

Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 1º ano – 1º Bimestre/ 2013

Plano de Trabalho

Funções



Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/funcoes.htm> , acessado em 27/02/13

Tarefa 2 - grupo 3

Cursista: *Conceição Aparecida Muniz Martins*

Matrícula: *0914428-8*

Tutor: *Antônio de Almeida Filho*

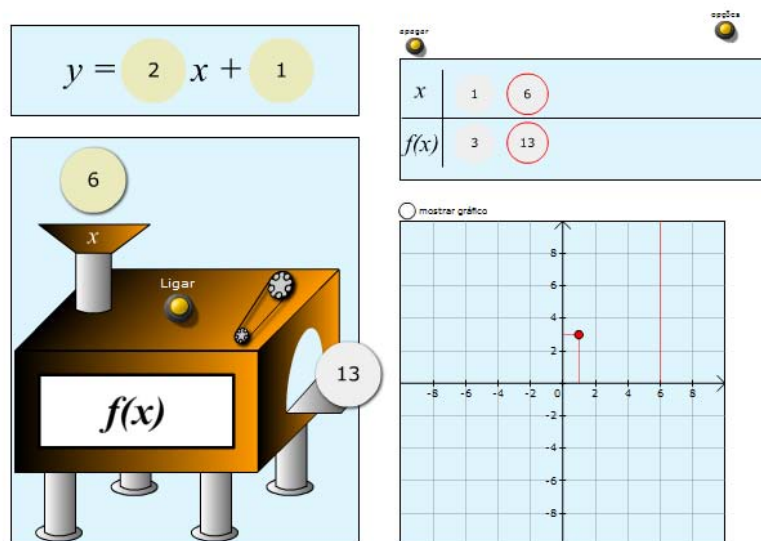
Colégio de aplicação: *C. E. Nicoláo Bastos Filho*

Sumário

Introdução.....03

Desenvolvimento.....04

Referências Bibliográficas.....19



Fonte: http://www.joaonarciso.com/aplicacoes/maq_funcoes.html, acessado em 26/02/2013

INTRODUÇÃO

A introdução ao estudo de Funções é um assunto que servirá de pré requisito para os demais assuntos relacionados às Funções. Este plano de trabalho tem por objetivo apresentar este assunto de uma forma mais significativa para o aluno, buscando assim despertar sua atenção para o conteúdo estudado de modo que este possa construir sua aprendizagem de forma consciente.

Através de aulas diversificadas, busca-se trabalhar situações do dia a dia de modo que o conteúdo tenha significado para o aluno e assim este possa construí-lo de uma forma mais dinâmica. Espera-se que os alunos possam ser levados a construir seus próprios conceitos a respeito do assunto estudado.

Enfim, o objetivo principal é a construção do conhecimento pelo próprio aluno. Para a totalização do plano de trabalho serão necessários 8 tempos de cinquenta minutos.



A temperatura diária média para a sua cidade depende, e é uma **função** de, da **época do ano**

Fonte: <http://matprofrenatas.blogspot.com.br/2012/03/dominio-e-imagem-de-uma-funcao-1-ano.html>, acessado em 26/02/2013.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Introduzindo o conceito de função.

- **HABILIDADE RELACIONADA: H 70** – resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas. C1 - Resolver problemas contextualizados que recaiam na resolução de uma equação do 1º grau da forma $y=ax+b$, com $a \neq 0$.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Identificar formalmente uma função.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos (2 tempos de 50 minutos).
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades apresentada em arquivo anexo.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em grupos.
- **OBJETIVOS:** Trabalhar a identificação de variáveis e suas relações de interdependência. Conceituar e exemplificar função. Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis. Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade ou padrão.
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Começar a aula com uma conversa informal sobre sapatos.

1. Você já observou na sola do seu sapato a numeração indicada ali? Alguns modelos de calçados mostram três numerações diferentes.



Sabe por que isso acontece? Porque cada lugar do mundo tem uma maneira diferente de indicar as medidas das roupas e sapatos!
Vamos conhecer um pouco mais sobre isso?

