



Andando em círculos!

Dinâmica 8

2º Série | 2º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 2ª	Geométrico	Geometria Espacial: Prismas e Cilindros

DINÂMICA	Andando em Círculos!
HABILIDADE BÁSICA	H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
HABILIDADE PRINCIPAL	H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido.
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e total de prismas e cilindros.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Medindo no círculo!	15 a 20 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
2	Um novo olhar ...	Arrumando as fatias!	de 25 a 35 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
3	Fique por dentro!	Cilindrando o papel	de 15 a 20 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

Caro professor, muitas pesquisas recentes mostram que o ensino de Geometria deve ter ênfase na resolução de problemas e na compreensão das ideias e conceitos que norteiam o conteúdo. É fundamental que os alunos desenvolvam a compreensão, a interpretação e a capacidade de generalização das ideias geométricas em diversas situações e contextos. Nessa perspectiva, na primeira etapa propomos uma experiência do aluno com o comprimento da circunferência, afinal, muitos alunos até conhecem a fórmula que permite o seu cálculo, contudo não reconhecem geometricamente o seu significado. Na Etapa 2, aproveitamos a vivência com o comprimento da circunferência para apresentar um procedimento que justifica a fórmula para o cálculo da área de um círculo. E finalmente, na Etapa 3, usamos o comprimento da circunferência, bem como a área do círculo para retomar ou apresentar o cálculo da área total de um cilindro.

Como sempre, você terá possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS



ATIVIDADE • MEDINDO NO CÍRCULO!

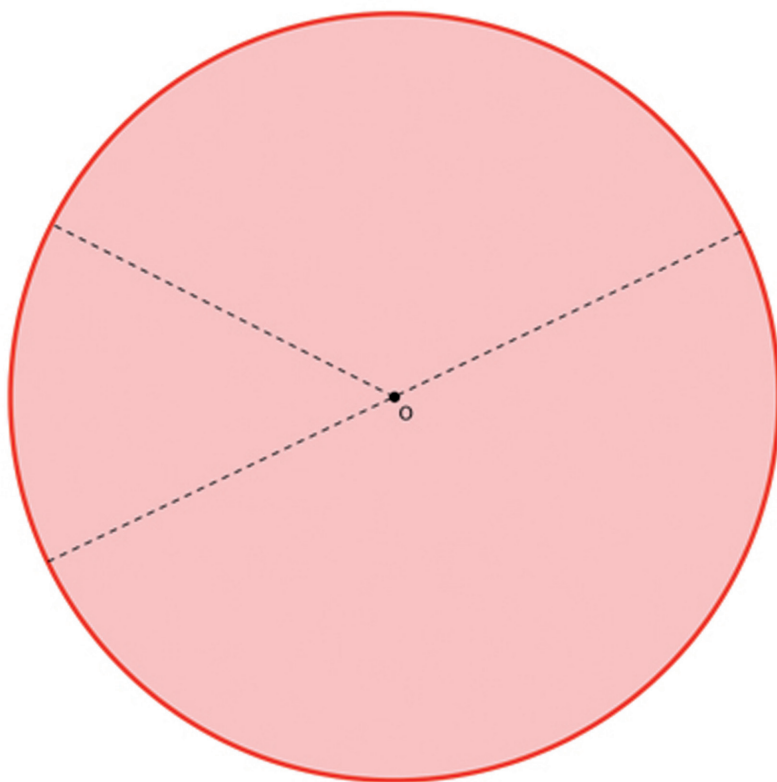
Objetivo

Identificar e calcular o perímetro de uma circunferência.

Descrição da Atividade

Nesta etapa, utilizando um círculo, os alunos devem identificar e medir o raio e o diâmetro e, além disso, calcular o comprimento da circunferência. Para tal, eles devem manipular o círculo disponível no anexo. Veja a proposta a seguir.

Observe o círculo e faça o que é pedido em cada item.



1. Com o auxílio de uma régua diga qual a medida do raio desse círculo.

Resposta

O raio mede 5 cm.



2. Diga também qual a medida do seu diâmetro.

Resposta

O diâmetro mede 10 cm.



