Reforço escolar · Matemática ·

Olhando por esse Prisma...

Dinâmica 7

2º Série | 2º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 2ª	Geométrico	Geometria Espacial: Prismas e Cilindros

DINÂMICA	Olhando por esse prisma...
HABILIDADE BÁSICA	H26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas
HABILIDADE PRINCIPAL	H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Não faz mal, monta com jornal!	20 a 30 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
2	Um novo olhar ...	Qual é a fórmula?	15 a 20 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
3	Fique por dentro!	É só planificar!	20 a 25 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Caro professor:

Nesta dinâmica, será feita uma breve abordagem sobre polígonos, especificamente sobre as áreas de regiões poligonais, que servirá de apoio ao aluno para a compreensão de como calcular a área total de um prisma. Nessa perspectiva, na etapa 1 trabalhamos a formação do metro quadrado com auxílio de folhas de jornal e com representações feitas em um quadrado para a formação de outras medidas de áreas. Na etapa 2, na atividade "Qual é a fórmula?", o aluno é convidado a compreender as fórmulas para cálculo de áreas de paralelogramos, triângulos e trapézios. A seguir, na atividade "Visão 3D" da etapa 3, utilizamos o trabalho da etapa anterior para que os alunos calculem áreas laterais e totais de prismas.

Como sempre, você terá possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

30 MINUTOS

Atividade • Não faz mal, monta com jornal!

Objetivo

Calcular áreas de quadrados e determinar a razão entre as áreas de dois quadrados, conhecida a razão entre seus lados.

Descrição da atividade

Nesta atividade propomos inicialmente que os alunos tenham uma vivência da construção de um quadrado de 1m². A partir dessa construção propomos a comparação desse quadrado com um quadrado de $\frac{1}{2}m$ de lado e para concluir solicitamos aos alunos que representem em um quadrado uma fração de sua área. Confira a proposta a seguir!

Quantas vezes você já ouviu falar de metro quadrado? Muitas, não é mesmo? Agora responda: você sabe que porção do piso da sala corresponde a 1m²?

Vamos conferir?

1. Junto com seus colegas, pegue folhas de jornal e uma fita métrica. Una as folhas com fita adesiva, formando um quadrado cujo lado meça 1m.

   Dica: Utilize o contorno da folha de jornal para garantir o ângulo reto.

2. E aí? O tamanho desse quadrado ficou acima ou abaixo da sua expectativa?

3. Observe o quadrado que você construiu e responda: se as dimensões desse quadrado forem reduzidas à metade, qual será a área desse novo quadrado?

4. Vamos verificar se a sua resposta está correta!

   Pegue a fita métrica e mais jornal. Construa agora um quadrado com lado medindo $\frac{1}{2}m$.

E aí? A sua resposta estava correta? Registre suas impressões.

Quantas vezes o quadrado menor cabe no quarado maior?

Resposta

O quadrado de lado $\frac{1}{2}m$ cabe 4 vezes no quadrado de lado 1m, ou seja, corresponde à quarta parte.

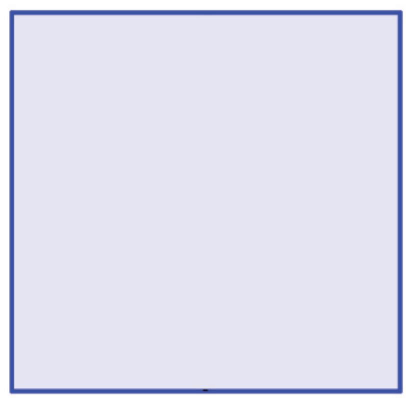
5. Como pode a metade virar a quarta parte? Será que existe uma explicação para esse fato?

Sim, existe! E você mesmo é capaz de dá-la. Troque ideias com seus colegas e apresentem uma justificativa relacionando os conceitos de área e comprimento.

Resposta

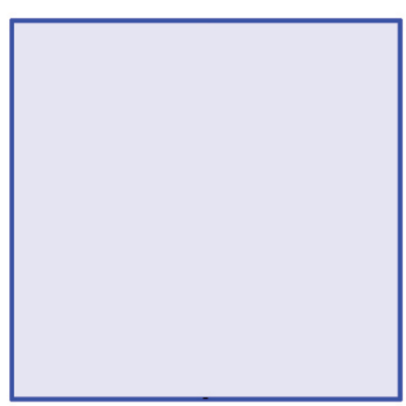
A resposta é pessoal, mas os alunos devem notar que uma alteração de k unidades no comprimento leva numa alteração de k² unidades na área.

6. Considere que o quadrado a seguir tenha $1m^2$ de área.

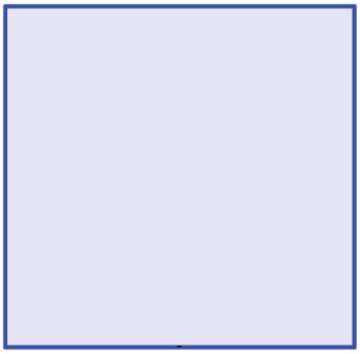


Em cada item represente, a partir do quadrado, a área indicada, justificando a sua resposta.

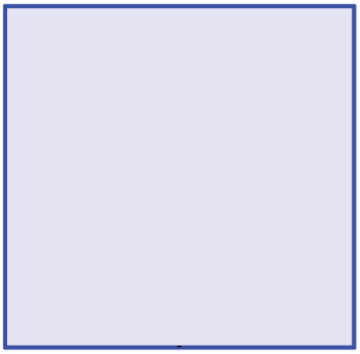
a. $\frac{1}{2}m^2$.



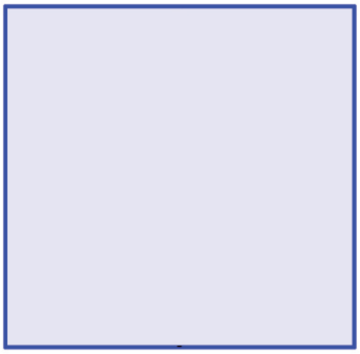
b. $\frac{1}{2}m^2$, utilizando uma representação diferente da apresentada no item anterior.



c. $\frac{1}{3}m^2$.



d. $\frac{1}{8}m^2$. Dica: $\frac{1}{8}$ é a metade de $\frac{1}{4}$.



Recursos necessários:

- Folhas de jornal.
- Cola ou fita adesiva.
- Tesoura.

- Fita métrica.
- Encarte do aluno.