Essa é a tabela que relaciona a numeração dos ternos no Brasil e em outros países.

TERNOS					
Brasil	EUA	Inglaterra	França	Itália	Argentina
46	36	36	46	46	46
48	38	38	48	48	48
50	40	40	50	50	50
52	42	42	52	52	52

a. Qual seria o número do terno, na Inglaterra, de alguém que no Brasil usasse terno número 56? E qual seria o número do terno no Brasil de um inglês cujo terno fosse do número 32? Por quê?

Permita que o aluno experimente completar a tabela para que ele possa perceber alguma regularidade.

Na primeira pergunta, o terno de alguém que no Brasil usa 56 na Inglaterra seria 46 e, inversamente, o terno de um inglês que veste 32 no Brasil deveria ser 42.

a. Observando atentamente os números que indicam os tamanhos em cada uma das colunas referentes aos ternos do Brasil e Inglaterra, você consegue escrever uma regra geral que defina a numeração ***n*** de ternos na Inglaterra a partir da numeração ***b*** de ternos em nosso país?

$n = b - 10$, com *b* e *n* naturais.

c. E qual seria a lei geral para determinar, a partir da numeração ***n*** de ternos na Inglaterra, a do Brasil (***b***)? Por quê?

A ideia aqui é explorar informalmente a inversão, encontrando $b(n) = n + 10$, também para *b* e *n* naturais.

d. A partir do que você fez acima, complete a tabela:

Brasil			44	46	48		54	
Inglaterra	30	32		36		40		46

Brasil	40	42	44	46	48	50	54	56
Inglaterra	30	32	34	36	38	40	44	46

e. Você acha que a correspondência que observamos entre a numeração de ternos no Brasil e na Inglaterra pode ser representada por uma função? Por quê?

Sim, porque há uma regularidade nas variações das numerações nos dois países. Basta considerarmos o domínio restrito às possíveis modelagens do país inicial.

2. Vamos agora conhecer um pouco sobre as diferentes numerações de sapatos pelo mundo? O quadro abaixo mostra a relação entre a numeração dos calçados fabricados para o mercado brasileiro e de alguns outros países do mundo.

CALÇADOS MASCULINOS					
Brasil	EUA	Inglaterra	França	Itália	Argentina
38	7	7	4	38	4
39	7,5	7,5	5	39	5
40	8,5	8,5	6	40	6
41	9,5	9,5	7	41	7
42	10	10	8	42	8
43	11	11	9	43	9

a. Qual seria a numeração indicada na Itália para um calçado de número 36 no Brasil? Por quê? Escreva uma lei algébrica que relacione a numeração **b** de sapatos no Brasil com a numeração **i** de sapatos na Itália.

**36 também, as numerações são idênticas.
Ou seja, $b=i$.**

b. Vamos agora relacionar as indicações de tamanhos de sapatos para Brasil e França? Qual seria a numeração no Brasil de alguém que calça na França sapato número 10? Se chamarmos de **b** a numeração de sapatos no Brasil e de **f** a numeração de sapatos na França, tente escrever uma lei algébrica que permita determinar **b** a partir de **f**.

No Brasil, o calçado que na França é 10 seria 44; a lei que relaciona as duas escalas de numeração é $b(f) = f + 34$

c. E na Inglaterra? Quanto calçaria lá alguém que calça, aqui no Brasil, sapatos número 36? Você consegue escrever uma lei algébrica que relacione o tamanho **i** dos calçados na Inglaterra com o tamanho **b** dos calçados no Brasil?

A princípio não há uma regularidade para que possamos responder à questão.

d. Das relações que vimos nos itens a, b e c acima, quais representam funções? Das que você julgar que representam funções, descreva domínio, contradomínio e imagem; as que não representam função, explique o porquê.