3. Agora passe um barbante no contorno (ou borda) do círculo. Quando completar uma volta completa recorte-o.

Ao esticar esse pedaço de barbante, você obterá um segmento com medida igual ao comprimento dessa circunferência.

Indique a medida do comprimento dessa circunferência, utilizando o barbante e uma régua para fazer a medição.

Resposta

Resposta de acordo com a experiência realizada.



4. Agora calcule o comprimento da circunferência pela fórmula $C_c = 2 \cdot \pi \cdot r$. Use 3,14 como uma aproximação de π .

Compare esse resultado com o obtido em sua experiência no item anterior.

Resposta

$C_c = 2 \cdot \pi \cdot r \cong 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4$. Logo, o comprimento da circunferência é 31,4 cm.



Recursos necessários

- Encarte do aluno.
- Régua.
- Barbante ou linha.

Procedimentos Operacionais

- *Organize a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.*

Intervenção Pedagógica

- *Professor, nosso objetivo na atividade é que o aluno experimente algumas medições no círculo e que compare a medida do comprimento da circunferência com o valor obtido utilizando a fórmula. Sua atitude é muito importante para garantir que os alunos realmente realizem a experiência de medição.*
- *Com relação aos itens 1 e 2, os alunos não devem encontrar dificuldades em realizar a medição, uma vez que tanto a medida do raio, quanto a do diâmetro estão indicadas por segmentos, mas podem ocorrer valores diferentes. Essa é uma boa oportunidade de você chamar a atenção que devemos tomar cuidado ao posicionar o centro e colocar a régua no segmento, mas o ato de medir é sempre impreciso. Nesses itens não há problemas caso os alunos encontrem um resultado próximo e diferente de 5.*
- *Se usando apenas a régua já pode ocorrer imprecisão, no item 3, quando os alunos utilizam o barbante para contornar o círculo e depois a régua, provavelmente, as medições terão resultados diferentes entre os alunos. É importante que você respeite as diferentes medições e que procure garantir que os alunos vivenciem fisicamente o comprimento da circunferência. Esse é o aspecto mais importante desse item, pois muitos alunos calculam o comprimento da circunferência pela fórmula, mas não relacionam isso com o contorno da circunferência, confundindo muitas vezes com a ideia de área.*
- *No item 4, é muito provável que os alunos utilizem o raio de 5 cm e encontrem o comprimento aproximado de 31,4 cm, mas eles podem usar outras medidas de raio, de acordo com os resultados obtidos no item 1. É interessante que você discuta o uso da fórmula para simplificar um processo que, além de impreciso, é trabalhoso.*

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...



ATIVIDADE • ARRUMANDO AS FATIAS!

Objetivo

Calcular a área de um círculo.

Descrição da Atividade

Nesta etapa, apresentamos uma justificativa (embora não seja uma demonstração) do cálculo da área de um círculo a partir do conhecimento da medida da sua circunferência. Para isso os alunos devem manipular um círculo dividido em 8 partes, outro em 16, além do círculo utilizado na etapa anterior. A proposta encontra-se descrita a seguir.

Seu grupo recebeu de seu professor dois círculos. Faça o que é pedido em cada item.

1. Compare o círculo dividido em 8 partes com o que você utilizou na etapa anterior. Agora compare com o dividido em 16 partes.
 - a. O que você percebe?

Resposta

Os três círculos são congruentes.

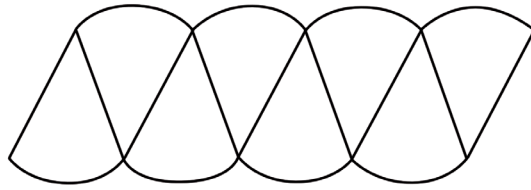


- b. Sabendo que a medida do raio do círculo da etapa 1 é 5 cm, complete a tabela.