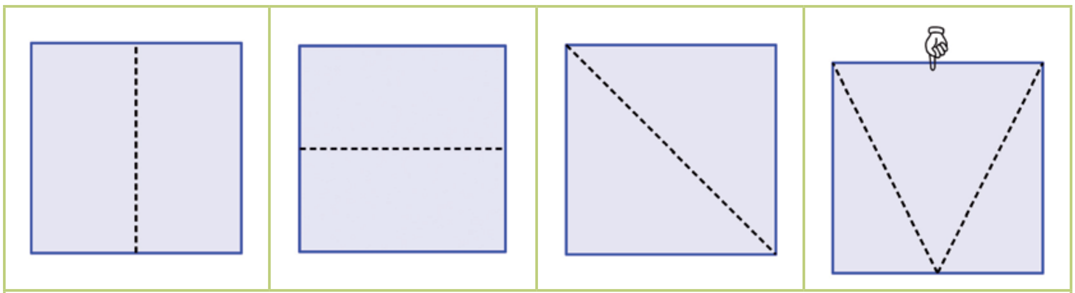
Procedimentos Operacionais

- *Forme grupos de 3 ou 4 alunos.*
- *Oriente os grupos para que eles façam os quadrados com cuidado e capricho para que o quadrado fique o mais preciso possível. Oriente -os para utilizar o lado do jornal para obter o ângulo reto.*

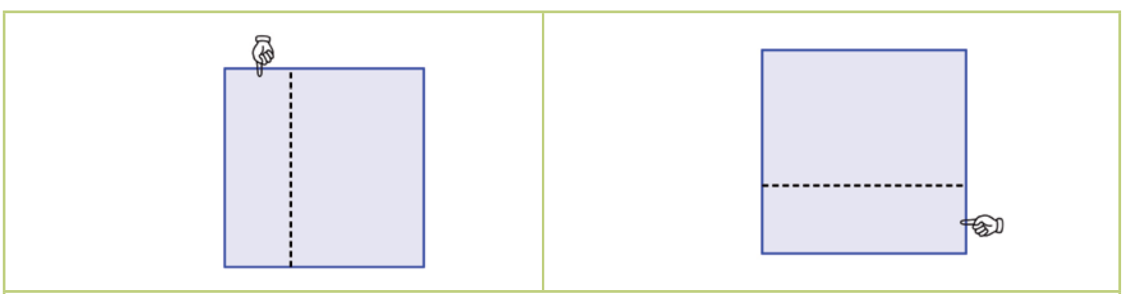
Intervenção Pedagógica:

- *Professor, aproveitamos esse primeiro momento para apresentar o m² à turma, a sua orientação para que ocorra a confecção de um quadrado no item 1 é muito importante, pois os alunos podem ter dificuldade em fazer um quadrado, por isso indicamos que se utilize o lado da folha de jornal.*
- *No item 3, muitos alunos podem responder a metade. Isso ocorre porque a ideia de dividir os lados ao meio faz com que a ideia de metade fique muito evidenciada. Isso ocorre muito frequentemente quando os alunos não olham para a superfície, mas para as dimensões isoladamente. Caso esse erro ocorra, aproveite para desconstruir essa ideia no desenvolvimento do item 4, onde os alunos devem experimentar a construção do quadrado de lados medindo* $\frac{1}{2}m$.
- *No item 4, com os dois quadrados construídos, esperamos que os alunos percebam que, se tivessem 4 quadrados com lado* $\frac{1}{2}m$*, conseguiriam formar o quadrado de lado 1m e, portanto, o quadrado de lado* $\frac{1}{2}m$ *corresponde à quarta parte do quadrado de lado 1m. Caso eles tenham dificuldade em perceber isso, use 4 quadrados de* $\frac{1}{2}m$ *de lado construídos pelos grupos e sobreponha a um quadrado de lado 1m. Nesse momento os alunos devem validar, ou não, o que foi estimado no item 3, através da experiência.*
- *Mais uma vez reforçamos que é muito importante que você, professor, incentive os alunos a pensarem e a exporem suas opiniões e, sobretudo, a argumentarem. O item 5 é uma boa oportunidade para isso. Os alunos podem ter dificuldade em verbalizar o que eles perceberam, mas esse é um exercício fundamental para que eles possam dar significado ao que estão (re)aprendendo, por isso, é interessante que eles falem e que você faça as correções necessárias, mas sempre valorizando o que eles fizeram!*

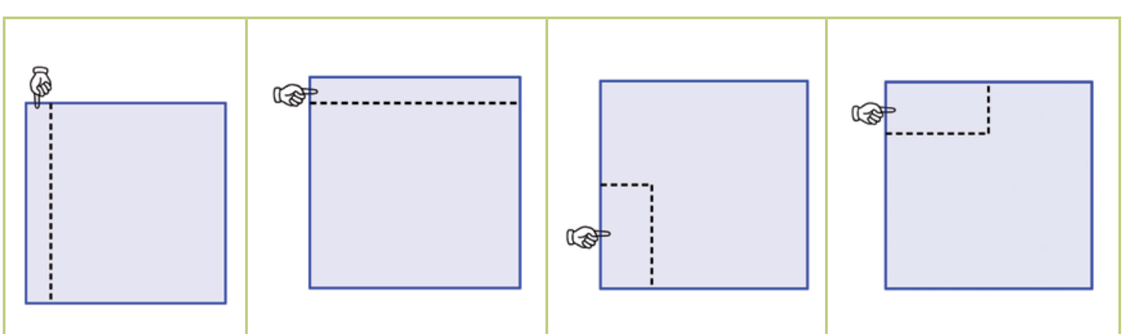
- *No item 6, promovemos um momento para que os alunos possam colocar em prática o que foi discutido nos itens anteriores. Caso os alunos tenham dificuldade, você pode sugerir que eles utilizem o quadrado montado com o jornal para manipular, tentando obter as áreas indicadas. Uma outra possibilidade seria usar um quadrado menor recortado o qual eles possam dobrar, manipular e até recortar se assim for conveniente.*
- *Para cada parte do item 6, não existe uma única resposta, por isso, solicitamos que os alunos justifiquem suas escolhas para que seja mais fácil perceber se está de acordo ou não com o pedido. A seguir, indicamos algumas soluções.*

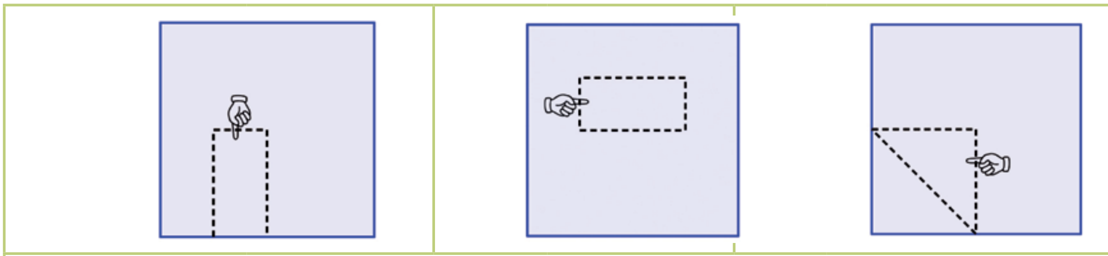


$\frac{1}{2}m^2$



$\frac{1}{3}m^2$





$\frac{1}{8} m^2$

- Sobre esse tema, você pode visitar o sítio http://recreamat.blogs.sapo.pt/18181.html - acesso em 27/03/2012, onde encontramos algumas soluções interessantes para a divisão de um quadrado em quatro partes com área igual.