Professor, aqui é importante deixar claro para o aluno que existe sim uma variação conjunta aqui, mesmo entre os números dos calçados na Inglaterra e no Brasil, apesar de não termos sido capazes de escrever uma lei algébrica que definisse essa relação.

e. A partir das informações vistas no quadro acima (calçados masculinos), complete as informações na tabela abaixo:

Brasil	38	40		45	
Argentina	4		9		12

Brasil	38	40	43	45	46
Argentina	4	6	9	11	12

Exercícios de fixação (para casa)

Questão 1

Roberta recebe, mensalmente, x reais de salário. Em geral, R\$240,00 de seu salário são gastos com aluguel, 45% são gastos com outras despesas e o restante ela deposita no banco.

- Escreva uma fórmula que permita calcular a quantia Q que Roberta deposita no banco de acordo com o valor x de seu salário.
- Quantos reais Roberta irá depositar se o seu salário for de 1200, 00?
- De acordo com a fórmula que você escreveu, se Roberta depositou R\$ 570,00, qual foi o valor de seu salário.

Questão 2

No gráfico a seguir está representado o salário dos vendedores de determinada loja em relação ao total arrecadado nas vendas realizadas por eles em um mês.



- Qual a variável dependente? E a variável independente?
- O salário mensal está em função de quê?
- Escreva uma fórmula que permita calcular o salário dos vendedores em relação ao total arrecadado nas vendas.
- Se um vendedor dessa loja vender R\$ 6500,00 em certo mês, qual vai ser o seu salário?

• AVALIAÇÃO:

Será realizada no decorrer da execução das atividades, desde o início através de observação das respostas dos alunos ao que é proposto. Será verificado se os mesmos conseguiram construir as habilidades propostas. Também serão observados os distratores disparados em cada questão para que possam ser trabalhadas novas questões para saná-los.

Espera-se que os alunos entendam os conceitos discutidos nesta aula, pois estes serão pré-requisito para o próximo assunto tratado na aula seguinte.

Atividade 2: Funções - Conceitos

- **HABILIDADE RELACIONADA: H39** Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Identificar formalmente uma função.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos (2 tempos de 50 minutos).
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático, notebook e data show (projektor multimídia).
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em duplas.
- **OBJETIVOS:** Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis. Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade ou padrão.
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Iniciar a aula com a seguinte situação problema: Ricardo foi a um posto de gasolina abastecer seu carro. No quadro a baixo está representado o preço do litro de combustível nesse posto.

Posto Parada Certa	
Combustível	Preço por litro
Gasolina	R\$ 2,65
Álcool	R\$ 2,08
Diesel	R\$ 1,95

A partir das informações do quadro, vamos construir uma tabela que mostra o preço a ser pago pela gasolina de acordo com a quantidade de litros.

Litros (x)	1	2	3	4	5	6
R\$ (y)	2,65	5,30	7,95	10,60	13,25	15,90

Note que estão sendo relacionadas duas grandezas: a quantidade de litros de combustível x e a quantia em reais y.

Cada quantidade de litros de gasolina corresponde a um único valor em reais, ou seja, a cada valor que atribuímos à variável x, obtemos um único valor para a variável y. Essa situação constitui um exemplo de **função**. Nesse caso, x é a variável **independente** e y a variável **dependente**, pois y depende de x.

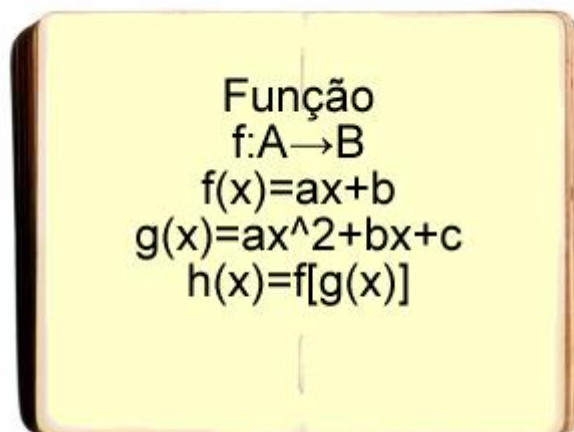
Podemos escrever uma fórmula que permite calcular a quantia y a ser paga pela gasolina em função da quantidade x de litros.