	CÍRCULO DIVIDIDO EM 8 PARTES	CÍRCULO DIVIDIDO EM 16 PARTES
COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA (ESCREVA UMA EXPRESSÃO EM FUNÇÃO DE π)	$10\pi \text{ cm}$	$10\pi \text{ cm}$

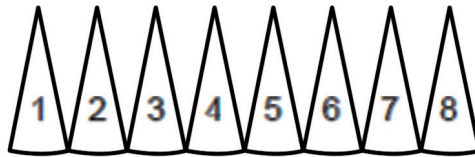


2. Pegue o círculo dividido em 8 partes, recorte-o e organize as partes como na figura abaixo.

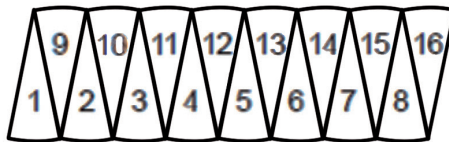


3. Faça o mesmo para o círculo dividido em 16 partes.

Para tanto, pegue a metade das partes do círculo e organize-as como na figura abaixo.



Depois, encaixe a outra metade de forma a não deixar espaços vazios, como indicado na figura abaixo.



4. Agora, você e seus colegas devem pensar na seguinte situação: Imaginem um círculo sendo dividido. Primeiro em 2 partes, depois em 4, depois em 8, 16, 32... Fechem os olhos e imaginem que a quantidade de partes esteja aumentando infinitamente...

Deixando seu pensamento nesse mundo de imaginação, respondam:

- a. Se reorganizarmos essas “muitas” partes como foi feito nos itens 2 e 3, temos a aproximação de uma figura plana. Que tal fechar os olhos e imaginar a formação dessa figura também?

Depois disso, diga qual é essa figura.

Resposta

Retângulo.



- b. Pense e diga qual é a medida aproximada da base dessa figura.

Dica: Lembre-se que você colocou metade das partes viradas para cima e a outra metade para baixo.

Resposta

A medida aproximada da base corresponde à metade da medida do comprimento da circunferência, que, para o círculo considerado é 5 cm.



- c. E a altura dessa figura imaginária? Qual é a sua medida aproximada?

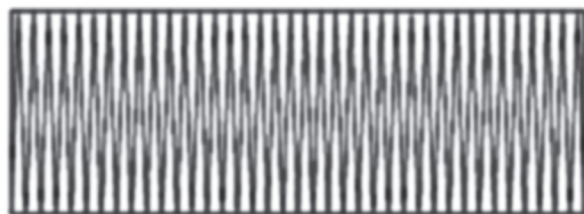
Resposta

A medida aproximada corresponde à medida do raio da circunferência, que para o círculo considerado é 5π cm.



- d. Faça um desenho que represente essa figura imaginária indicando a medida da base e da altura. Em seguida, calcule a sua área.

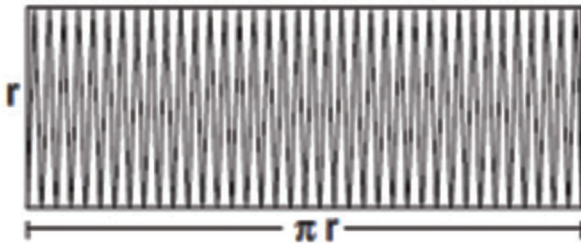
Resposta



A área do retângulo é: $A = base \cdot altura = 5\pi \cdot 5 = 25\pi \text{ cm}^2$



5. Agora, troque ideias com seus colegas e tentem chegar a uma expressão para a área de um círculo qualquer. Não se esqueçam de tudo que imaginamos até aqui!



A área do círculo é dada por $A = \pi r \cdot r = \pi r^2 \text{ cm}^2$



Recursos necessários

- Encarte do aluno.
- Tesoura.
- Círculos disponíveis no anexo.

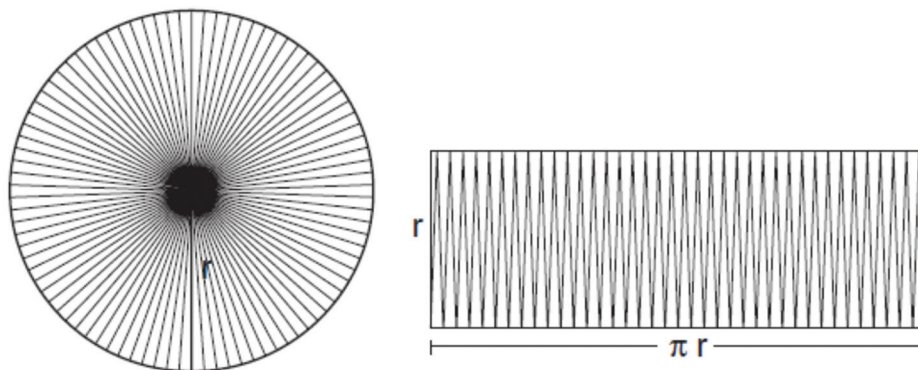
Procedimentos Operacionais

- Mantenha a arrumação feita desde a atividade anterior.
- Entregue dois círculos, um dividido em 8 partes e outro em 16 partes para cada grupo.