Segunda Etapa:
Um novo olhar...

Atividade • Qual é a fórmula?

Objetivo

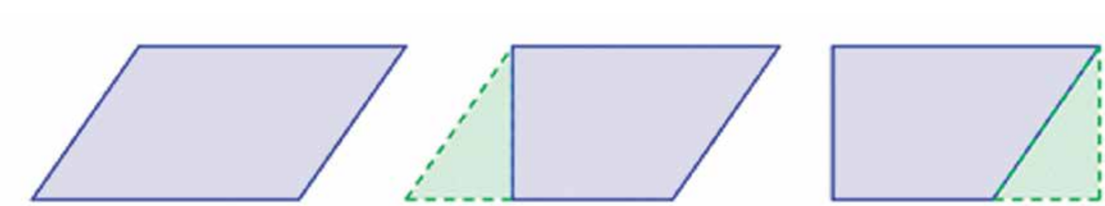
Compreender algumas fórmulas para o cálculo da área de triângulos e quadriláteros.

Descrição da atividade

Nesta atividade, os alunos são convidados a manipular alguns polígonos com a finalidade de compreender o cálculo da área de paralelogramos, triângulos e trapézios. Para isso, eles devem saber calcular a área do retângulo. Veja a descrição da atividade a seguir.

Você e seus colegas devem manipular as figuras entregues pelo seu professor de acordo com o que é pedido em cada item. Mãos à obra!

1. A seguir, temos um paralelogramo e sua decomposição.



Utilizando o paralelogramo entregue pelo seu professor, faça o que a sequência anterior sugere.

Em seguida, indicando a base por b e a altura por h, escreva uma fórmula para calcular a área do paralelogramo a partir dessas medidas. Justifique sua resposta.

Professor

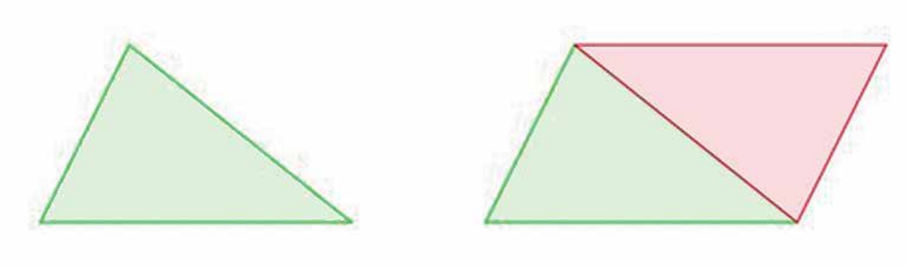
Resposta

A = b . h .

O mesmo triângulo que foi retirado de um lado foi justaposto ao outro, mantendo a área e formando um retângulo com base e altura iguais às do paralelogramo.

• • • • •

2. Observe a figura a seguir e utilizando os dois triângulos entregues pelo seu professor, monte uma figura com essa.



Os dois triângulos que compõem a figura da direita são congruentes. A figura formada por eles representa um polígono. Qual?

Resposta

Paralelogramo.

• • • • •

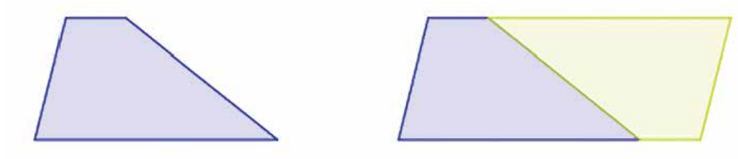
3. Você consegue escrever uma fórmula para a área do triângulo? Troque ideias com seus colegas e determinem uma expressão. Justifique sua resposta.

Resposta

A área pode ser calculada pela expressão $\frac{b \cdot h}{2}$*, porque duas cópias do mesmo triângulo justapostas formam um paralelogramo com mesma base e altura que os triângulos. Logo a área de um só desses triângulos pode ser calculada como a metade da área do paralelogramo.*

• • • • •

4. Observe a figura a seguir e utilizando os dois trapézios entregues pelo seu professor, monte uma figura com essa.



Os dois trapézios que compõem a figura da direita são congruentes. A figura formada por eles representa um polígono. Qual?

Resposta

Paralelogramo.

• • • • •

5. Considerando B a medida da base maior do trapézio, b a medida da base menor e h sua altura,

a. escreva uma expressão que represente a área da figura formada.

Resposta

A expressão da área do paralelogramo formado é $(B+b)\cdot h$.

• • • • •

b. troque ideias com seus colegas e escreva uma expressão que represente a área do trapézio. Justifique sua resposta.

Resposta

A expressão da área do trapézio é $\frac{(B+b)\cdot h}{2}$*, porque duas cópias do mesmo trapézio justapostas formam um paralelogramo com base igual à soma das duas bases do trapézio e mesma altura. Logo a área de um só desses trapézios pode ser calculada como a metade da área do paralelogramo.*

Professor

Recursos necessários:

- Um paralelogramo, dois triângulos e dois trapézios, disponíveis no anexo já recortados.
- Tesoura.
- Encarte do aluno.

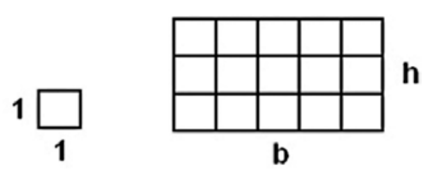
Procedimentos Operacionais:

- *Mantenha a turma organizada como na etapa anterior.*
- *Entregue para cada grupo os 5 polígonos disponíveis no anexo. Você deve recortá-los previamente.*

Intervenção Pedagógica

- *Professor, antes de iniciar essa etapa verifique se os alunos sabem como calcular a área de um retângulo. Caso você perceba que essa habilidade não está consolidada sugerimos que discuta com eles como se dá esse cálculo utilizando a ideia de um retângulo subdivido em quadradinhos de uma unidade de área e ressaltando que a área é o total de quadradinhos.*

  Por exemplo, na situação a seguir

  os alunos podem perceber que a área é 15, através do cálculo do pela expressão $3 \cdot 5 = 15$ *e concluir que, de maneira geral, a área pode ser expressa por* $A = b \cdot h$*. Conte para seus alunos que, apesar dessa ilustração ser feita com medidas inteiras, a expressão resultante é válida para quaisquer medidas, racionais ou mesmo irracionais.*

- *Nessa etapa quando pedimos aos alunos para formarem as figuras e escreverem as fórmulas correspondentes, existem diferentes ações envolvidas do ponto de vista cognitivo. Além de justificar as fórmulas, essas operações com as figuras ajudam a reconstruí-las quando, passado algum tempo, elas tenham sido esquecidas. O costume de "namorar" as fórmulas antes de decorá-las tem essa grande vantagem que o estudante só vai sentir com o passar do tempo. Nesse sentido, certifique-se* *de que os alunos realmente estejam fazendo as composições e decomposições solicitadas e não apenas reproduzindo as fórmulas.*

- *Os alunos devem fazer deduções durante as composições e decomposições de figuras solicitadas na atividade, mas é possível que encontrem dificuldades para escrever essas relações. Seu papel durante o desenvolvimento da atividade é fundamental, auxilie-os no registro algébrico dessas deduções.*

- *No item 3, os alunos podem ter dificuldade para perceber que devem usar a área do paralelogramo para obter a área do triângulo, se isso acontecer, oriente-os para observarem a figura, peça que eles indiquem a altura e a base de um dos triângulos, depois peça que eles observem o paralelogramo e pergunte qual a relação entre a área do triângulo e do paralelogramo.*

- *No item 4, os alunos podem não saber o que é um trapézio, nessa caso, é interessante, que você fale para eles que o trapézio tem um par de lados paralelos que são chamados de bases do trapézio. Além disso, eles podem ter a mesma dificuldade do item anterior, nesse caso, explore a figura e peça que eles façam registros no seu encarte sobre o que foi observado.*

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • É só planificar!