Quantia a ser paga → $Y = x \cdot 2,65$

↑ Preço de 1 L de gasolina

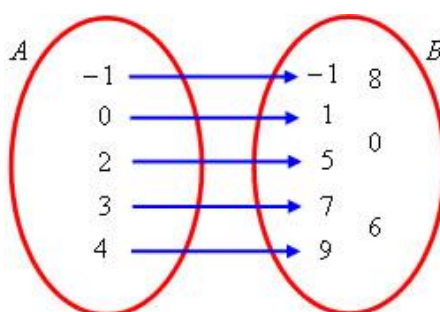
↓ Quantidade de litros

Função



Uma função é dada por uma relação entre dois conjuntos, definida por uma lei de formação. Ao estudarmos uma função determinamos o domínio, o contradomínio e a imagem. Vamos através de diagramas de flechas demonstrar esses três elementos pertencentes ao estudo das funções.

Os elementos do conjunto A serão relacionados com os elementos do conjunto B através de uma lei de formação. Observe:



O conjunto A é formado pelos elementos $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$ e o conjunto B pelos elementos $\{-1, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Observe que os elementos do conjunto A se relacionam com os elementos de B segundo a função de $A \rightarrow B$ (função de A em B) pela lei de formação $f(x) = 2x + 1$. Observe:

$$f(-1) = 2 * (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$f(0) = 2 * 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$f(2) = 2 * 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2 * 3 + 1 = 6 + 1 = 7$$

Nessa relação, temos que o domínio é dado pelo conjunto A, o contradomínio representado pelo conjunto B e a imagem pelos elementos de B que possuem relação com os elementos do conjunto A.

Domínio: $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$

Contradomínio: $\{-1, 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Imagem: $\{-1, 1, 5, 7, 9\}$

Na seguinte situação, relacionaremos o conjunto A com o conjunto B, obedecendo a uma nova lei de formação, dada por $f(x)$

$= x^2 - 2$. Observe os cálculos que determinarão o conjunto imagem dos elementos de A.

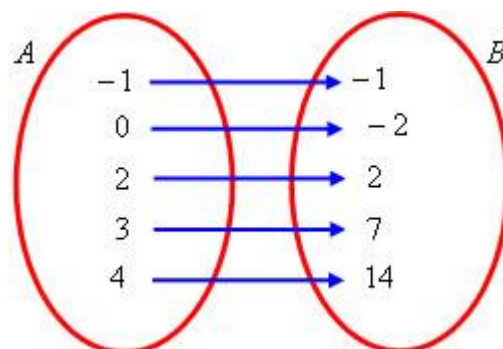
$$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$$

$$f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$f(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$f(4) = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$



Em algumas situações o contradomínio e a imagem são iguais, isto é, possuem os mesmos elementos.

Na seguinte relação, a lei de formação será dada por $f(x) = x^3$, o conjunto A será formado pelos elementos $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Vamos determinar o conjunto B imagem desse domínio representado pelo conjunto A.

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$

$$f(-1) = (-1)^3 = -1$$

Domínio: $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$

Contradomínio: $\{-2, -1, 2, 7, 14\}$

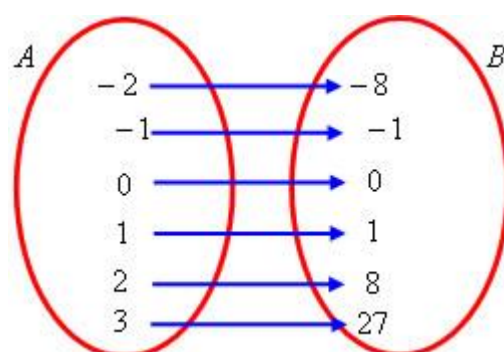
Imagem: $\{-2, -1, 2, 7, 14\}$

$$f(0) = 0^3 = 0$$

$$f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(3) = 3^3 = 27$$



Domínio: $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Contradomínio: $\{-8, -1, 0, 1, 8, 27\}$

Imagem: $\{-8, -1, 0, 1, 8, 27\}$

Exercícios de fixação no livro: RIBEIRO, Jackson, Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia, volume 1. São Paulo: Scipione, 2010, pág 52 e 53.