Intervenção Pedagógica

- Professor, no item 1 os alunos devem comparar os círculos com o da etapa 1 e expressar o diâmetro e o comprimento das circunferências. É muito comum que eles queiram substituir o valor de π , por esse motivo, colocamos na tabela para que não usem aproximação, mas mesmo assim é importante que você fale novamente sobre isso.
- Antes de realizar as organizações dos setores nos itens 2 e 3, eles devem recortá-los. Nessa ação sinalize que a soma dos arcos de todos os setores é o comprimento da circunferência e na reorganização temos metade desses arcos na parte de cima e a outra metade na parte de baixo, pois eles precisam dessa ideia no item 4. Sugerimos que você faça isso indicando na figura os arcos, sem usar a nomenclatura, uma vez que os alunos podem não conhecê-la, o que não impede a realização da atividade, bem como a compreensão do procedimento para a obtenção da área do círculo.

- Para realizar o item 4 os alunos devem usar a imaginação para pensar que podemos dividir o círculo em setores circulares cada vez menores, obtendo assim uma aproximação cada vez melhor para um retângulo de base 5π e altura 5. Com isso, podem perceber que ao calcularem a área do retângulo chegam a uma aproximação razoável da área do círculo dado.



- As duas figuras acima são interessantes para expressar a ideia que sugerimos aos alunos imaginarem. Elas estão disponíveis no anexo para que você possa imprimir e mostrar aos alunos. A atividade proposta parte de um círculo de raio determinado, contudo, é interessante que os alunos consigam generalizar o procedimento para qualquer medida de raio. Nesse sentido, é interessante que você conduza a discussão para que os alunos não se detenham aos valores, e sim ao que a base e a altura representam no círculo.

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!



ATIVIDADE • CILINDRANDO O PAPEL

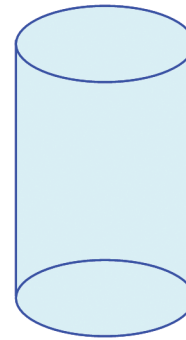
Objetivo

Calcular a área lateral de um cilindro.

Descrição da Atividade

Nessa etapa lançamos mão de uma folha de papel para orientar os alunos no entendimento do cálculo da área de um cilindro. Acompanhe a proposta.

1. Pegue uma folha de papel e enrole-a formando um cilindro.
2. Enrole a folha sobre o lado menor sem sobrepor.



Temos um cilindro cuja altura é igual ao comprimento do lado menor da folha, certo?

3. Considerando o cilindro montado com a folha de papel, responda.
- d. O comprimento menor da folha corresponde a qual dimensão do cilindro?

Resposta

Altura.



- e. E o comprimento maior da folha de papel? O que ele representa no cilindro?

Resposta

O comprimento da circunferência da base do cilindro.



4. Troque ideias com seus colegas e veja como é possível determinar a área lateral do cilindro. Que tal desmontar o cilindro de papel?

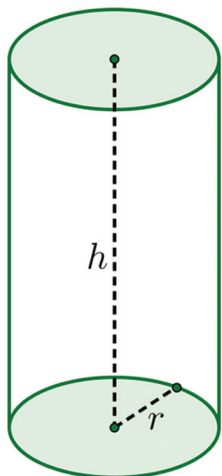
Registre suas impressões.

Resposta

Os alunos devem perceber que a área lateral corresponde à área da folha de papel que gerou o cilindro.



5. Agora, vamos deixar a folha de lado. Observe o cilindro abaixo.



Indicando por r o raio da base e h a altura, escreva uma expressão para a área lateral desse cilindro. Não deixe de trocar ideias com seus colegas!