Objetivo

Reconhecer a área total do prisma como sendo a soma das áreas dos polígonos que o formam.

Descrição da atividade

Professor, nessa etapa os alunos serão convidados a utilizar o conhecimento sobre áreas, trabalhado nas etapas anteriores, para calcular a área total dos prismas apresentados. No anexo você encontra algumas planificações e você deve montar um exemplar de cada sólido previamente para mostrar e desmontar junto com os alunos no início da atividade. Acompanhe a proposta.

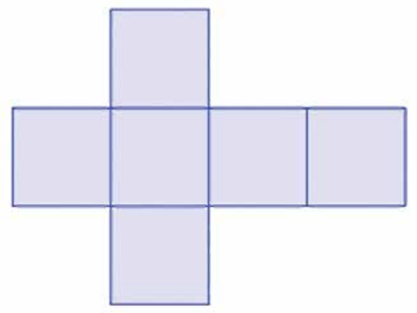
Seu professor mostrou três sólidos montados e desmontados: um cubo, um paralelepípedo e um prisma de base trapezoidal.

Após observar esses objetos, desenvolva a atividade a seguir.

1. Considerando o cubo.

a. Faça um esboço de sua planificação. (Não é necessário desenhar precisamente)

Resposta



b. Como são as faces do cubo?

Resposta

As faces são formadas por 6 quadrados congruentes.

c. Se o lado do quadrado mede 5 cm, qual a área de uma das faces?

Resposta

A área é $5 \cdot 5 = 25cm^2$.

d. Ainda considerando o lado do quadrado medindo 5 cm, qual a área total do cubo?

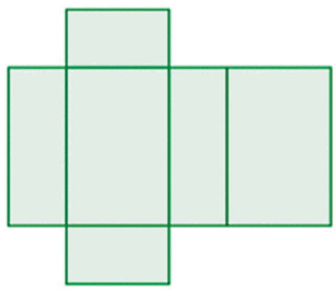
Resposta

A área é $6 \cdot 25 = 150cm^2$.

2. Considere agora o paralelepípedo.

a. Faça um esboço da planificação desse sólido.

Resposta



b. Como são as faces desse paralelepípedo.

Resposta

As faces são formadas por 6 retângulos congruentes dois a dois.

c. Calcule a área total de um paralelepípedo, cujo comprimento mede 5 cm, a largura, 2 cm e a altura, 8 cm.

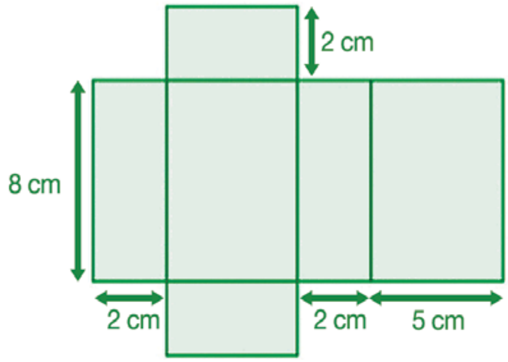
Dica: Aproveite a planificação feira no item (a).

Resposta

Representando as medidas das dimensões na planificação podemos perceber que temos dois retângulos de dimensões 5 por 2, dois de dimensões 2 por 8 e dois de dimensões 5 por 8. Com isso, podemos expressar a área total por:

$A_T = 2 . 5 . 2 + 2 . 8 . 2 + 2 . 5 . 8 = 20 + 32 + 80 = 132cm^2$

Professor

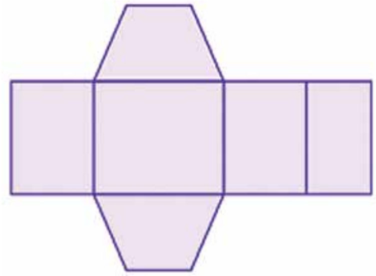


• • • • •

3. Analise agora o prisma de base trapezoidal.

a. Desenhe a planificação desse prisma.

Resposta



• • • • •

b. Quais são as figuras geométricas que formam as faces desse prisma?

Resposta

Esse prisma é formado por dois trapézios congruentes, e dois pares de retângulos congruentes.

• • • • •

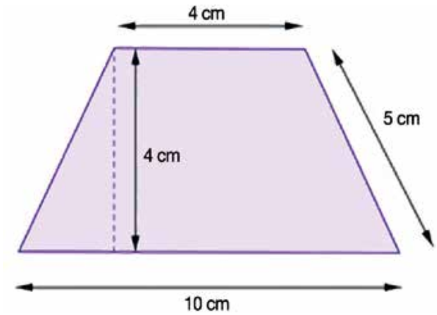
c. Explique como você pode calcular a área total desse prisma?

Resposta

Calculando a área dos quatro retângulos e dos dois trapézios congruentes.

• • • • •

d. A base desse prisma é um trapézio isósceles, calcule a sua área, considerando as dimensões indicadas na figura abaixo.



Resposta

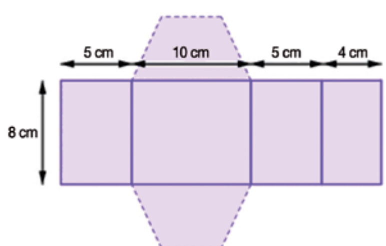
$$A_T = \frac{(10+4).4}{2} = 28cm^2$$

● ● ● ● ●

e. Agora calcule a área lateral desse prisma, sabendo que a altura mede 8 cm.

Dica: Use a planificação feita no item (a) e utilize as dimensões do trapézio no item (d).

Resposta



Representando as medidas das dimensões dos retângulos que formam a área lateral na planificação podemos perceber que temos quatro retângulos, cujas dimensões são 8 por 5, 8 por 10, 8 por 5 e 8 por 4. Logo a área lateral é: $A_L = 8 \,.\, 5 + 8 \,.\, 10 + 8 \,.\, 5 + 8 \,.\, 4 = 192cm^2$.

● ● ● ● ●

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Professor

- Sólidos cujas planificações estão disponíveis no anexo.

