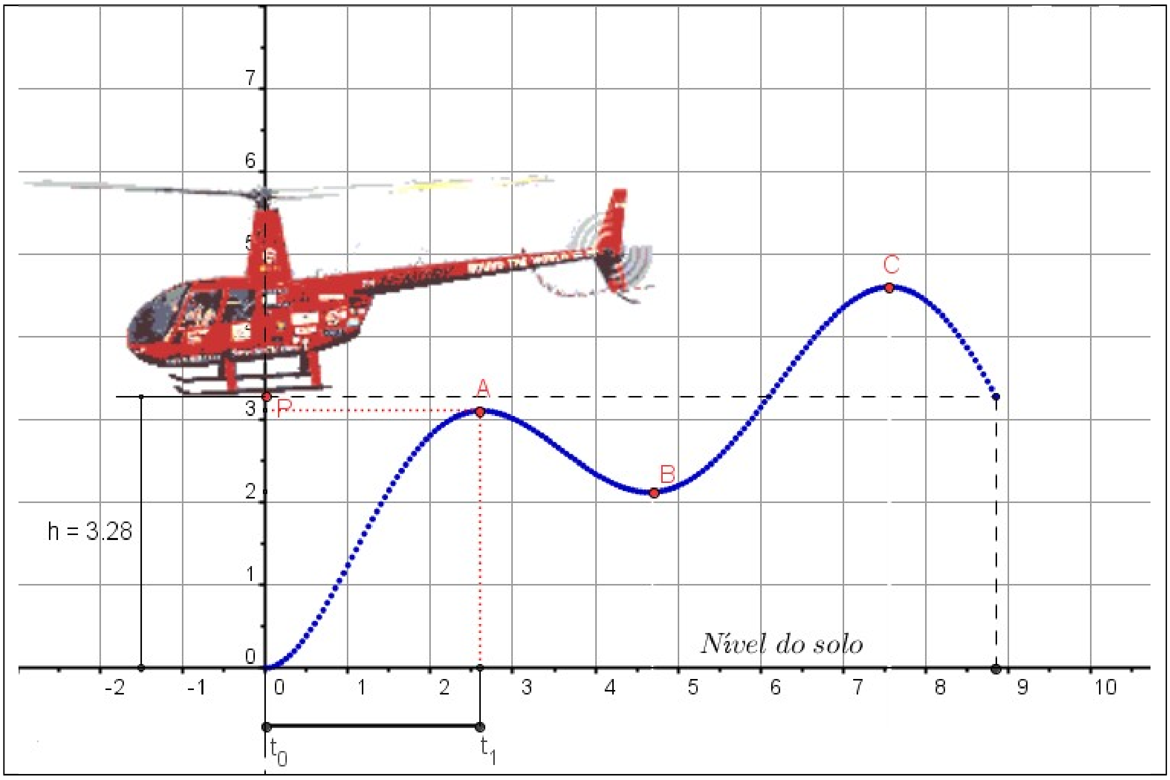
FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Matemática 1º Ano – 1º Bimestre/2013

Plano de Trabalho



<u>FUNÇÕES</u>

Tarefa 2
Cursista: Nivaldo Batista Macedo

Tutor: Wagner Rambaldi Telles

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

“Descartes comandou mais o futuro a partir de seus estudos do que Napoleão a partir de seu trono.” (Wendell Holmes Jr.).

Este Plano de Trabalho foi a priori escrito para apresentar e cumprir o Currículo Mínimo vigente e para permitir que as habilidades e competências relacionadas sejam desenvolvidas.

Começaremos com uma exposição para compreendermos a noção intuitiva de Função para em seguida apresentarmos seu conceito e definição formal.

Um cuidado especial tomado será no que diz respeito à leitura e interpretação de gráficos e para tanto usaremos bastante o Geogebra com exercícios que, além de procurar atingir o objetivo, permitam explorar novas situações que possam surgir seja como um aspecto interessante que ocorreu durante a apresentação, seja por alguma proposta nova por parte dos alunos.

Outro cuidado especial tomado foi a utilização da função como ferramenta para a conversão entre grandezas de mesma espécie, onde veremos que reduzir uma fórmula a uma função antes de inserirmos os valores numéricos pode, além de mais elegante, tornar os cálculos mais fáceis ou mais rápidos.

METODOLOGIA

A dinâmica metodológica será desenvolvida a partir de aulas teóricas e/ou expositivas preferencialmente dialogadas e acompanhadas de exercícios práticos com a apresentação e discussão dos resultados, incentivando a criatividade e a maturação matemática do estudante.

O professor agirá como agente orientador e mediador no raciocínio do estudante nos processos mentais de investigação e na análise de problemas e situações reais.

Sempre que julgar-se necessário e possível usaremos de softwares de geometria dinâmica para que o aluno possa verificar os resultados ou dar corpo a seus cálculos além de poder investigar situações análogas.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

Funções – Noção Intuitiva

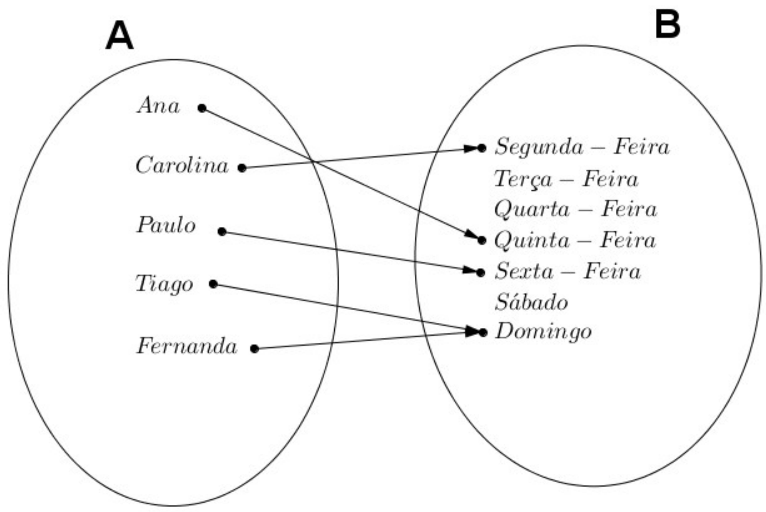
PRÉ-REQUISITOS: Noções de Conjuntos.
TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Trivial.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Introduzir noções de função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis.

Feliz Semaniversário!

Os alunos Ana, Carolina, Paulo, Tiago e Fernanda resolveram inventar um novo motivo para comemorações.

Perguntariam aos seus pais em qual dia da semana nasceram, e esse dia seria comemorado como um dia tão especial quanto o dia de seus aniversários.

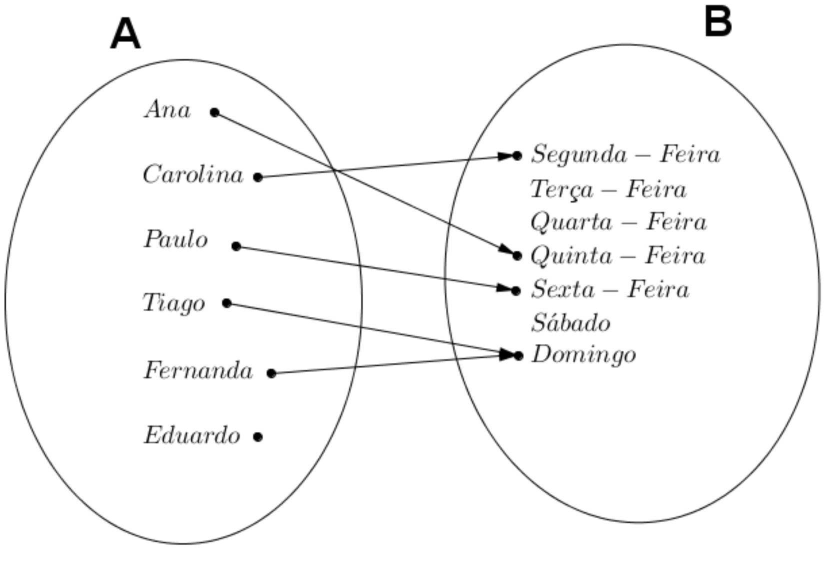
Depois de ser informada do dia da semana em que cada um do grupo nasceu, Ana lembrou-se que tinha estudado Conjuntos e resolveu organizar os dados construindo o seguinte diagrama:



Ficou bem fácil de um amigo saber qual é o "semaniversário" do outro...

