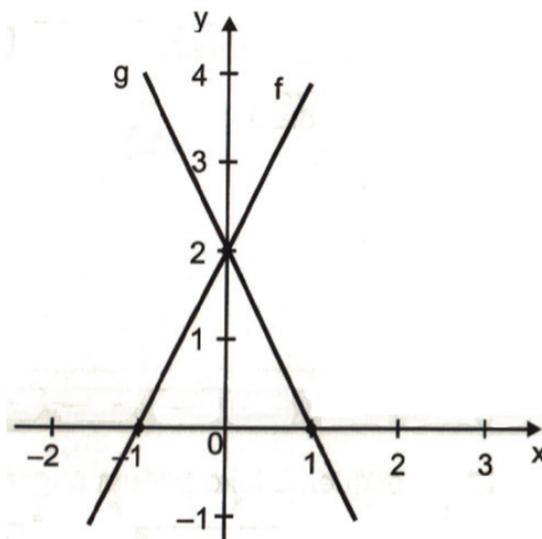
QUARTA ETAPA

QUIZ



QUESTÃO: SAERJ – 2012

No plano cartesiano abaixo, foram representadas as funções polinomiais do primeiro grau $f(x)$ e $g(x)$.



Quais são as expressões que representam algebricamente f e g , nessa ordem?

- a. $f(x) = 2x + 2$ e $g(x) = -2x + 2$

- b. $f(x) = -x + 2$ e $g(x) = x + 2$
- c. $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = 2x + 1$
- d. $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ e $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$
- e. $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ e $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



Resposta

Ao observar que a reta f é crescente e a reta g é decrescente, já se pode eliminar as alternativas (b) e (c), pois os coeficientes angulares **não são**, respectivamente, positivo e negativo. Em seguida podemos verificar que as duas retas cortam a ordenada 2, assim eliminamos também a alternativa (e). Para que haja a escolha entre as opções (a) e (d), se utiliza a fórmula para encontrar o coeficiente a . Destacam-se então os pontos $(-1,0)$ e $(0,2)$ para a reta f e para a reta g , $(1,0)$ e $(0,2)$.

$$a_f = \frac{0-2}{-1-0} = 2 \therefore a_g = \frac{0-2}{1-0} = -2$$

Logo a alternativa correta é A.

Distratores:

- b. Esta opção traz os sinais dos coeficientes a das funções f e g trocados, colocando f como decrescente e g como crescente. Além do valor absoluto dos coeficientes a não estarem de acordo com a inclinação da reta.
- c. Os coeficientes b das funções f e g não condizem com a representação geométrica indicada, além do coeficiente a de g indicá-la como função crescente, em oposição ao gráfico.
- d. De acordo com o cálculo para o coeficiente a das funções f e g , é possível perceber que seu valor absoluto não será menor que um.
- e. Além do erro no valor do coeficiente a em ambas as funções, não se percebeu que os valores de b também não condizem com os gráficos apresentados.



ETAPA FLEX

PARA SABER +

Prezado professor,

Existem alguns softwares gratuitos que podem incrementar seu trabalho no ensino de funções. Os mesmos podem ser instalados livremente em seu computador e no laboratório de informática de sua escola. Alguns destes *softwares* estão listados a seguir.

1. **Winplot:** *software* que esboça gráficos de funções em duas ou três dimensões. O mesmo pode ser obtido no endereço

- <http://math.exeter.edu/rparris/>

O *link* a seguir contém uma apostila *on-line*, que contém diversos tutoriais de uso do Winplot, bem como aponta algumas possibilidades para sua aplicação:

- <http://www.mat.ufpb.br/sergio/winplot/winplot.html>

2. **Geogebra:** *software* que, além de esboçar gráficos de funções em duas dimensões, também permite a construção e manipulação de figuras geométricas. O mesmo pode ser obtido no site

- <http://www.geogebra.org/cms/>

A página do Instituto Geogebra – Rio de Janeiro (<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>, acesso em 15/01/2013) e do professor Humberto Bortolossi, da Universidade Federal Fluminense (<http://www.professores.uff.br/hjbortol/>), contém diversos tutoriais e atividades envolvendo este software.

Além das atividades, voltadas mais para os alunos, indicamos o livro a seguir para você, professor, que deseja enriquecer mais seu campo de conhecimento sobre Funções.