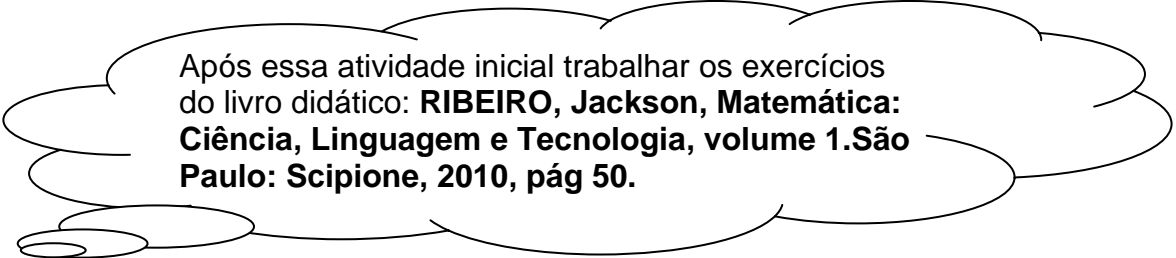
AVALIAÇÃO:

Nesta atividade os alunos serão avaliados no decorrer da mesma. Também serão avaliados ao resolverem os exercícios de fixação propostos. Será verificado se os mesmos conseguiram construir as habilidades propostas. Também serão observados os distratores disparados em cada questão para que possam ser trabalhadas novas questões para saná-los.

Atividade 3: Representação gráfica

- **HABILIDADE RELACIONADA: H02** Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa. C1 - Associar um ponto no plano cartesiano às suas coordenadas. C2 - Associar as coordenadas a um ponto dado no plano cartesiano.
- **PRÉ-REQUISITOS:** noção de par ordenado do 9º ano do E. Fundamental
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático, notebook e data show (projektor multimídia).
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em duplas.
- **OBJETIVOS:** Representar pares ordenados no plano cartesiano. Construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados. Analisar gráficos de funções (crescimento, decrescimento, zeros, variação do sinal).
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Iniciar a aula com uma conversa informal. Perguntar aos alunos o que sabem sobre plano cartesiano. Em seguida utilizar o Geogebra para marcar alguns pontos. Revisar com os alunos os nomes dos eixos coordenados e a marcação de pontos no plano cartesiano.



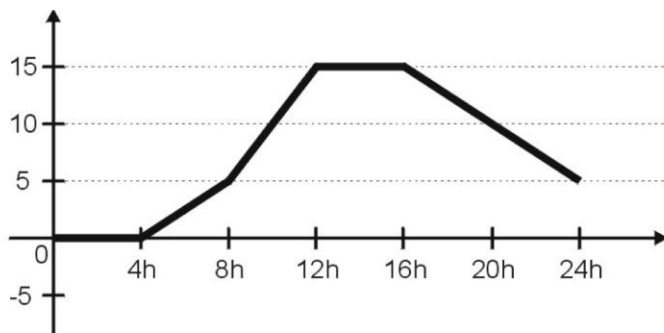
Após essa atividade inicial trabalhar os exercícios do livro didático: **RIBEIRO, Jackson, Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia, volume 1. São Paulo: Scipione, 2010, pág 50.**

Em seguida, apresentar aos alunos recortes de revistas e jornais que trazem gráficos de funções. Discutir com eles as informações contidas nos mesmos e trabalhar com eles como construir gráfico de uma função, livro didático **RIBEIRO, Jackson, Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia, volume 1. São Paulo: Scipione, 2010, págs 62,63 e 64.**

Para finalizar construir 2 gráficos com eles usando o Geogebra.