Mais tarde, convidaram Eduardo a participar e ele respondeu:

-Não vou poder participar porque não nasci em nenhum desses dias aí...

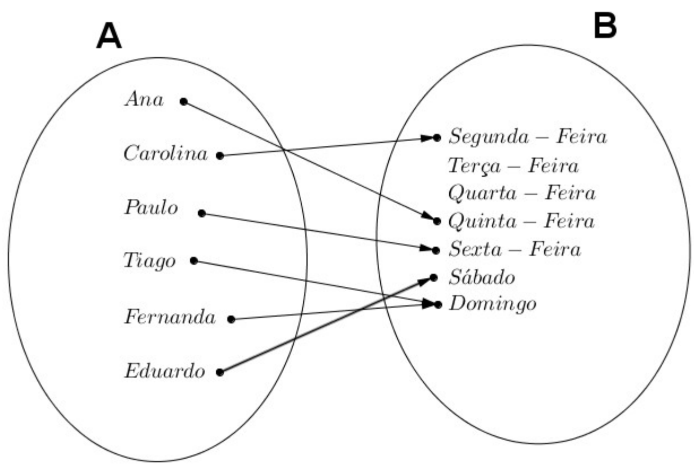


Todos acharam engraçado e Carolina comentou:

- Claro Dudu! Se bem te conheço você deve ter nascido numa Bagunça-Feira...

Eduardo então falou que só estava de brincadeira e que nasceu *num Sábado.*

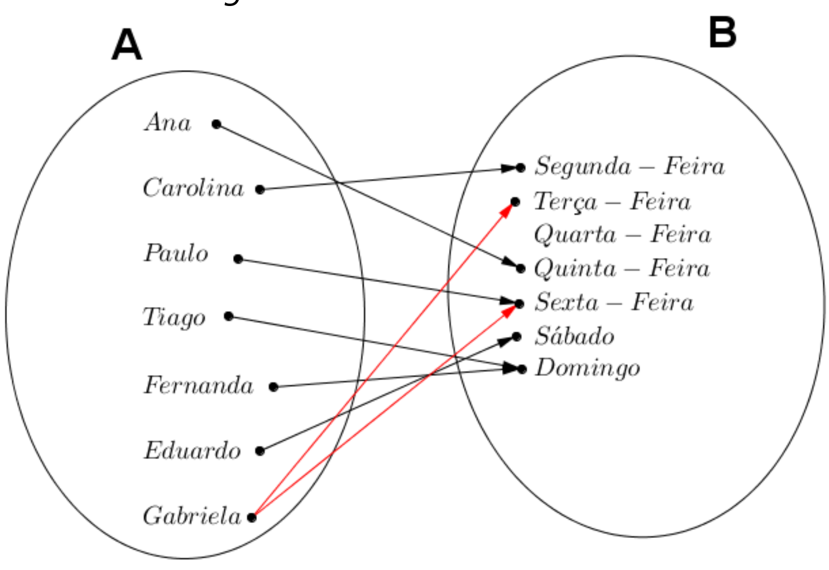
Então Ana atualizou seu esquema:



Logo a seguir, Gabriela foi convidada a entrar no grupo.

Ana pediu então que a nova integrante do grupo marcasse no diagrama o dia da semana em que nasceu.

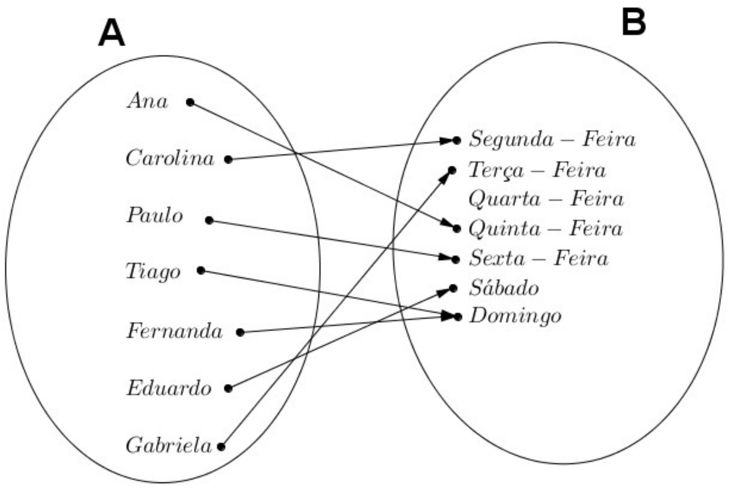
E Gabriela fez o seguinte:



- Ô Gabi, você está maluca? Não se lembra que estudamos Lógica?

Se for verdade que você nasceu numa Terça-Feira então é mentira que você nasceu numa Sexta-Feira...

E após Gabriela confirmar que nasceu em uma Terça-Feira, Ana enfim concluiu seu belo projeto:



Com essa pequena história, que naturalmente não tem a menor chance de ganhar o Nobel de Literatura, estaremos introduzindo o conceito de funções.

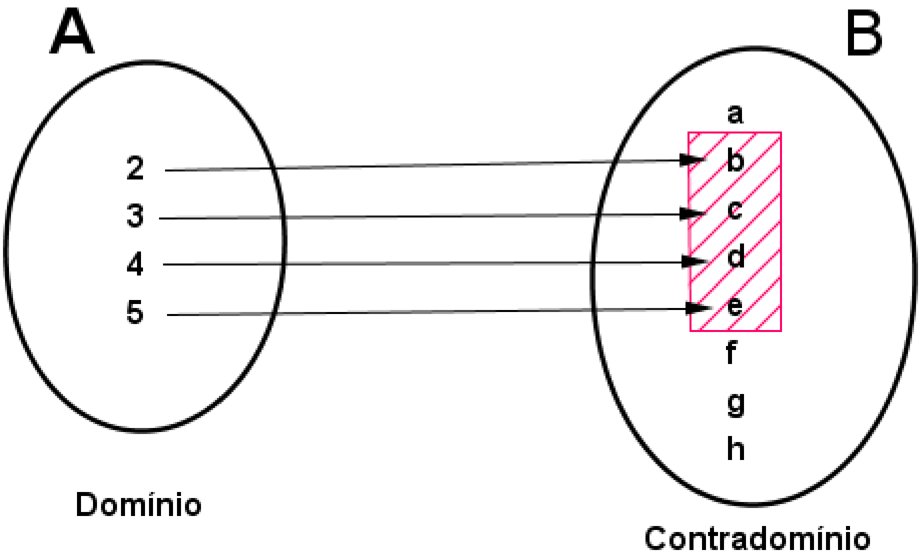
<u>Definição:</u>

"Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de função de A em B."

<u>Notação usual:</u>

$$\boxed{f : A \rightarrow B}$$

Consideremos o Diagrama de Venn a seguir:



- O conjunto dos elementos de A é denominado **Domínio** da função.
- O conjunto dos elementos de B candidatos a serem associados é denominado **Contradomínio** da função.
- O conjunto dos elementos de B que foram associados é denominado **Imagem** da função.

Da função representada pelo diagrama, temos:

D = {2,3,4,5}
CD = {a,b,c,d,e,f,g,h}
Im = {b,c,d,e}

Convém observar que a partir da definição temos que:

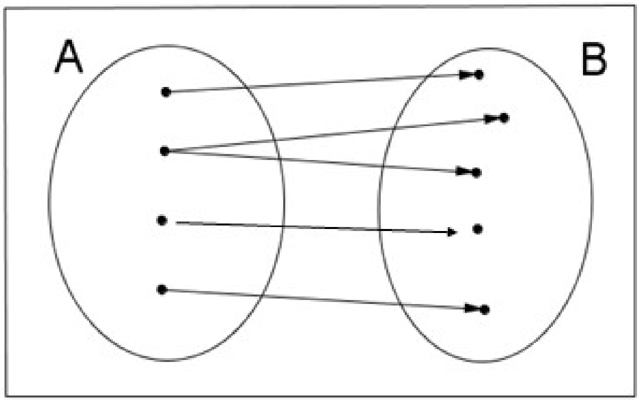
Todos os elementos do Domínio devem estar relacionados a um e apenas um elemento do Contradomínio.