Procedimentos Operacionais

- *Mantenha os grupos formados anteriormente.*
- *Monte os sólidos cujas planificações estão disponíveis no anexo de forma que eles possam ser desmontados com facilidade. Se seu grupo tiver uma frequência em torno de 10 alunos monte apenas um exemplar de cada. Caso tenha mais de 10 alunos, sugerimos que você monte dois exemplares de cada sólido.*

• • • • •

Intervenção Pedagógica

- *Professor, nessa etapa esperamos que os alunos observem os polígonos que formam o contorno dos prismas, bem como suas planificações. A ação de desmontar o sólido para perceber a planificação é muito importante. Embora, a princípio, essa ação pareça ser a mesma que a realizada em dinâmicas anteriores, cognitivamente, transformar uma figura plana em sólido e transformar um sólido em uma figura plana requerem habilidades distintas. Por isso, sugerimos que antes de os alunos responderem às perguntas, você desmonte cada um dos sólidos com a participação e observação dos alunos destacando as figuras planas que compõem a respectiva planificação.*
- *Nas três questões propostas nos itens (a) e (b) os alunos precisam desenhar a planificação e comentar sobre as formas geométricas, por isso, deixe o material circular pela turma para que os alunos manipulem, caso sintam necessidade de fazerem outras observações.*
- *No item (c) das questões 1 e 2 os alunos devem calcular áreas de quadrados e retângulos. Eles podem utilizar diferentes estratégias, como, por exemplo, considerar a área lateral como um único retângulo e depois adicionar as áreas das bases. Aproveite para comentar os diferentes processos durante a discussão coletiva.*
- *Na questão 3, solicitamos que os alunos calculem a área da base no item (d) e a área lateral no item (e). No item (e) solicitamos aos alunos que calculem áreas de retângulo, mas o item (d) envolve área de trapézio. É possível determinar a altura do trapézio a partir do Teorema de Pitágoras, porém optamos por indicar a altura, para não tirar o foco do cálculo de áreas nessa atividade. Caso haja tempo mostre aos alunos como concluir que a altura tem como medida 4 cm.*

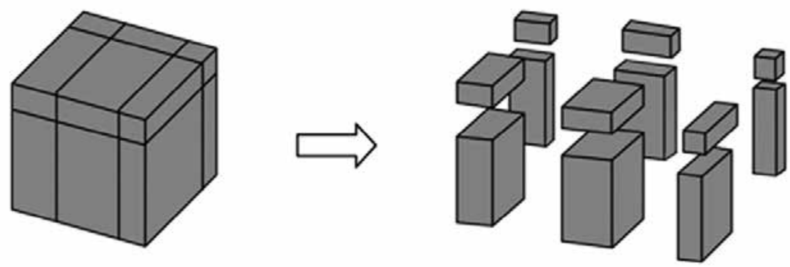
• • • • •

QUARTA ETAPA
QUIZ

Saerjinho 2012 – 2ª série – 3º bimestre

Questão 17 M110010E4

Em um cubo, são feitos quatro cortes obtendo-se doze paralelepípedos retângulos, conforme indica o desenho abaixo. Nesse cubo, cada face possui área de medida igual a k cm².



Qual é a medida da área total da superfície desses doze paralelepípedos?

A) 6k cm²
B) 8k cm²
C) 9k cm²
D) 10k cm²
E) 14k cm²

Professor

QUINTA ETAPA:
Análise das respostas ao Quiz

Resposta

Para resolver essa questão temos que observar que cada corte gera um acréscimo correspondente a duas vezes a área de uma das faces.

Como foram feitos 4 cortes, adicionou-se à área total do cubo 8 vezes a área de uma das faces.

Logo, como cada face tem área correspondente a k cm², então, a área total dos paralelepípedos assim formados é 14k cm² (14 = 6 + 8).

Resposta: letra E

Erros Possíveis

Os alunos ao tentarem resolver essa questão podem optar por observar separadamente cada paralelepípedo, o que pode tornar a sua resolução muito mais trabalhosa. Esse é um bom momento para mostrar aos alunos que a observação e a reflexão sobre o que é pedido é fundamental para a escolha de uma estratégia adequada para a obtenção da solução.

Um outro ponto em que os alunos podem ter dificuldade é observar que, ao *decompor uma figura, a sua área se mantém preservada, caso nenhuma parte seja descartada. Isso foi trabalhado nessa dinâmica, na Etapa 2, quando os alunos foram orientados a obter a área de um triângulo, por exemplo, a partir de um paralelogramo com área equivalente à área de dois triângulos, bem como, na determinação da área do paralelogramo que foi decomposto, formando um retângulo após a reorganização das partes.*

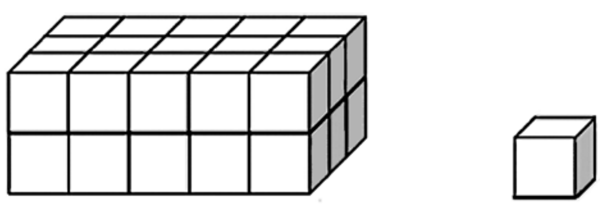
O item A corresponde à área total do cubo, enquanto o item B a área que foi adicionada. O item D, por sua vez, corresponde à área do cubo (6k cm^2) adicionada a 4k cm^2, o que pode indicar que o aluno que optou por esse item não tenha percebido que um corte corresponde à soma de duas vezes a área de uma face.

• • • • •

ETAPA FLEX
PARA SABER +

Cavalieri e o volume de prismas!

Veja o paralelepípedo a seguir.



Suas dimensões são 5 por 3 por 2. Agora pense, quantos cubinhos, cuja aresta mede 1 unidade, cabem nesse paralelepípedo?

Não é difícil de perceber que a multiplicação 5.3.2 = 30 nos fornece o total de cubinhos!

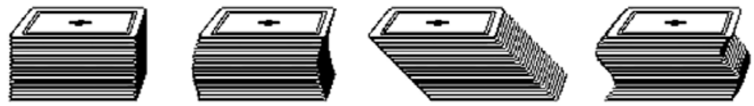
Por isso, dizemos que o volume desse paralelepípedo é 30 unidades de volume, ou seja, o volume é o total de cubinhos unitários que cabem nesse paralelepípedo.

Se considerarmos a, b e c como as dimensões de um paralelepípedo, então a expressão, $V = a \, . \, b \, . \, c$ indica o volume desse paralelepípedo. Ainda podemos expressar esse volume como $V = A_b \, . \, h$, pois a área da base pode ser indicada por $A_b = a \, . \, b$ e a altura, por c.

Você já sabe que um paralelepípedo é um prisma. Será, então, que o volume de qualquer prisma pode ser obtido pela expressão $V = A_b \, . \, h$?

Graças a um princípio criado por um importante matemático chamado Cavalieri a resposta é sim! O Princípio de Cavalieri tem uma ideia bastante intuitiva. Veja!