Exercícios de fixação:

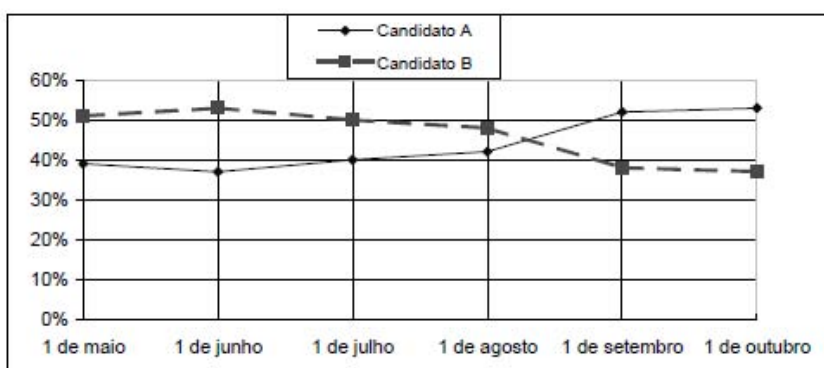
- 1) O gráfico abaixo mostra a temperatura numa cidade da Região Sul, em um dia do mês de julho.



De acordo com o gráfico, a temperatura aumenta no período de

- (A) 8 às 16h. (B) 16 às 24h. (C) 4 às 12h. (D) 12 às 16h. (E) 4 às 16h.

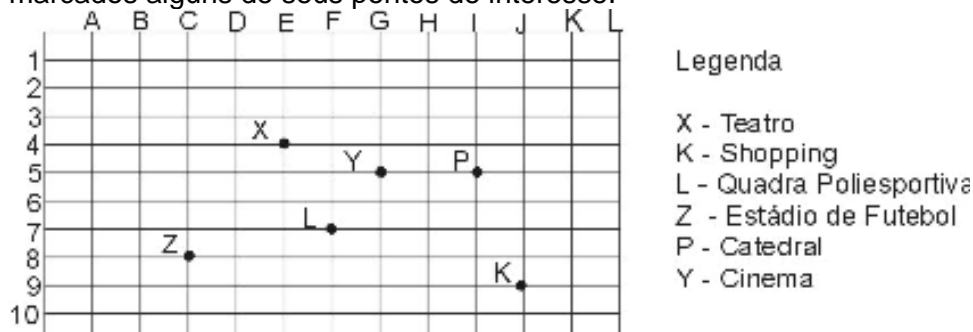
2) A evolução da intenção de votos dos eleitores por dois candidatos a prefeito de um município é apresentada pelo gráfico seguinte.



Em que mês o candidato A alcançou, na intenção de votos dos eleitores, o candidato B?

- (A) Julho.
(B) Agosto.
(C) Setembro.
(D) Outubro.

3) A figura a seguir representa um mapa bastante simplificado de uma cidade, em que estão marcados alguns de seus pontos de interesse.



Nesse mapa, a coordenada (5,G) indica a localização:

- (A) da catedral.
(B) da quadra poliesportiva.
(C) do teatro.
(D) do cinema.

4) Uma prefeitura aplicou R\$ 850 mil na construção de 3 creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R\$ 250 mil.

A expressão que representa o custo do parque, em mil reais, é:

- (A) $x + 850 = 250$.
- (B) $x - 850 = 750$.
- (C) $x + 250 = 850$.
- (D) $x + 750 = 850$.

5) Em uma loja de informática, Pedro comprou: um computador no valor de R\$ 2200,00, uma impressora por R\$ 800,00 e três cartuchos de tinta que custam R\$ 90,00 cada um. Essas mercadorias foram pagas em cinco parcelas de mesmo valor.

O valor de cada parcela, em reais, foi igual a:

- (A) 414.
- (B) 494.
- (C) 600.
- (D) 654.

6) Paulo é dono de uma fábrica de móveis. Para calcular o preço V de venda, em reais, de cada móvel que fabrica, ele usa a seguinte fórmula: $V = 1,5 C + 10$, sendo C o preço de custo em reais desse móvel. Considere que o preço de custo de um móvel que Paulo fabrica é R\$ 100,00.