3. Construindo o conceito de função, Projeto Fundão – Lúcia A. A. Tinoco (coord.) – este livro contém atividades que abordam conceitos ligados diretamente à aprendizagem do conceito de função. Mais detalhes podem ser obtidos no *link*

- http://www.projetofundao.ufrj.br/matematica/index.php?option=com_content&task=view&id=25&Itemid=31

Aluno,

Há também algumas páginas com atividades envolvendo Função Afim que podem ser exploradas *on-line*, sem necessidade de baixar nenhum *software* (só é necessário que seu computador e os de seu colégio tenham o Java instalado). Seguem *links* que abordam os conceitos trabalhados nesta dinâmica e que, a seu critério, podem ser indicados aos alunos para acesso:

1. <http://homes.dcc.ufba.br/~frieda/funcaoafim/>

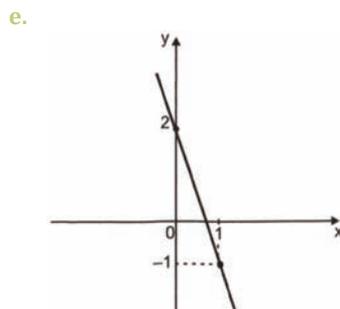
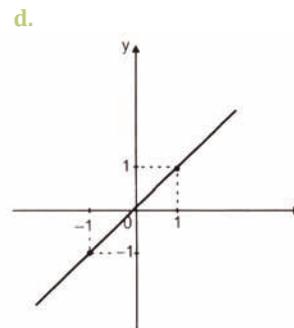
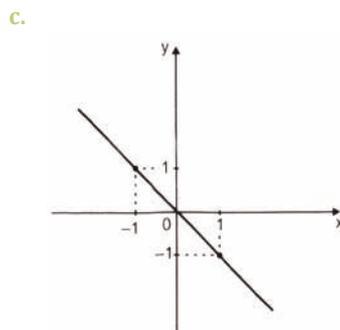
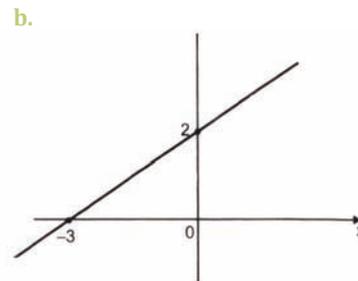
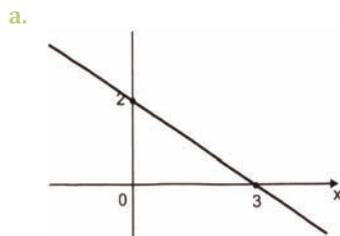
2. <http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81.html>

3. <http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81s2.html>
4. <http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81s3.html>

AGORA, É COM VOCÊ!

Mais algumas questões das provas diagnósticas do Saerjinho 2012 para você testar seu conhecimento sobre a habilidade estudada.

1. Uma função, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ expressa algebricamente por $y = 2 - 3x$, foi representada em um plano cartesiano. Qual é o gráfico que representa essa função?

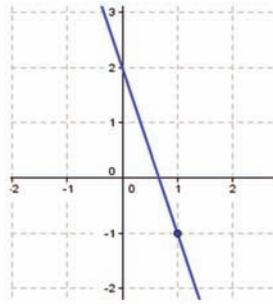


Resposta

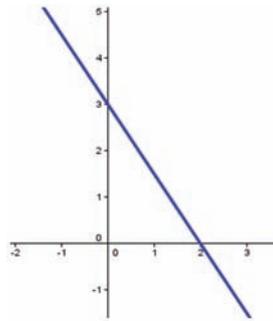
(E)

A função $y = 2 - 3x$ é uma reta, possui coeficiente linear o número 2, ou seja, ela corta o eixo y no ponto $(0, 2)$ e para $x = 1$, temos que $y = 2 - 3 \times 1 = 2 - 3 = -1$, portanto passa pelo ponto $(1, -1)$.

Graficamente temos:



2. No plano cartesiano abaixo, foi representado o gráfico de uma função polinomial do 1º grau, da forma $y = ax + b$, com $a < 0$ e $b > 0$.



Uma expressão algébrica que representa essa função é

- a. $y = -\frac{3}{2}x + 3$
- b. $y = \frac{2}{3}x + 3$
- c. $y = \frac{3}{2}x + 3$
- d. $y = 2x + 3$
- e. $y = 3x + 2$

Resposta

(A)

Como a reta $y = ax + b$ corta o eixo y no ponto $(0, 3)$, temos que 3 é o valor de b . Como o ponto $(2, 0)$ pertence a esta reta temos:

$$y = ax + b$$

$$0 = a \times 2 + 3$$

$$0 = 2a + 3$$

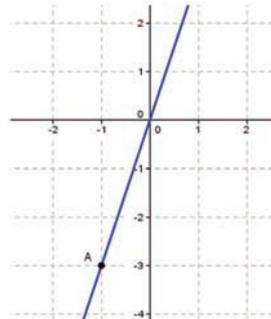
$$2a = -3$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Segue que } y = -\frac{3}{2}x + 3$$