Pense em montinhos formados por cartas de baralho, todos com a mesma quantidade de cartas, mas arrumados de forma diferente.

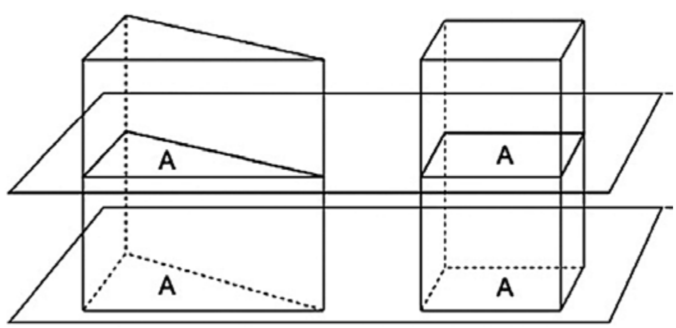


http://www.cienciamao.usp.br/dados/t2k/_matematica_mat2g63.arquivo.pdf

Repare que a primeira pilha se aproxima de um paralelepípedo, mas as outras estão “tortinhas”. Como são formadas pelo mesmo número de cartas, podemos considerar que todas têm o mesmo volume.

A ideia intuitiva do Princípio de Cavalieri é que se pudermos imaginar que dois sólidos de mesma altura são formados por camadas muito finas e todas essas camadas têm a mesma área, então esses sólidos têm o mesmo volume. Com essa ideia podemos variar as formas dos sólidos, desde que todas as “camadas” tenham a mesma área, sem alterar o seu volume.

Por exemplo, pense num prisma de base triangular cujas áreas das “camadas” tenham a mesma medida das “camadas” de um paralelepípedo, como indicado na figura abaixo.



http://www.cienciamao.usp.br/dados/t2k/_matematica_mat2g63.arquivo.pdf

O Princípio de Cavalieri nos diz que os dois sólidos têm o mesmo volume. Com isso, podemos calcular o volume de um prisma de base triangular utilizando a mesma expressão usada para calcular o volume do paralelepípedo: $V = A_b \cdot h$. De forma análoga, podemos usar esse princípio para qualquer prisma que tenha a mesma área de todas as “camadas”. Temos, então, uma maneira de calcular o volume de um prisma que vale para qualquer um deles!

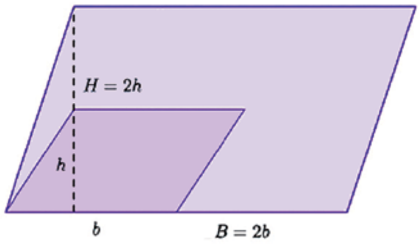
Agora, é com você!

1. Faça o que se pede em cada item.

a. Um paralelogramo tem as medidas da base e da altura respectivamente, indicadas por b e h.

Sabendo que um outro paralelogramos tem o dobro da medida da altura e o dobro da medida da base, qual é a relação entre as áreas desses dois paralelogramos?

Professor



Resposta

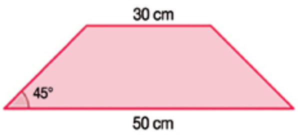
A área do paralelogramo maior é 4 vezes a área do paralelogramos menor.

$A_1 = b \,.\, h$

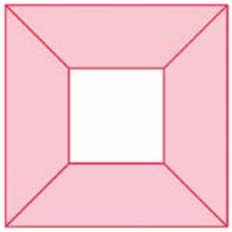
$A_2 = B \,.\, H = 2b \,.\, 2h = 4b \,.\, h = 4A_1$

• • • • •

b. Juntando quatro trapézios iguais de bases medindo 30cm e 50 cm



podemos formar um quadrado com um buraco no meio.



Qual a área de cada trapézio?

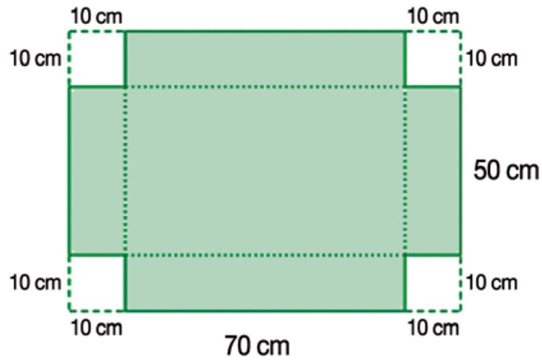
Resposta

O quadrado maior tem área igual a $50^2cm^2 = 2500cm^2$, enquanto o menor, $30^2cm^2 = 900cm^2$.Logo, a moldura toda tem área correspondente a $2500cm^2 – 900cm^2 = 1600cm^2$. Como ela é composta por 4 trapézios congruentes, cada trapézio tem área igual a $400cm^2$.

• • • • •

Matemática

2. A partir de uma folha de papel cartão de 70cm de comprimento por 50cm de largura, é possível construir uma caixa, sem tampa. Observe o esquema abaixo.



Sabendo que Mariana quer forrar essa caixa por dentro e por fora usando um papel de sua preferência, quantos cm² de papel ela precisa?

Resposta

Área da folha de papel cartão: *50cm . 70cm = 3500cm²* .

Área de cada quadradinho retirado das extremidades: *10cm . 10cm = 100cm²*.