Para uma melhor compreensão os alunos resolvem essa questão:

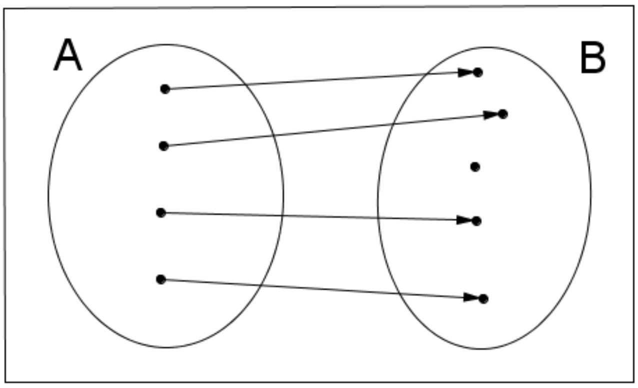
Identifique qual dos três diagramas a seguir representa uma função.

A seguir, baseado na definição, justifique por que os outros dois não podem representar uma função.

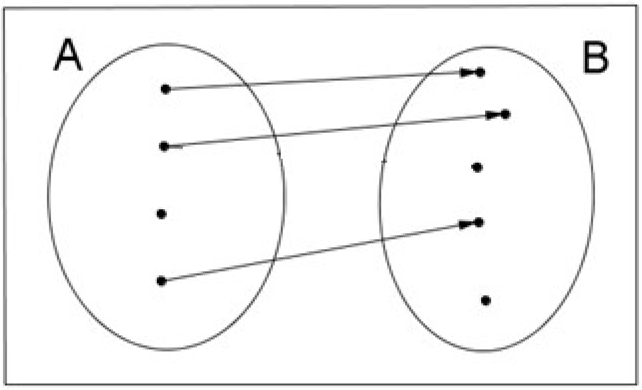
1)



2)



3)



Atividade 2
Funções - Aplicações

PRÉ-REQUISITOS: Noções de Conjuntos.
TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Trivial; Livro didático adotado.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual nos exemplos; preferencialmente em duplas na discussão e resolução dos exercícios selecionados.
OBJETIVOS: Compreender o conceito de função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis; identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade ou padrão.

Nessa etapa trabalharemos exemplos e exercícios compilados/digitalizados do livro didático [1] adotado pela Escola, páginas 44 a 49.

Exemplo 1: Tempo e Espaço

Uma pista de ciclismo tem marcação a cada 500 metros. Enquanto um ciclista treina para uma prova, o técnico anota seu desempenho.

O resultado pode ser observado na tabela abaixo:

Instante (min)	0	1	2	3	4	5	...
Distância (m)	0	500	1000	1500	2000	2500	...

A cada instante (x) corresponde uma única distância (y).

Dizemos, por isso, que a distância é função do instante.

A fórmula que relaciona y com x é:

$$\mathbf{y = 500x}$$

Exemplo 2: Passageiros e preço da passagem

Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares, paga-se ao todo, R$ 360,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes.

Para achar a quantia que cada um deverá desembolsar (y), basta dividir o preço total (R$ 360,00) pelo número de passageiros (x).

A fórmula que relaciona y com x é:

$$\mathbf{y = 360/x}$$

[1] IEZZI, Gelson. **Matemática: Ciências e Aplicações**. São Paulo: Saraiva, 2010.

Observe na tabela alguns valores referentes à correspondência entre x e y:

x	4	12	15	18	20	24	36	40
y	90,00	30,00	24,00	20,00	18,00	15,00	10,00	9,00

Exercícios Selecionados

1) Na tabela é dado o preço pago em função da quantidade de carne adquirida em um açougue:

Quantidade (em quilo)	Preço (R$)
0,5	7,00
1,0	14,00
1,5	21,00
2,0	28,00
3,5	49,00

a) Quanto pagará um cliente que comprar 4,5 quilos de carne?
b) Dispondo de R$ 350,00, qual a quantidade máxima de carne que pode ser adquirida?
c) Qual é a lei que relaciona o preço (p) em função da quantidade em quilos (n) comprada?

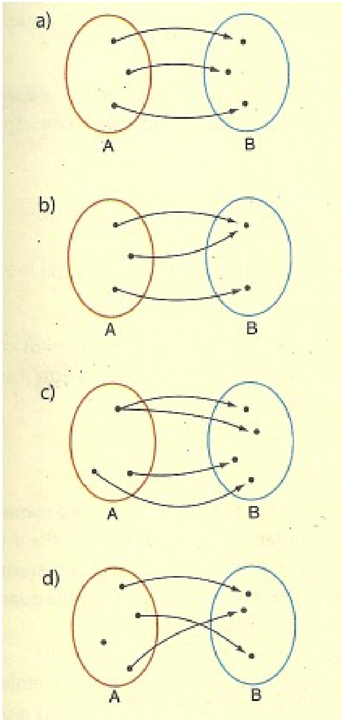
2) Na cidade, um veículo de passeio console um litro de gasolina a cada 9 quilômetros rodados.
   a) Faça uma tabela que forneça a distância percorrida pelo veículo ao se consumirem 0,25 l; 0,5 l; 2 l; 3 l;10 l; 25 l; 40 l de gasolina.
   b) Qual é a fórmula que relaciona a distância percorrida (d) em função do número de litros (l) consumidos?

3) Para prestar serviços domiciliares, um técnico em informática cobra R$ 50,00 a visita e um adicional de r reais por hora de trabalho por hora de trabalho. Veja na tabela seguinte o preço total de serviço por número de horas trabalhadas.

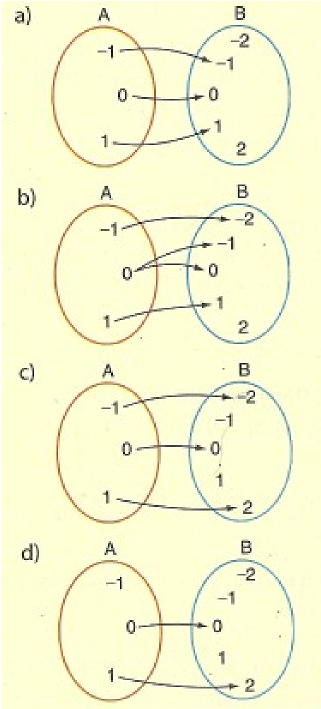
Número de horas de trabalho	Preço total de serviço (R$)
2	94
3	116
5	160
8	226

a) Qual é o valor de r?
b) Como se exprime matematicamente o total pago (y) por um serviço de x horas de trabalho?

4) Verifique em cada caso, se o esquema representa uma função de A em B:



5) Em cada caso, verifique se o esquema representa uma função de A em B, sendo A = {-1,0,1} e B = {-2,-1,0,1,2}. Em caso afirmativo, dê a lei que define tal função:



6) Sendo A = {-1,0,1,2} e B = {-2,-1,0,1,2,3,4}, verifique em cada caso se a lei dada define uma função de A com valores em B:

   a) $f(x) = 2x$
   b) $f(x) = x^2$
   c) $f(x) = 2x+1$

O professor apresenta os exemplos e procura introduzir a interdependência das variáveis e a identificação de variáveis dependentes e independentes em uma função.

Nos exercícios selecionados, será solicitado que, além do proposto nos enunciados, os alunos anotem o domínio, o contradomínio e a imagem da função e reconheça qual é a variável dependente e a variável independente.

No exercício 6, o professor procura explicar as notações y e f(x) como formas equivalentes de se representar uma variável dependente.

Atividade 3
Fórmula ou Função?

PRÉ-REQUISITOS: Noções de Função.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Trivial
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Usar os conceitos de função para aplicar a mudança de unidades de mesma grandeza.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis.

Das Orientações Curriculares do Currículo Mínimo para o tema Funções, p.10, destacamos:

> ***Interdisciplinaridade.***
> ***Física****: Um dos conhecimentos a serem trabalhados nesta disciplina é compreender fenômenos naturais ou sistemas tecnológicos, identificando e relacionando as grandezas envolvidas. Uma grande dificuldade que os professores de Física comentam é que os alunos possuem dificuldade de relacionarem uma unidade de grandeza a outra unidade da mesma grandeza. Dica: Usar os conceitos de função para aplicar a mudança de unidades de mesma grandeza.*

Esta etapa foi desenvolvida para atender a essa orientação, considerada bastante relevante.

Entretanto, não queremos que esse trabalho seja um repositório de fórmulas e transformações de grandezas escalares ou vetoriais, mas sugerir que os alunos à medida que forem passando determinadas situações se perguntem:

Essa fórmula pode ser reduzida a função?
O que é melhor (considerando suas habilidades): Usar como está ou reduzi-la?