Então, ele vende esse móvel por:

- (A) R\$ 110,00.
- (B) R\$ 150,00.
- (C) R\$ 160,00.
- (D) R\$ 210,00.

AVALIAÇÃO:

Nesta atividade os alunos serão avaliados no decorrer de todas as atividades. Também serão avaliados ao resolverem os exercícios de fixação propostos. Também serão observados os distratores disparados em cada questão para que possam ser trabalhadas novas questões para saná-los.

Atividade 4: Conhecendo Melhor as funções

• **HABILIDADE RELACIONADA:** H 50 – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

• **PRÉ-REQUISITOS:** Matemática do Ensino Fundamental.

• **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

• **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** : Livro didático, notebook e data show (projektor multimídia). Folhas do roteiro de ação 3

• **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em duplas.

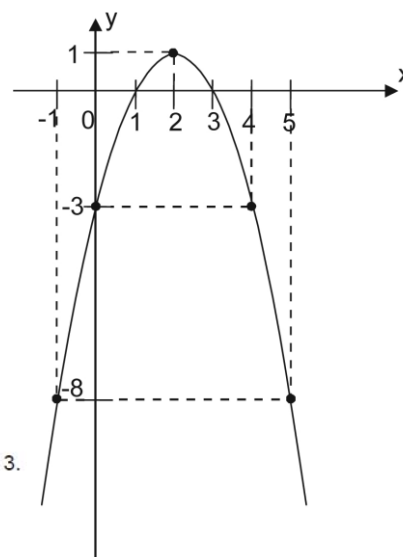
• **OBJETIVOS:** Estudar graficamente o comportamento das funções.

• **METODOLOGIA ADOTADA:**

Será utilizado o roteiro de ação 3 disponibilizado no curso de acompanhamento, porém com algumas modificações.

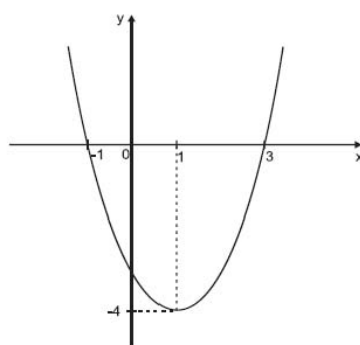
Exercícios de fixação

- 1 -) Observe o gráfico ao lado. A função apresenta ponto de
- (A) mínimo em (1,2).
 - (B) mínimo em (2,1).
 - (C) máximo em (-1,-8).
 - (D) máximo em (2,1).
 - (E) máximo em (1,2).



2)

O gráfico abaixo representa uma função de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^2 - 2x - 3$.



O intervalo em que essa função é crescente é

- A) $[-1, 3]$
- B) $]-\infty, 1]$
- C) $[0, +\infty[$
- D) $[4, +\infty[$
- E) $]1, +\infty[$

3) ENEM 2006

O gráfico abaixo foi extraído de matéria publicada no caderno **Economia & Negócios** do jornal **O Estado de S. Paulo**, em 11/6/2006.



É um título adequado para a matéria jornalística em que esse gráfico foi apresentado:

- A) Brasil: inflação acumulada em 12 meses menor que a dos EUA
- B) Inflação do terceiro mundo supera pela sétima vez a do primeiro mundo
- C) Inflação brasileira estável no período de 2001 a 2006
- D) Queda no índice de preços ao consumidor no período 2001-2005
- E) EUA: ataques terroristas causam hiperinflação