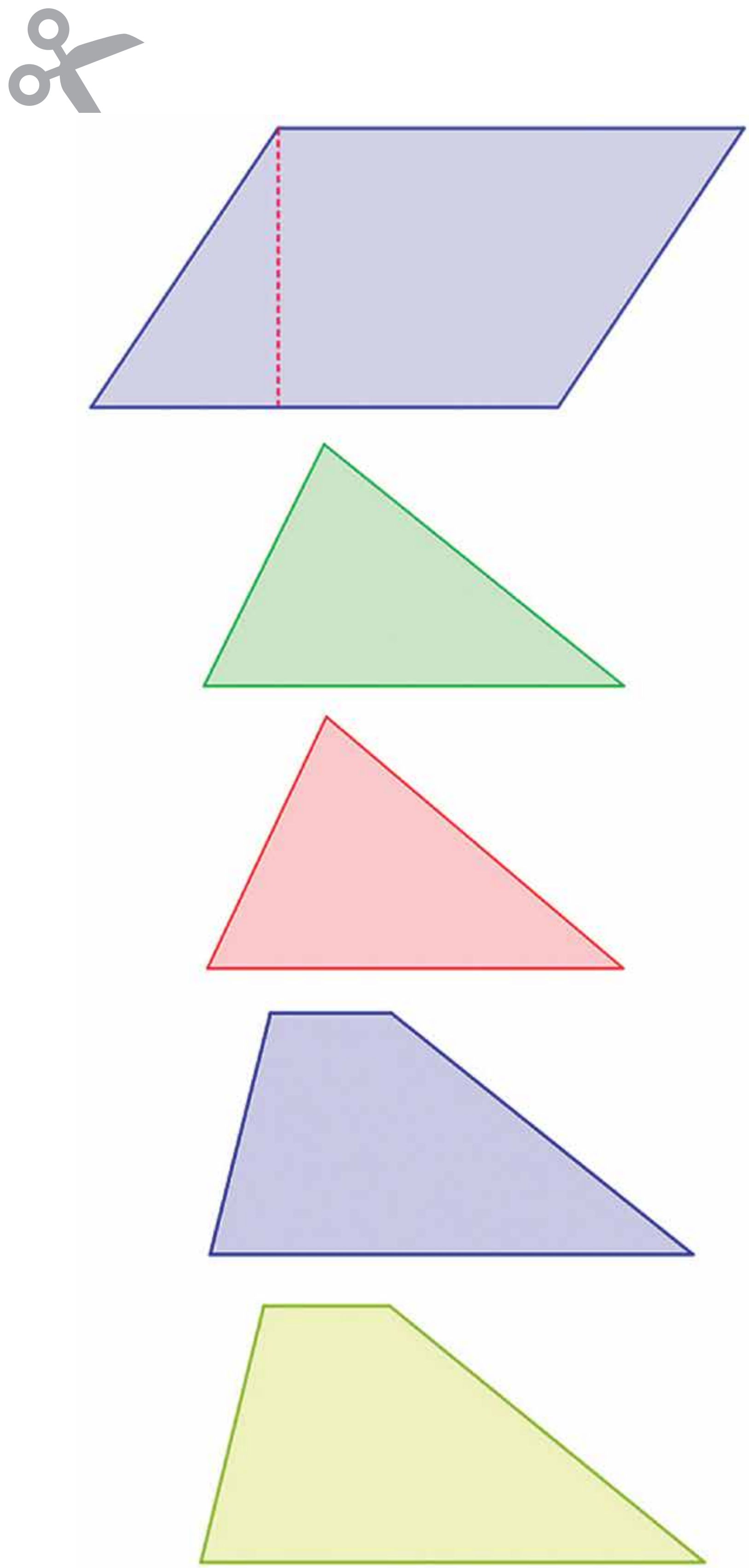
Área interna da caixinha: *3500cm² – (4 . 100)cm² = 3100cm²*.

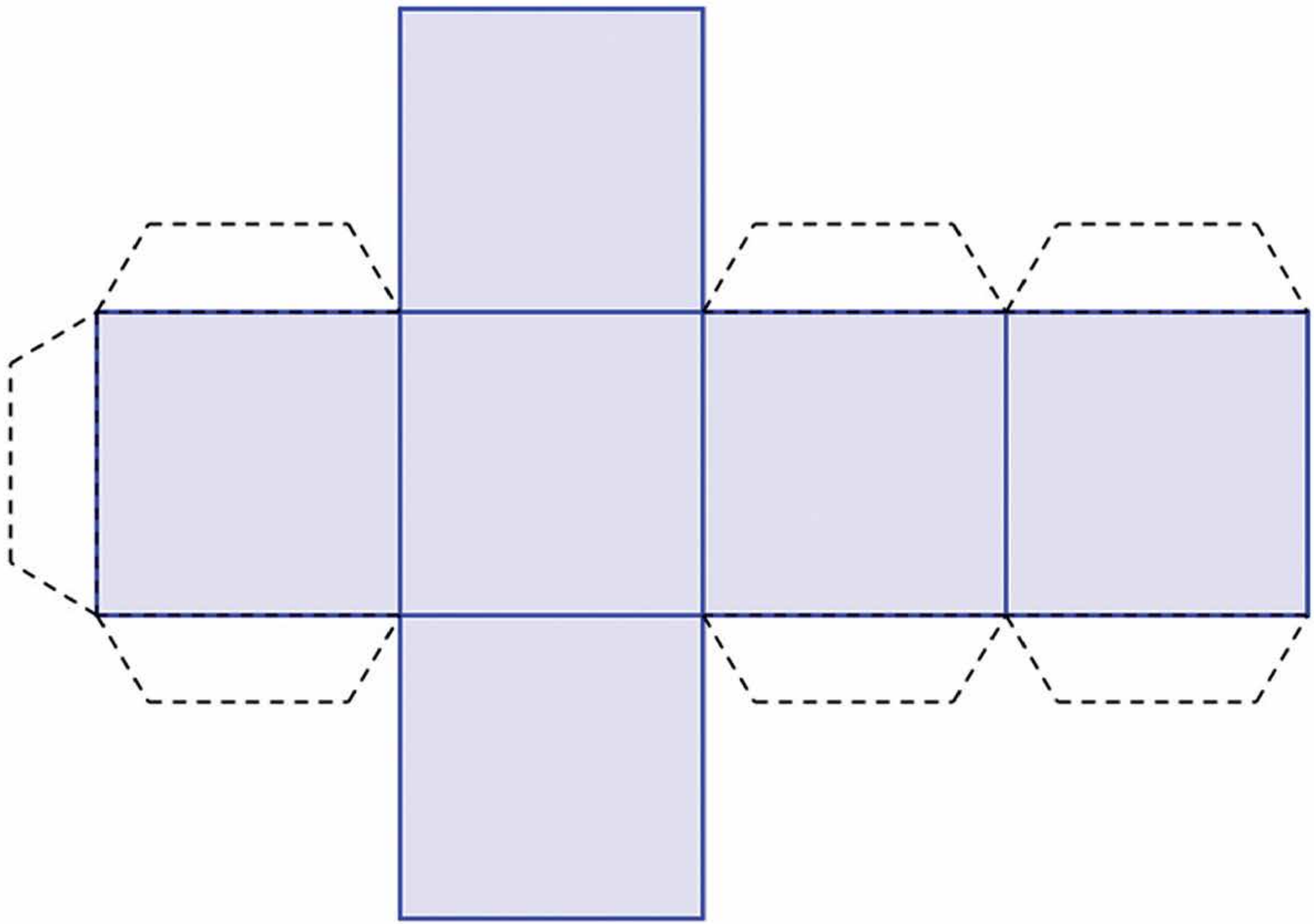
Área externa da caixinha: *3500cm² – (4.100)cm² = 3100cm²*.

Logo, são necessários 6200cm² de papel.