Escolhemos para exemplo apenas uma conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit:

Após apresentar as relações entre os pontos de gelo e de vapor adotadas, o professor de Física apresenta a relação entre essas duas escalas:

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

E a seguir um exercício, como por exemplo:

Converta 37°C para a escala Fahrenheit.

<u>Opção 1- Aplicação direta da fórmula (relação)</u>

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

Substituindo C = 37:

$$\frac{37}{5} = \frac{F-32}{9}$$
$$5F - 160 = 333$$
$$5F = 333 + 160$$
$$5F = 493$$
$$F = \frac{493}{5}$$
$$F = 98{,}6$$

Resposta: 37°C = 98,6°F

<u>Opção 2 – Usando a função para transformar essas escalas</u>

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

Isolando a variável F:

5F-160 = 9C

5F = 9C + 160

Dividindo os termos por 5:

F = 1,8C + 32

Substituindo C = 37:

F = 1,8 x 37 + 32

F = 66,6 + 32

F = 98,6

Resposta: 37°C = 98,6°F

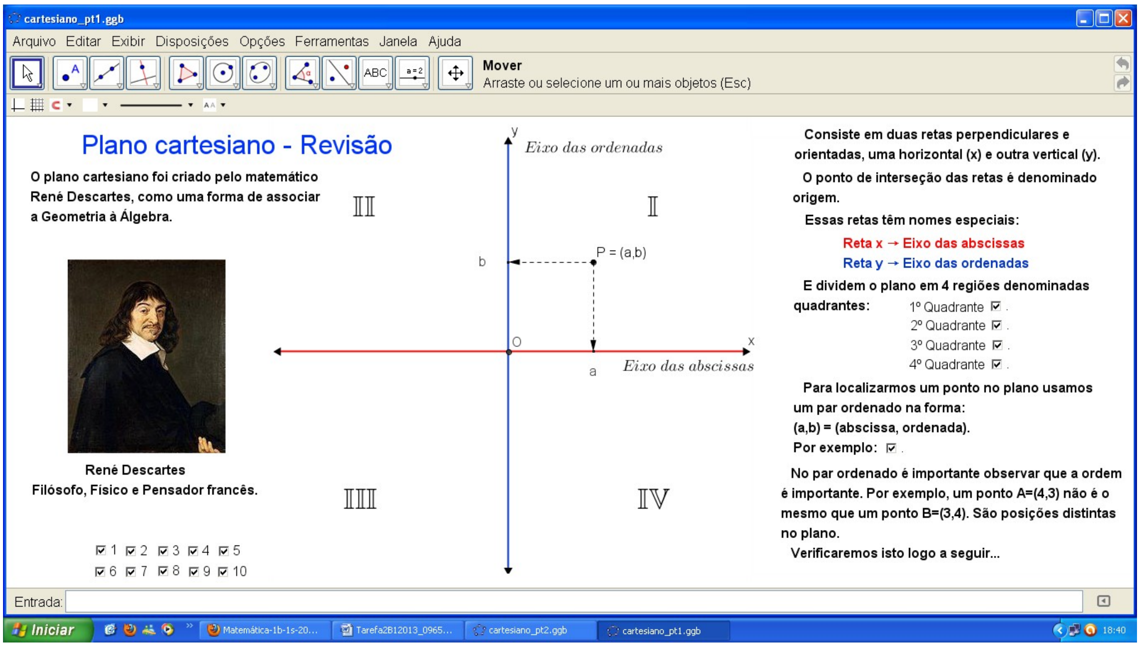
Agora compare a quantidade de operações numéricas feitas na opção 1 com as efetuadas na opção 2 e os possíveis erros que possam ser cometidos ao efetuar essas operações:

Qual opção você acha mais vantajosa?

(   ) Opção 1
(   ) Opção 2
(   ) Tanto faz...

Atividade 4
Relembrando o Plano Cartesiano

PRÉ-REQUISITOS: Conhecimentos sobre o Plano Cartesiano, estudado em anos anteriores.
TEMPO DE DURAÇÃO: 20 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Revisar, diagnosticar e corrigir dificuldades que os alunos possam apresentar com respeito à escrita e leitura corretas no plano cartesiano.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.



Essa etapa foi elaborada como uma revisão sobre o Plano cartesiano, tema que já foi visto no ano anterior, mas desta vez apresentado como uma aula dinâmica visando atrair mais o interesse e uma participação mais efetiva dos alunos.

Nota: Em geral, os arquivos em Geogebra desenvolvidos para este plano de trabalho são idealizados para cumprir o estabelecido em Metodologia, vide página 4.

A partir de caixas exibir/esconder objetos permitimos que as aulas sejam dialogadas e que possamos discutir com os alunos antes de exibirmos um determinado passo.

DESCRIÇÃO DO ARQUIVO

O arquivo parte de uma tela em branco.

Marcando as caixas 1 e a seguir a caixa 2, mostramos a origem do plano cartesiano como uma forma de associar-se a Geometria á Álgebra e uma breve referência a Cartesius. O professor pode opcionalmente adicionar elementos verbais sob a forma de contexto histórico.

Marcando a caixa 3, mostramos os eixos ordenados e marcando as caixas 4, 5, 6 e 7 mostramos os elementos do plano cartesiano: origem, eixo das abscissas e eixo das ordenadas.

A seguir, marcando a caixa 8, relembramos os quatro quadrantes.

Marcando a caixa 9, mostramos é localizado no plano um ponto genérico P(a,b).

Por fim, marcando a caixa 10 discutimos sobre a importância da ordem (abscissa, ordenada) em um par cartesiano, usando como exemplo a diferença entre um par (3,4) e um par (4,3).

Essa diferença será demonstrada em um arquivo novo aberto no Geogebra, onde marcaremos os pontos sugeridos para observarmos a diferença. Os alunos podem nesse momento sugerir alguns pares para marcarmos no plano, antecipando a próxima atividade.

E como, por comodidade, usamos números inteiros esta prevista uma discussão sobre a existência de pares ordenados cujas abscissas e ordenadas não sejam números inteiros como, por exemplo, se existe o par (2,35;4,32). Uma passeada com um ponto ambiente do Geogebra certamente esclarecerá isto: no Plano Cartesiano está todo o conjunto dos Reais.

Atividade 5
Representação e Leitura de Pares Ordenados

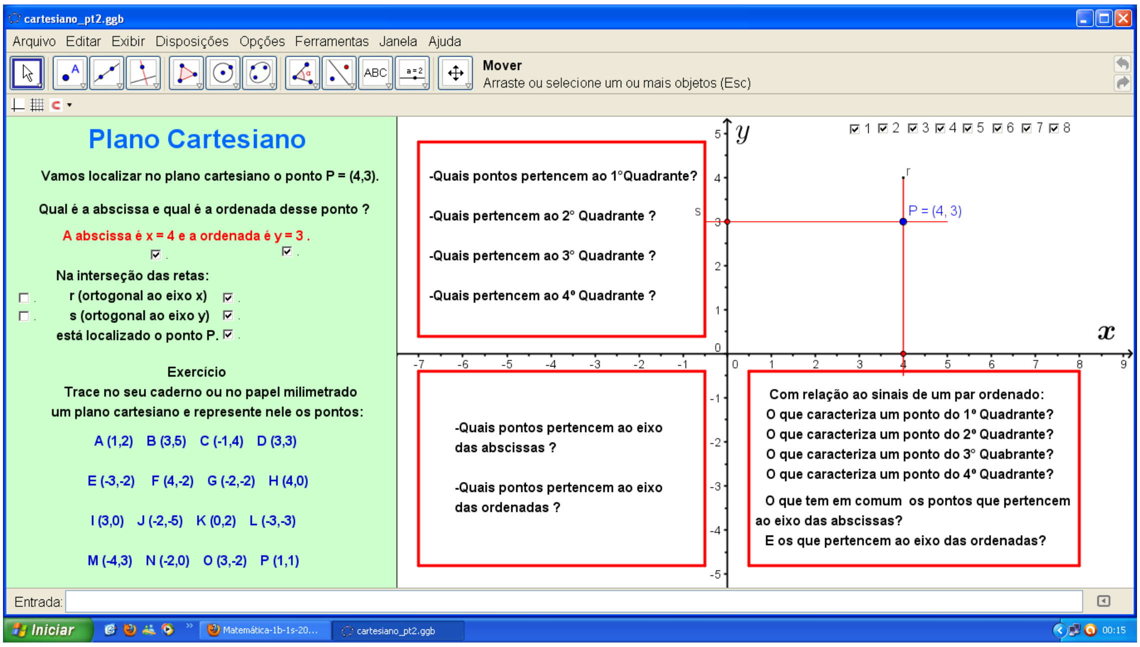
PRÉ-REQUISITOS: Conhecimentos sobre o Plano Cartesiano, estudado em anos anteriores.

TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra; papel milimetrado.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual ou em duplas.

OBJETIVOS: Relembrar como representar pares ordenados no Plano Cartesiano.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.



Complementando a atividade anterior, nessa etapa veremos passo a passo como localizamos um ponto no Plano Cartesiano e como os identificamos com relação aos quadrantes e aos eixos coordenados.

DESCRIÇÃO DO ARQUIVO

O arquivo parte de um eixo de coordenadas cartesianas.

Marcando a as caixas 1 e 2, partimos para a marcação de um ponto P(4,3); os alunos devem informar qual é a abscissa e qual é a ordenada e acionando duas caixas auxiliares confirmamos suas posições nos eixos x e y respectivamente.

Marcando a caixa 3 localizamos o ponto como a interseção das retas r⊥x e s⊥y que passam pelos pontos de abscissa e ordenada respectivamente.

Marcando a caixa 4, será apresentado um exercício onde os alunos devem construir em seus cadernos um plano cartesiano e nele marcar 16 pontos, distribuídos entre os quatro quadrantes e os eixos coordenados.

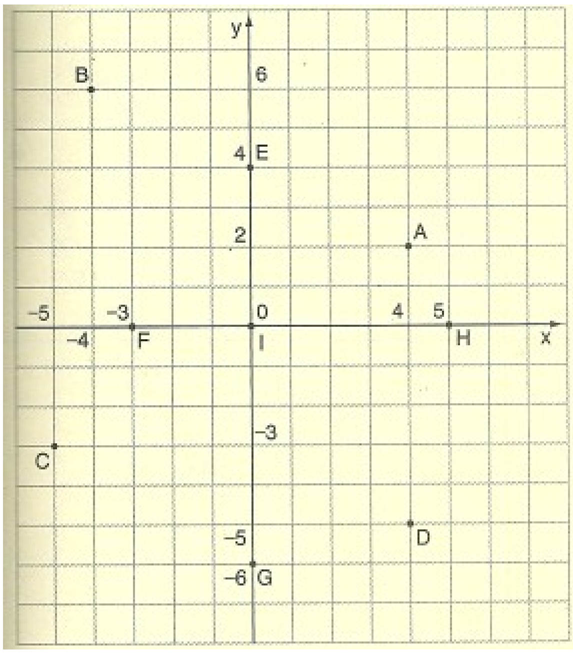
Marcando as caixa 5 e 6, os alunos são convidados a verificar a localização do ponto em relação aos quadrantes ou aos eixos coordenados.

Por fim, marcando as caixas 7 e 8, faremos uma atividade com relação aos sinais dos quadrantes, onde espera-se que os alunos concluam as características de um ponto dos 1° ao 4° quadrantes, (+,+),(-,+),(-,-) e (+,-) respectivamente além de concluírem que os pontos que estão sobre a reta x são da forma (x,0) e os que estão no eixo y são da forma (y,0).

Leitura das coordenadas de um ponto

Para a leitura da coordenada de um ponto no plano cartesiano, consideraremos suficiente que os alunos resolvam o exercício 36, p.57 do livro didático, compilado a seguir:

Forneça as coordenadas de cada ponto assinalado no plano cartesiano abaixo:



Atividade 6
Construção de Gráficos a partir de Tabelas

PRÉ-REQUISITOS: Plano Cartesiano; pares ordenados; operações numéricas.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Trivial; Livro didático adotado.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Construir gráficos a partir de tabelas ou da lei de formação de uma função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.

Nessa etapa, trabalharemos a construção de do gráfico de uma função conhecendo-se sua lei de correspondência e seu domínio.

O professor apresenta os exemplos 14 e 15, p.58 e os alunos constroem os gráficos propostos nos exercícios 45,46 e 47, p.60.

Segue o roteiro, cujos enunciados e figuras são compilados ou adaptados do livro didático em referência:

Construção de Gráficos

Exemplo 14:

Vejamos como construir o gráfico da função y = 2x, com domínio D = {-3,-2,-1,0,1,2,3}

1º Passo: Construímos uma tabela com os valores de x e calculamos seu correspondente valor y utilizando a lei da função.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

2º Passo: Representamos os pares ordenados que estão na tabela por pontos, a saber:

A (-3,-6)

B(-2,-4)

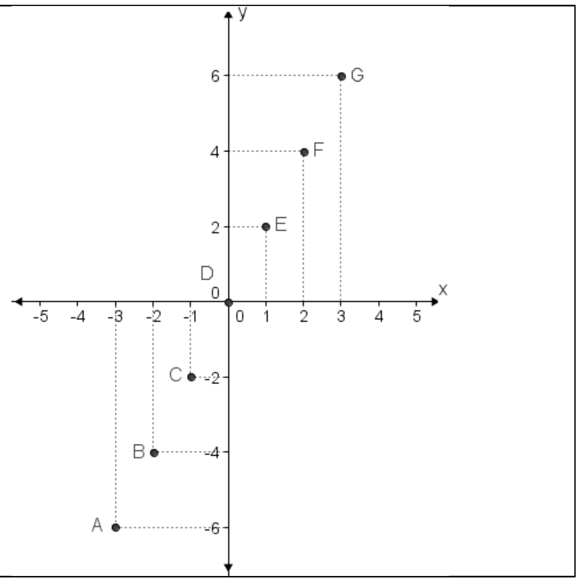
C(-1,-2)

D(0,0)

E (1,2)

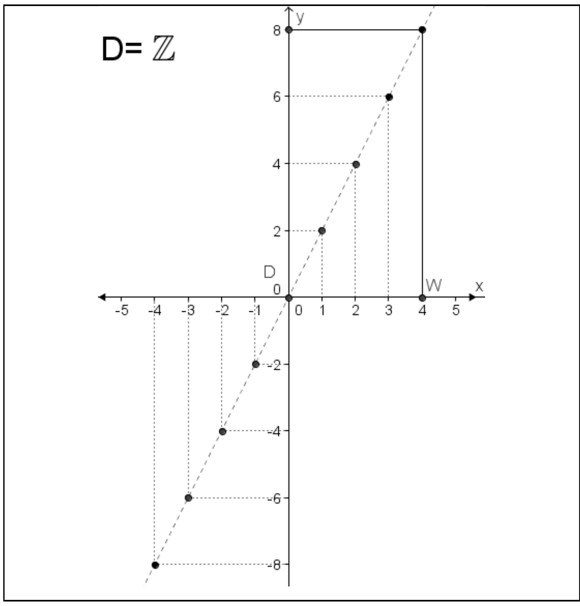
F(2,4)

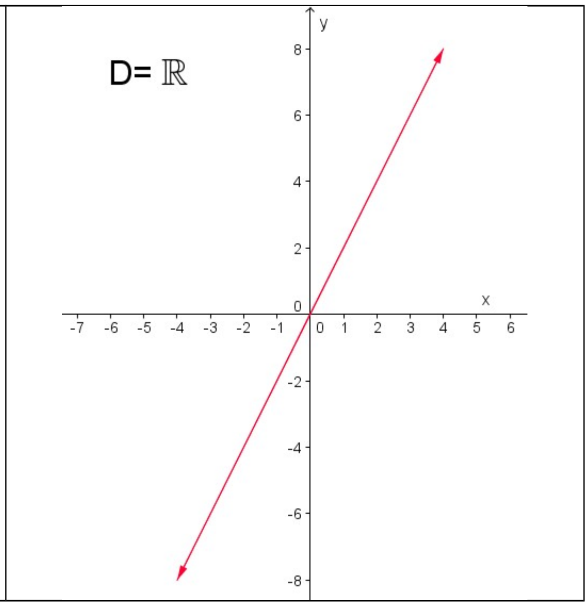
G(3,6)