Resposta

$$A_b = \pi r^2$$

• • • • •

6. Qual é a expressão que representa a área da base desse cilindro?

Resposta

$$A_b = 2\pi r^2$$

• • • • •

7. Escreva uma expressão para a área total desse cilindro.

Resposta

$$A_t = A_l + 2A_b = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2.$$

• • • • •

Recursos Necessários:

- Encarte do aluno.
- Um folha de papel A4, pode ser uma folha reutilizada.
- Dois clips.

Procedimentos Operacionais

- *Mantenha a turma dividida como nas etapas anteriores.*
- *Distribua para cada grupo uma folha de papel A4 e dois clips.*

Intervenção Pedagógica

- *No item 1 esperamos que os alunos “brinquem” com a folha, formando cilindros. Nesse momento, é interessante que você esteja atento às formas que eles estão criando, pois alguns alunos podem enrolar formando um cone. Nesse caso, deixe os alunos livres num primeiro momento, mas em seguida aponte a necessidade de as bases terem o mesmo tamanho. Você pode associar essa forma aos canos, caso os alunos não se recordem ou não saibam o que é um cilindro.*
- *No item 2, pedimos a construção de um cilindro, perceba se os alunos entenderam a orientação e formaram o cilindro indicado. Para as observações que serão feitas em seguida, precisamos que o lado maior corresponda ao comprimento da circunferência, por isso, solicitamos que não houvesse sobreposição da folha. Isso deve ficar claro para os alunos, uma vez que, se houver sobreposição, o comprimento da circunferência da base do cilindro não será o comprimento do lado maior da folha.*
- *No item 3, os alunos não devem ter dificuldade em perceber a altura. Contudo, a percepção de que a largura da folha corresponde ao comprimento pode não ser evidente para todos os alunos. Nesse caso, sugerimos que você, professor, monte o cilindro com uma folha e indique a circunferência da base, em seguida, pergunte aos alunos qual o comprimento da circunferência da base e, então, abra a folha questionando aos alunos se houve alteração desse comprimento. Para tal, o aluno precisa ter entendido o que é o comprimento da circunferência, trabalhado na Etapa 1.*
- *No item 4, é provável que os alunos percebam que a área lateral nada mais é do que a superfície da folha. Caso sintam dificuldade, o processo de desmontar o cilindro também é sugerido.*
- *No item 5, esperamos que os alunos consigam generalizar o pensamento, obtendo a fórmula da área lateral. Repare que neste momento o trabalho realizado nas outras etapas deve ser retomado.*

- Já no item 6, os alunos devem indicar a área da circunferência, trabalhada na Etapa 2 e finalmente no item 7, devem conseguir escrever uma expressão para a área total do cilindro. Aqui chamamos a atenção para o fato de alguns alunos poderem esquecer de considerar a área da base duas vezes.



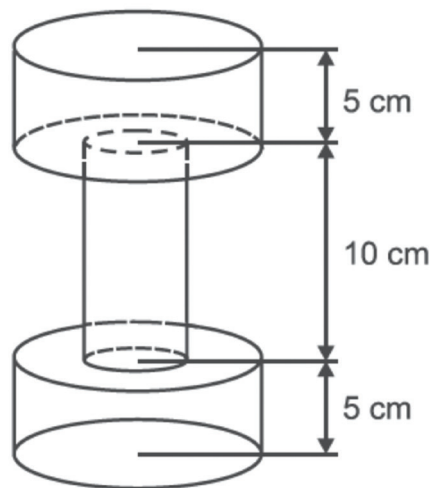
QUARTA ETAPA

Quiz



SAERJINHO 2º BIMESTRE 2012 CADERNO C1105 (MODIFICADA)

O desenho abaixo mostra um objeto usado nas academias de ginástica. Ele é formado por três cilindros. A medida do raio da base do cilindro central é 4 cm.



Deseja-se revestir a empunhadura deste objeto (local onde ele é segurado pela mão) com uma capa emborrachada. Qual a área em cm^2 da superfície a ser revestida?