3. O gráfico abaixo representa uma função polinomial do 1º grau definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



A representação algébrica dessa função é

- a. $y = -x - 3$
- b. $y = -3x$
- c. $y = -\frac{x}{3}$
- d. $y = \frac{x}{3}$
- e. $y = 3x$

Resposta

(E)

Como a função corta o eixo y no ponto $(0, 0)$, então $b = 0$. Temos ainda que o ponto $(-1, -3)$ pertence a esta reta, logo:

$$y = ax + b$$

$$-3 = a \times -1 + 0$$

$$-3 = -a$$

$$a = 3$$

Portanto:

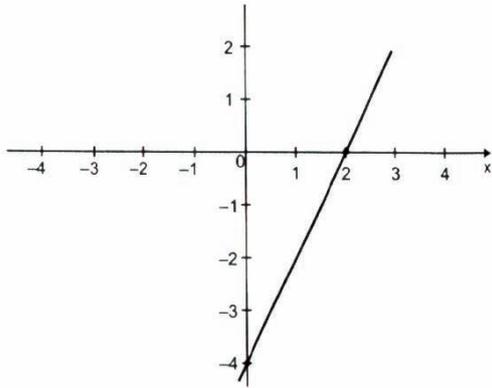
$$y = 3x + 0$$

$$y = 3x$$

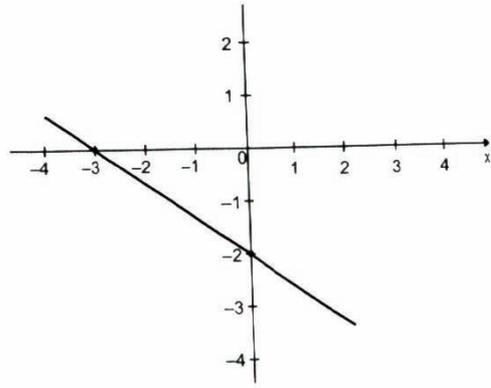


4. Qual é o gráfico que melhor representa a função $f(x) = ax + b$, com $a = -3$ e $b = 2$, definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?

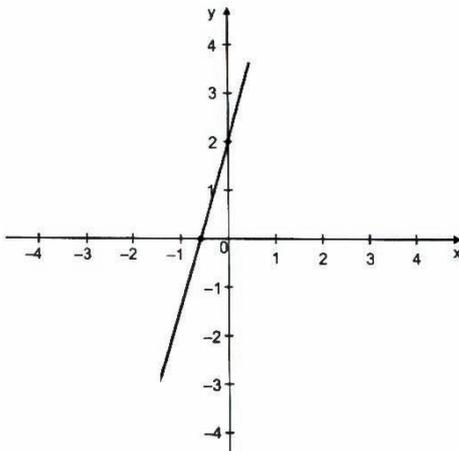
a.



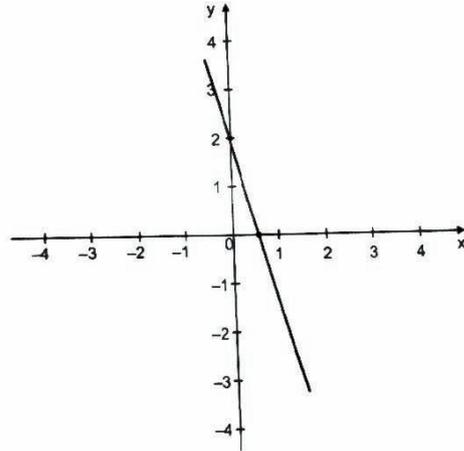
b.



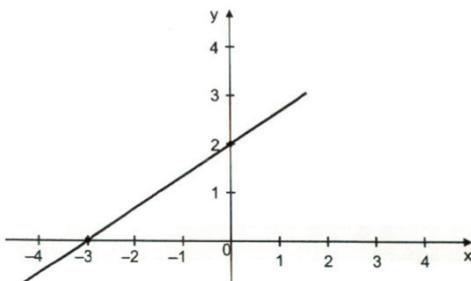
c.



d.



e.



(D)

Como $a = -3$ e $b = 2$, a função será definida por $y = -3x + 2$. Ela passará pelo ponto $(0, 2)$ que representa b , é decrescente, pois $a < 0$ e para $x = 1$ temos que $y = -1$, ou seja, a reta passa pelo ponto $(1, -1)$.