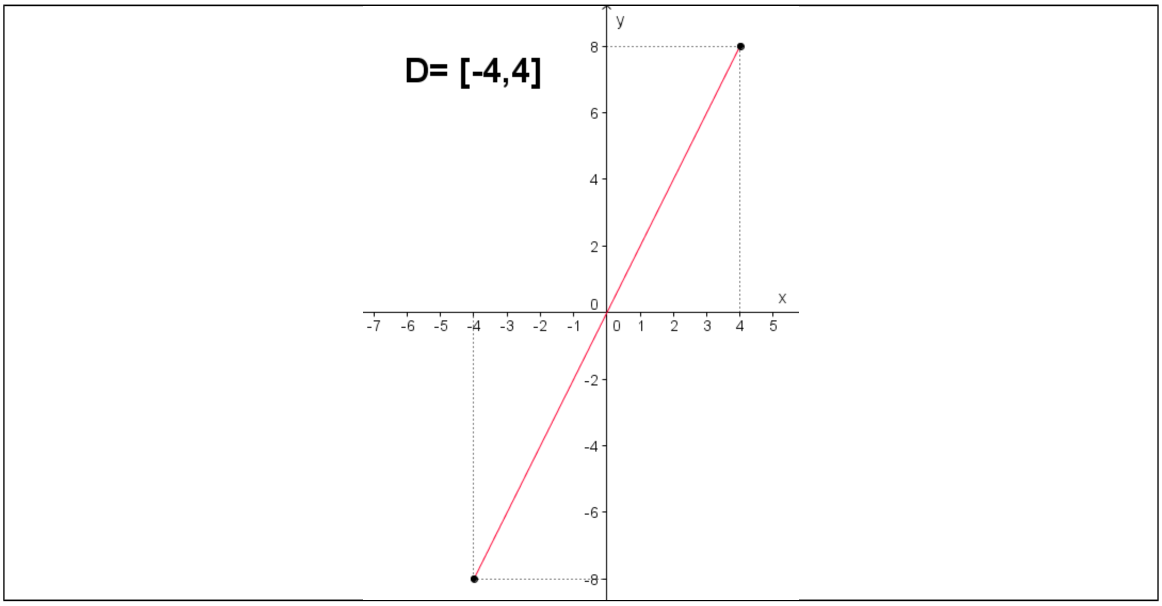


O professor mostra que para domínios distintos os gráficos são distintos, embora tenham uma mesma lei de correspondência.

Nos exemplos, a reta suporte é a mesma, mas os gráficos possuem determinados pontos, como é o caso do domínio D = Z, ou infinitos pontos como são os casos do domínio D = R ou o domínio ser um intervalo real, como no exemplo D = [-4,4].



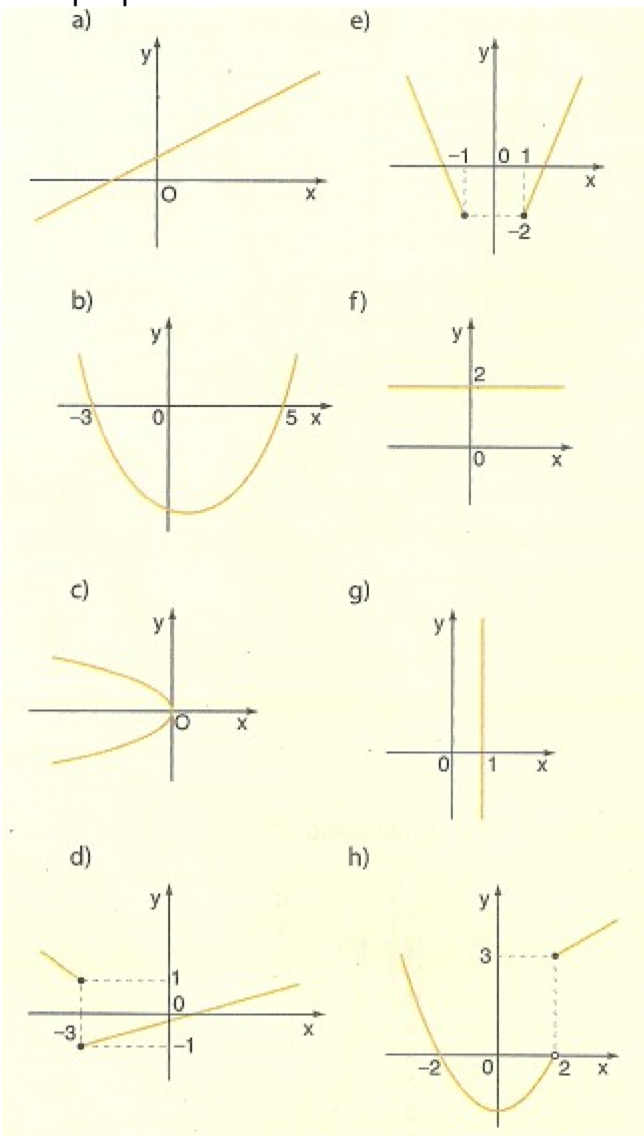




<u>Exercícios selecionados</u>

Como exercícios selecionamos os de números 44, 45, 46, 47 e 48, p.60, livro didático, compilados a seguir:

1) Quais dos gráficos seguintes *não* representam função de domínio real? Explique.



2) Construa o gráfico das funções f: A -> B, sendo B ⊂ R, dadas pela lei y = x + 1 nos seguintes casos:

   a) A = {0, 1, 2,3}
   b) A = [0,3]
   c) A= Z
   d) A = R

3) Construa os gráficos das funções f: A -> B dadas pela lei y = x - 2 nos seguintes casos:

   a) A = {-2, -1, 0, 1,2}
   b) A = [-2,2]
   c) A = R

4) Construa os gráficos das funções f: A -> B, sendo $B \subset R$, dadas pela lei $y = -x^2 + 1$ nos seguintes casos:

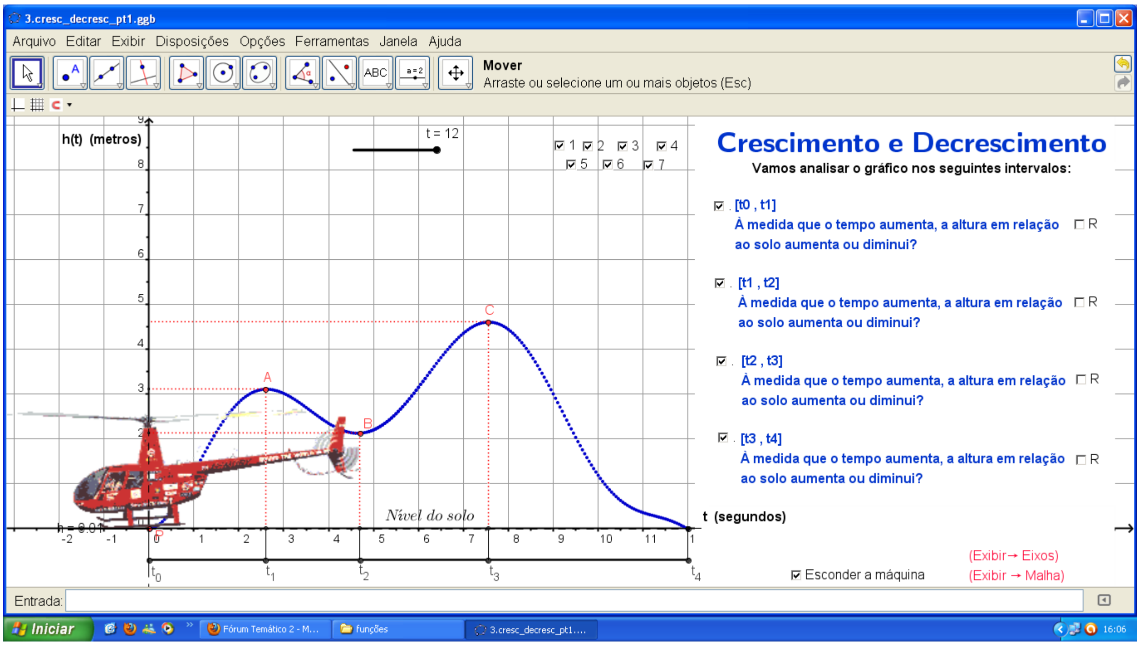
   a) A = {-3, -2, -1, 0, 1, 2,3}
   b) A = [-3,3]
   c) A = R

5) Construa o gráfico a função f: R* -> R* dada pela lei y = 1/x.

Atividade 7
Gráficos de Funções - Crescimento e Decrescimento

PRÉ-REQUISITOS: Plano Cartesiano; pares ordenados; operações numéricas.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Analisar crescimento e decrescimento de uma função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.