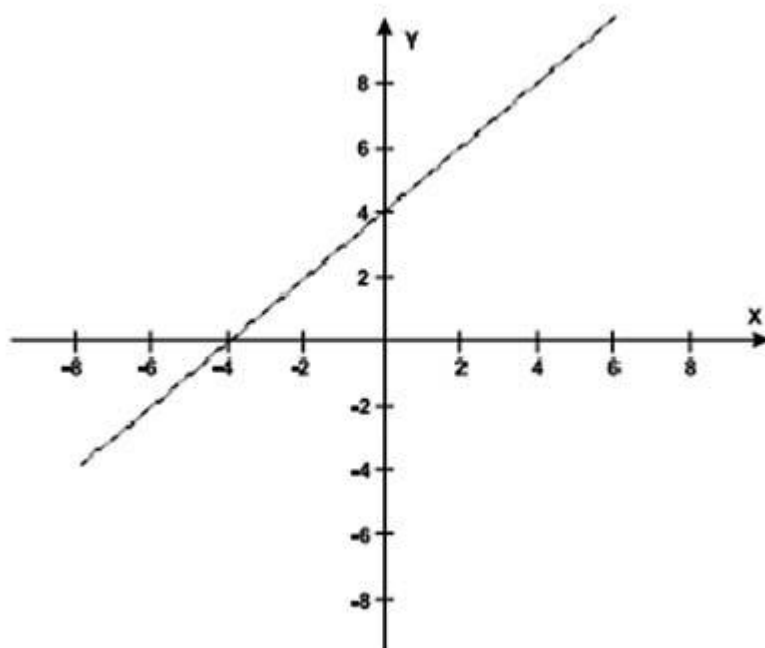
Resposta:

ALTERNATIVA A

A questão proposta tem como objetivo a análise de gráficos, bem como crescimentos, decréscimo, variações, entre outros. Podemos verificar que a inflação acumulada no Brasil foi menor que nos EUA. Daí, analisemos as alternativas erradas:

- B) As informações fornecidas pelos gráficos não permitem uma analogia entre o 1º e o 3º mundo, falam apenas de dois países;
- C) A inflação está instável, no período mencionado;
- D) Não há menção no índice de preço;
- E) A inflação declinou nos EUA e não atingiu índices que configurassem uma hiperinflação.

4) (Enem 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.

- A $(-5, 0)$.
- B $(-3, 1)$.
- C $(-2, 1)$.
- D $(0, 4)$.
- E $(2, 6)$.

SOLUÇÃO: Letra B

Professor identifique com seus alunos cada ponto geometricamente, e após substitua o par ordenado na função representando assim a solução.

•

AVALIAÇÃO:

Nesta atividade os alunos serão avaliados no decorrer de todas as atividades e durante a correção dos exercícios de fixação propostos. Também serão observados os distratores disparados em cada questão para que possam ser trabalhadas novas questões para saná-los.

Referências Bibliográficas

RIBEIRO, Jackson. **Ciência, Linguagem e Tecnologia – Matemática – vol 2**, São Paulo: editora Scipione, 2012, .

ROTEIROS DE AÇÃO – **Funções– Curso de Aperfeiçoamento** oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – disponível em <HTTP://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 24/02/2013.

Endereços eletrônicos acessados de 26/02/2013 a 04/03/2013, citados ao longo do Plano de Trabalho:

[1] **Conexão professor – Orientações Pedagógicas-**
http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/downloads/cm/cm_11_10_1S_1.pdf, acessado em 01/03/2013.

[2] **Domínio, Contradomínio e Imagem de uma Função**

<http://www.alunosonline.com.br/matematica/dominio-contradominio-e-imagem-de-uma-funcao.html>, acessado em 03/03/2013.

[3] **Domínio e Imagem de uma Função: 1º Ano - Ensino Médio**, disponível em <http://matprofrenatas.blogspot.com.br/2012/03/dominio-e-imagem-de-uma-funcao-1-ano.html>,

[4] **Funções** <http://www.brasilecola.com/matematica/funcoes.htm>, acessado em 27 /02 /2013.

[5] **Máquina de funções,** disponível em: http://www.joaonarciso.com/aplicacoes/maq_funcoes.html, acessado em 26/02/2013.

[6] **Telecurso aula 27 – Duração: 14'15"Matemática- 1ª Série – Ensino Médio**, disponível em: <http://www.telecurso.org.br/matematica/>, acessado em 26/02/2013.