- 16π
- 40π
- 64π
- 80π
- 160π

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



Resposta

A empunhadura tem a forma de um cilindro, e devemos calcular a área lateral do mesmo:

$$A = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 4 \cdot 10 = 80\pi \text{ cm}^2.$$

Resposta: Letra D

Erros Possíveis

O aluno que optou pela alternativa A, apesar de ter considerado corretamente o raio igual a 4 cm, possivelmente utilizou a fórmula do cálculo da área do círculo, em vez da fórmula para o cálculo de área lateral de cilindro, encontrando o valor $16\pi \text{ cm}^2$.

Já o aluno que optou pela alternativa B, possivelmente utilizou a fórmula correta, no entanto, considerou 4 cm como diâmetro e tomou como raio 2 cm, encontrando o valor $40\pi \text{ cm}^2$.

O aluno que optou pela alternativa C, além de utilizar a fórmula de cálculo de área de círculo, possivelmente confundiu raio com diâmetro, encontrando o valor $64\pi \text{ cm}^2$.

Finalmente, quem optou pela alternativa E, pode ter utilizado a fórmula correta, porém considerou a medida do diâmetro em vez da medida do raio, tendo encontrado o valor $160\pi \text{ cm}^2$.



ETAPA FLEX

PARA SABER +

Carros têm cilindros?! E cilindrada também!

O termo cilindro está muito presente no cotidiano, até mais do que podemos imaginar. Quantidade de cilindros, cilindros em V, cilindradas, cavalos de potência esses são termos relacionados aos carros e a sua mecânica. Cilindro no carro? Será que tem a ver com Matemática?

O cilindro é a peça do motor dos carros dentro da qual se movem os pistões e onde ocorre o processo de combustão. Ou seja, é um componente que deve suportar tanto a pressão quanto a temperatura, geralmente muito elevadas, das explosões que permitem o movimento do veículo. Ele recebe esse nome, pois seu formato é como o da figura geométrica estudada na Matemática.

Já a cilindrada fornece uma estimativa da potência máxima que o motor pode produzir e comumente vem acompanhada da especificação da potência em cavalos. Na

verdade, ela indica qual a quantidade máxima de combustível que o motor pode queimar, e é isso que controla a potência máxima que o motor pode produzir. Ela é medida a partir da quantidade de combustível deslocada pelo movimento do pistão dentro do cilindro. A descrição 1.0 ou 2.0 dos carros se refere justamente à cilindrada. Por exemplo, um propulsor 1.0 de quatro cilindros tem capacidade de 0,25 litro em cada cilindro, somando 1 litro total de cilindrada.

Bom agora você já tem uma primeira noção desses termos e pode se tornar um expert em cilindros e cilindradas caso o assunto interesse a você!

Fonte: sites acessados em 28/03/2013

- <http://carros.hsw.uol.com.br/questao685.htm>
- <http://revista.pensecarros.com.br/especial/rs/editorial-veiculos/19,521,3323434,Cilindros-e-cilindradas-entenda-o-que-sao-e-qual-a-diferenca-entre-eles.html>

AGORA, É COM VOCÊ!

1. Um candidato de um determinado partido realizou um comício na véspera da eleição que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas por m^2 nesta praça, calcule o número aproximado de pessoas presentes nesse comício (use 3,14 como aproximação para π)

Resposta

Resposta: A área da praça é dada por

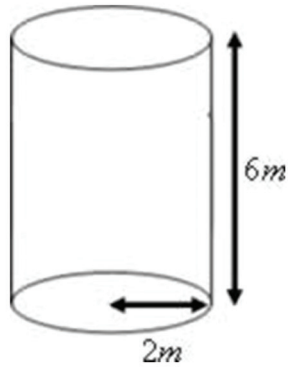
$$A = 2\pi r^2 = 3,14 \cdot (100)^2 = 3,14 \cdot 10000 = 31400 \text{ m}^2$$

Para sabermos a quantidade de pessoas presentes no local, devemos multiplicar a área por 5: $31400 \cdot 5 = 157000$.

Assim, o número aproximado de pessoas é 157000.



2. Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Determine:



- a. A área lateral do reservatório.

Resposta

A área lateral é dada por $A_l = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi m^2$



- b. A área total do reservatório.

Resposta

A área da base é dada por $A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi m^2$.

Assim, a área total pode ser dada por:

$$A_r = A_l + 2 \cdot A_b = 24\pi + 2 \cdot 4\pi = 32\pi m^2.$$



Anexo I