Nesta etapa serão utilizados três arquivos desenvolvidos no Geogebra:



No primeiro, estamos propondo um trabalho para uma compreensão intuitiva de crescimento e decrescimento a partir da variação da altura de um helicóptero em relação em relação ao solo.

Os intervalos de crescimento e decrescimento estão associados aos movimentos de subida e descida da máquina.

Durante a apresentação, além dos conceitos relativos ao estudo de crescimento e decrescimento, o professor pode antecipar e evitar que os alunos cometam um erro muito comum na leitura dos gráficos s x t que é o de pensarem que a curva da função se refere à trajetória de um corpo.

<u>DESCRIÇÃO DO ARQUIVO</u>

Na tela inicial visualizamos o nível do solo, o helicóptero, sua trajetória indicada por uma vertical tracejada e o cursor do tempo t na marca t = 0.

Primeiramente marcamos a caixa 1, onde visualizamos o enunciado. A seguir, animamos o cursor t e observamos o movimento da máquina. Os alunos devem percebamos que o movimento é vertical e isso será visto mais a seguir quando procuraremos diferenciar a curva da função altura x tempo da trajetória que se dá estritamente ao longo do eixo y. A máquina inverte o sentido do movimento em alguns trechos, atinge uma altura máxima e retorna ao solo.

Retornamos o cursor até a marca t=0 e a seguir marcamos a caixa 2, onde passamos a visualizar como traçaremos os eixos coordenados usados como referencial. Selecionamos exibir eixos e exibir malha.

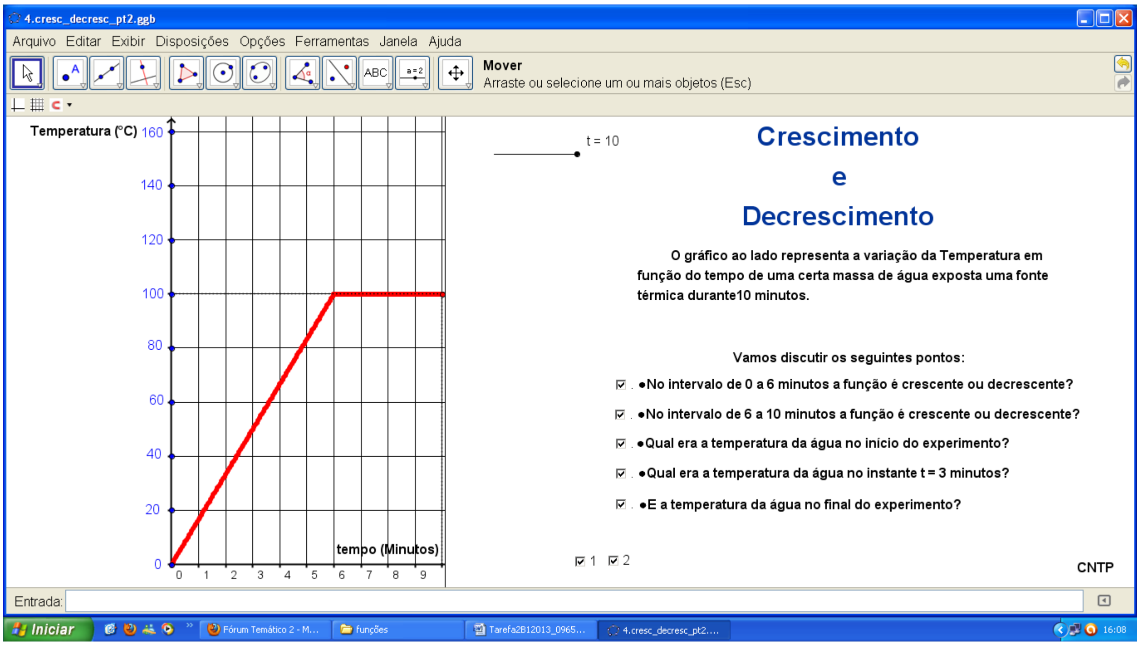
Acionando as caixas 3 e 4, identificamos o eixo x como o eixo dos tempos e o eixo y como a altura em função do tempo.

Acionando a caixa 5 e a caixa “plot” e animando o cursor t, observamos o movimento e como a curva altura x tempo vai se construindo.

Acionando a caixa 6, visualizamos os pontos A,B e C, onde houve as inversões de sentido.

Acionando a caixa 7, abre uma tela convidando a analisar os intervalos de crescimento e decrescimento.

Espera-se que os alunos saibam intuitivamente relacionar que nos intervalos em que o tempo aumenta e a altura aumenta são de crescimento e os intervalos em que o tempo aumenta e a altura diminui são de decrescimento.



No segundo, apresentaremos uma curva de aquecimento de certa massa de água nas CNTP durante um intervalo de dez minutos. A finalidade inicial é a de verificar-se que numa função não há somente crescimento e decrescimento como poderia se pensar a partir do gráfico do exercício anterior, mas que pode haver intervalos em que a função é constante. Aproveitamos para inserir elementos de leitura de gráficos.

DESCRIÇÃO DO ARQUIVO

Inicialmente vemos apenas os eixos de temperatura de 0° a 160° Celsius e do tempo marcados de 1 a 10 minutos.

Marcando a caixa 1 mostramos o enunciado da situação problema.

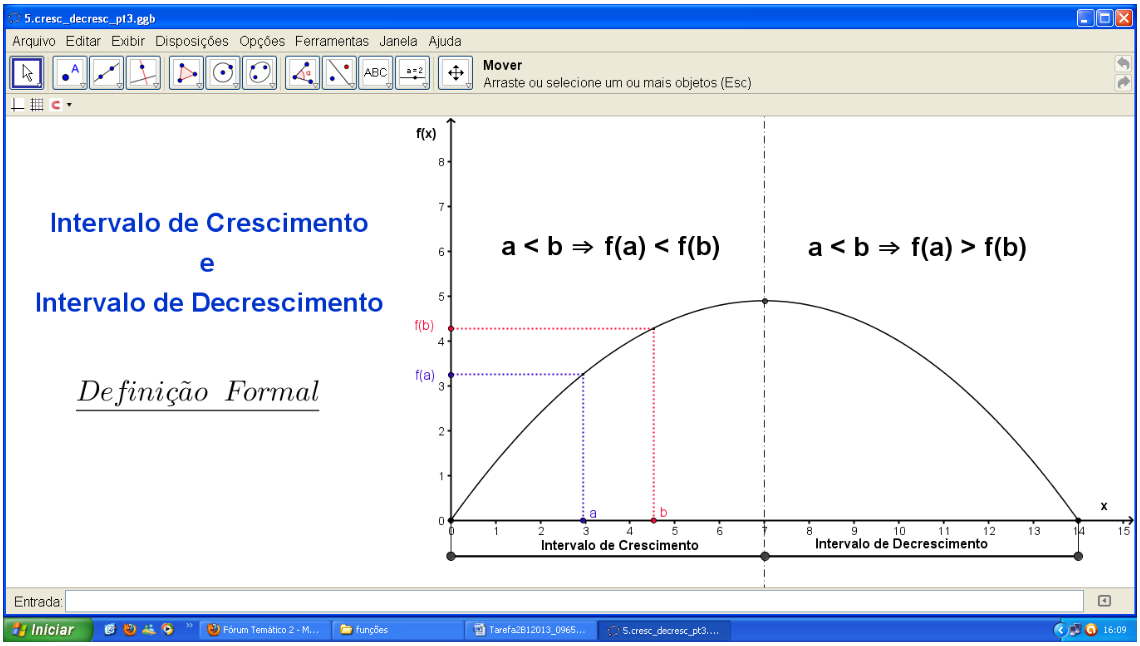
Animando o cursor t podemos observar o comportamento da curva à medida que o tempo vai se passando.

Como sugestão, podemos pausar em t = 6s (ou um pouquinho antes) e verificar com os alunos se eles consideram que a temperatura subirá até próximo dos 160°C.

Ao perceber que a curva muda de direção se mantendo constante em 100°C, o professor pode discutir ou sugerir que consultem seus professores de Física ou de Química sobre as propriedades físicas da matéria.