Professor

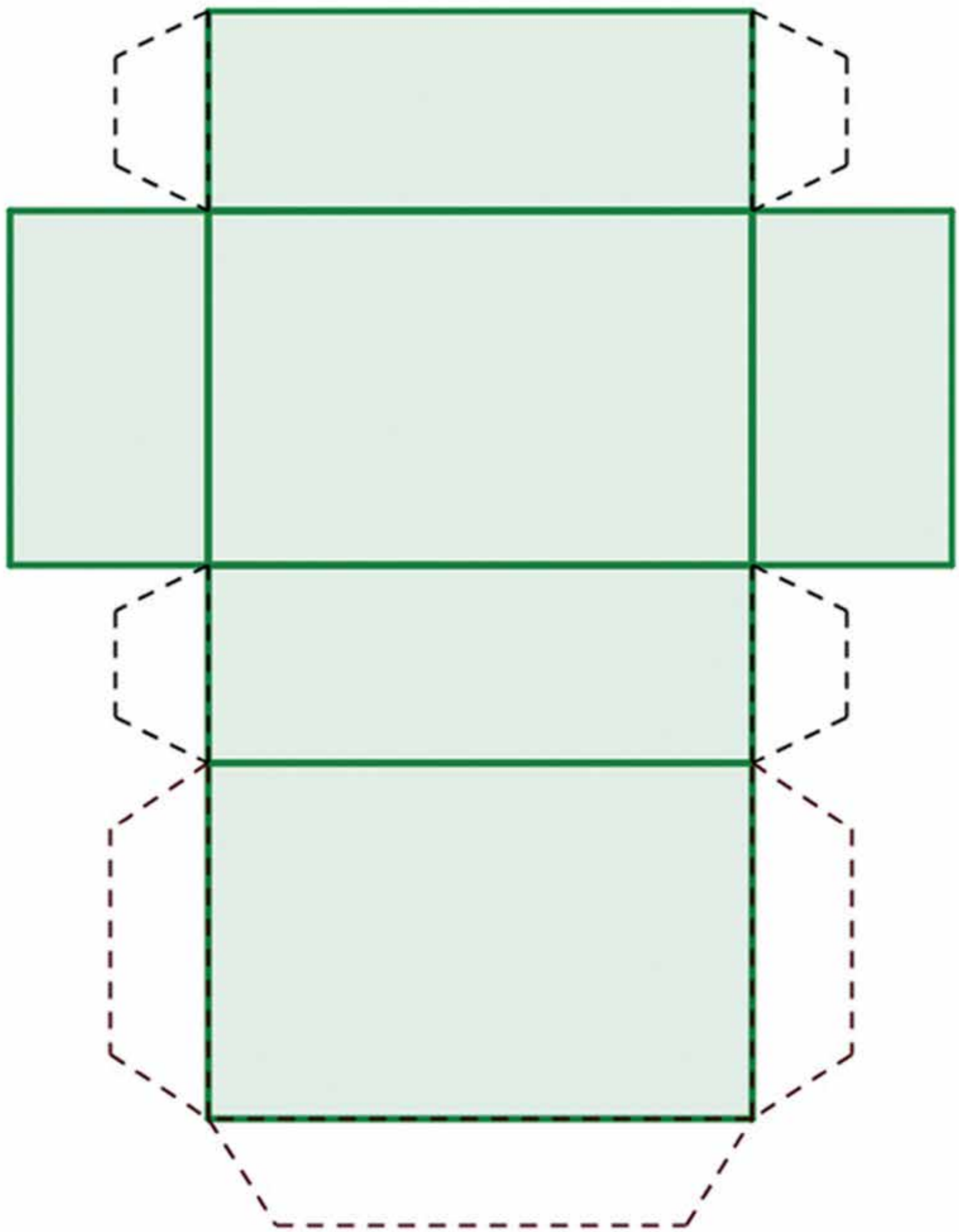
Anexo I

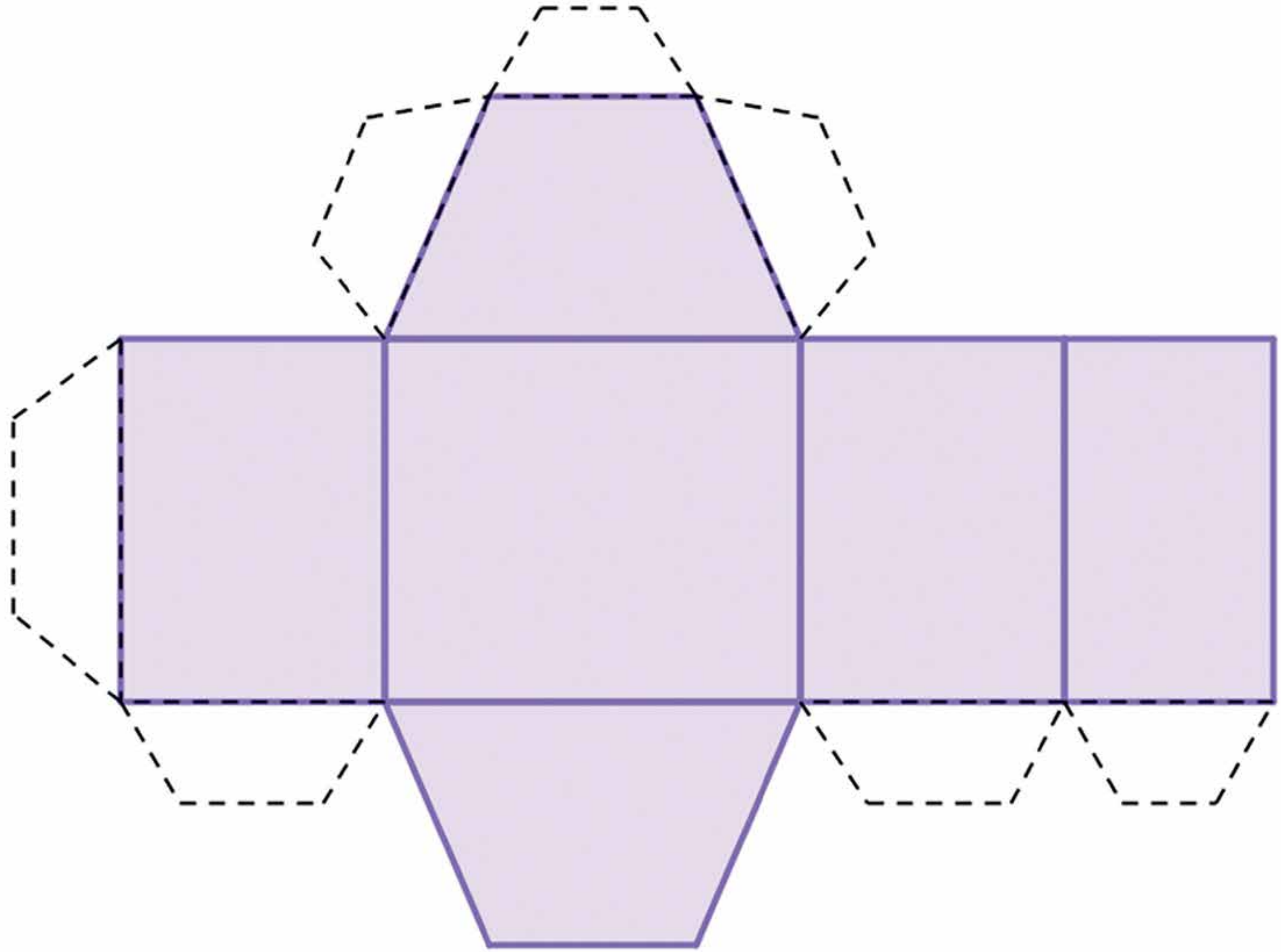




Anexo 1

Anexo 1





Anexo 1