Marcando a seguir a caixa 2, passaremos a discutir os seguintes pontos:

- No intervalo de 0 a 6 minutos a função é crescente ou decrescente? (Os alunos devem concluir que é crescente.)
- No intervalo 6 a 10 minutos a função é crescente ou decrescente? (Nesse momento o professor comenta sobre intervalos em que uma função não é crescente ou decrescente, mas constante.)
- Qual era a temperatura da água no início do experimento? (Os alunos devem concluir que a temperatura inicial era de 0°C, já que o gráfico parte do ponto (0,0).)
- Qual era a temperatura da água no instante t = 3 minutos? (Nesse caso, como o gráfico não possui elementos para lermos com precisão visual e a determinação da lei de uma função a partir do gráfico só será vista no próximo bimestre, consideraremos suficiente que os alunos concluam que a temperatura é de aproximadamente 50°C.)
- Qual era a temperatura da água no final do experimento? (Os alunos devem concluir que a temperatura final era 100°C.)



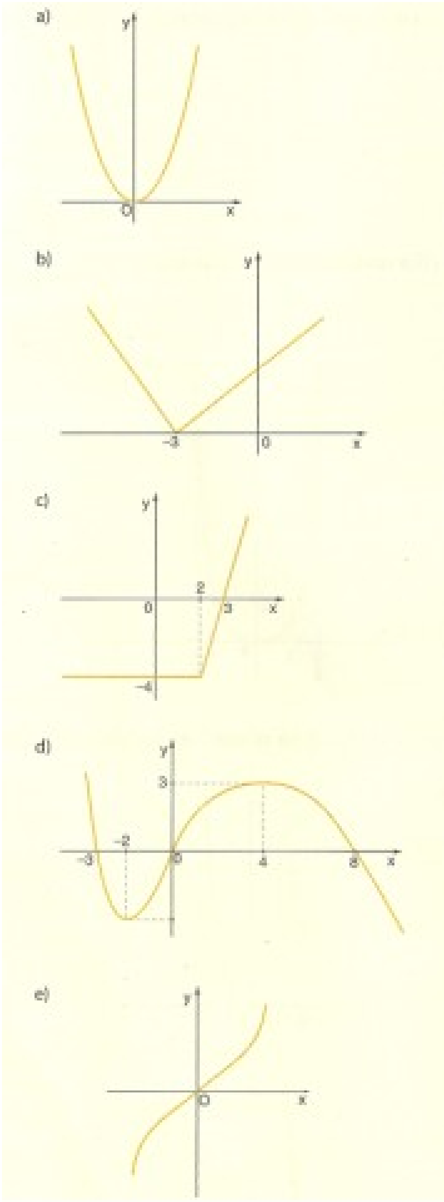
No terceiro arquivo, uma opção para apresentarmos definição formal de crescimento e decrescimento a partir de dois pontos móveis a e b. No decorrer do período analisaremos a viabilidade e necessidade imediata de aplicá-lo.

O arquivo é simples: movimentando-se os pontos a e b com a<b observamos que a<b => f(a)<f(b) define um crescimento e a<b => f(a) >f(b) define um decrescimento.

<u>Exercícios selecionados</u>

Para exercício selecionamos os de números 51 e 54, p.66 do livro didático, compilados a seguir:

1) Em cada caso, o gráfico representa uma função de R em R. Especifique os intervalos em que a função é crescente, decrescente ou constante:



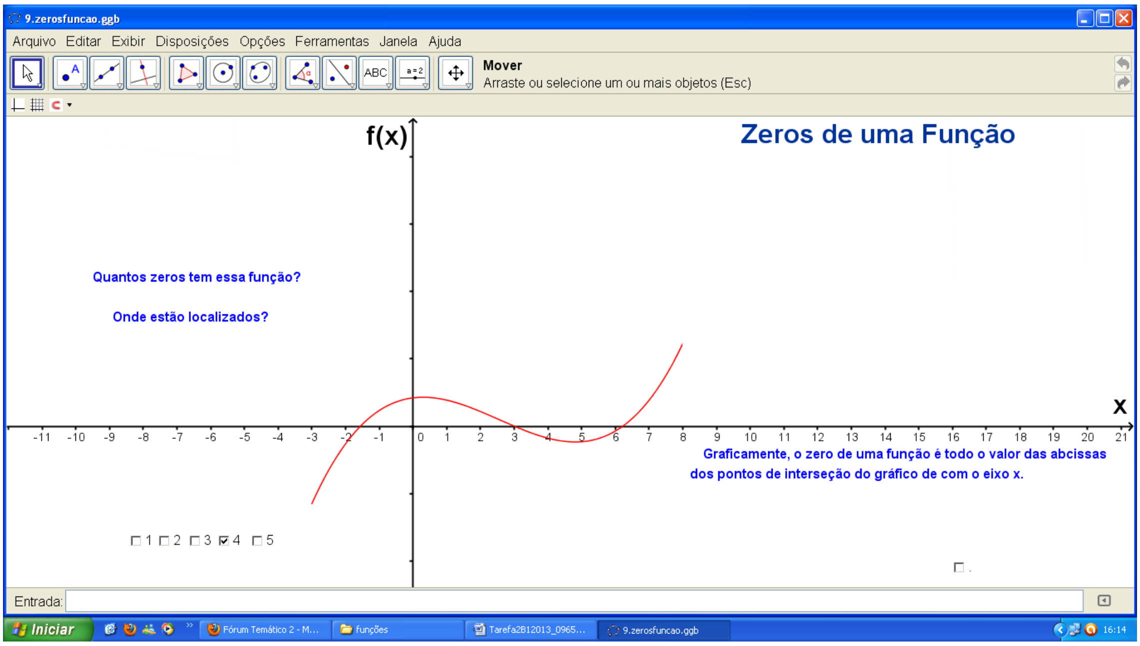
2) (U.F. Viçosa – MG) - O gráfico abaixo ilustra a evolução da temperatura T(°C), em uma região, ao longo de um período de 24 horas.

   Determine:

   a) Os horários em que a temperatura atinge 0°C;
   b) O intervalo da variação da temperatura ao longo das 24 horas;
   c) Os intervalos de tempo em que a temperatura é positiva.

Atividade 8
Gráficos de Funções
Zeros da Função

PRÉ-REQUISITOS: Plano Cartesiano; pares ordenados; operações numéricas.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Construir gráficos a partir de tabelas ou da lei de formação de uma função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.



Essa etapa foi desenvolvida para compreendermos significado geométrico do zero de uma função. Exercícios algébricos sobre o calculo dos zeros estão programados para o segundo bimestre quando estudaremos mais profundamente a função afim e para o terceiro bimestre quando estudaremos a função polinomial do segundo grau.

Desenvolvida no Geogebra, as atividades previstas são:

- Conceituar o zero de uma função como o valor da variável independente que torna f(x) = 0.
- Compreender o significado geométrico do zero.

- Ler a quantidade de zeros de uma função.
- Localizar no eixo x os zeros de uma função.

DESCRIÇÃO DO ARQUIVO

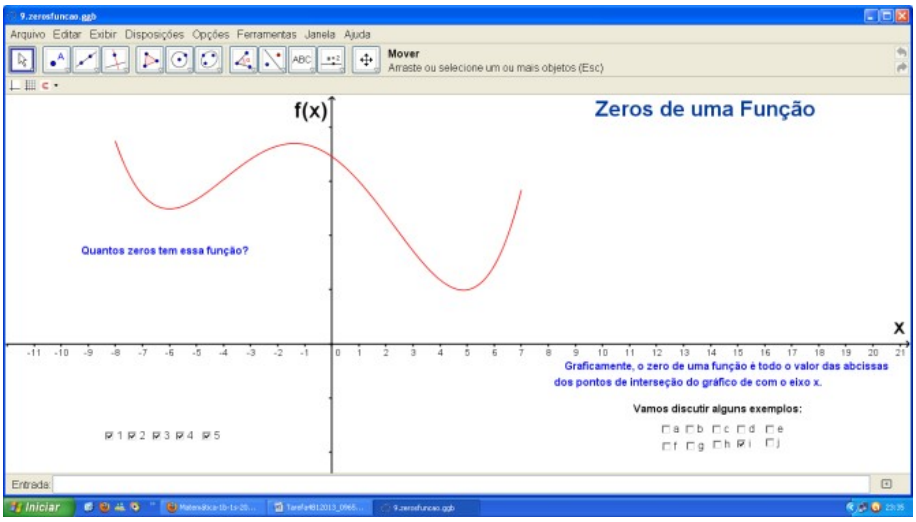
Inicialmente vemos apenas os eixos coordenados.

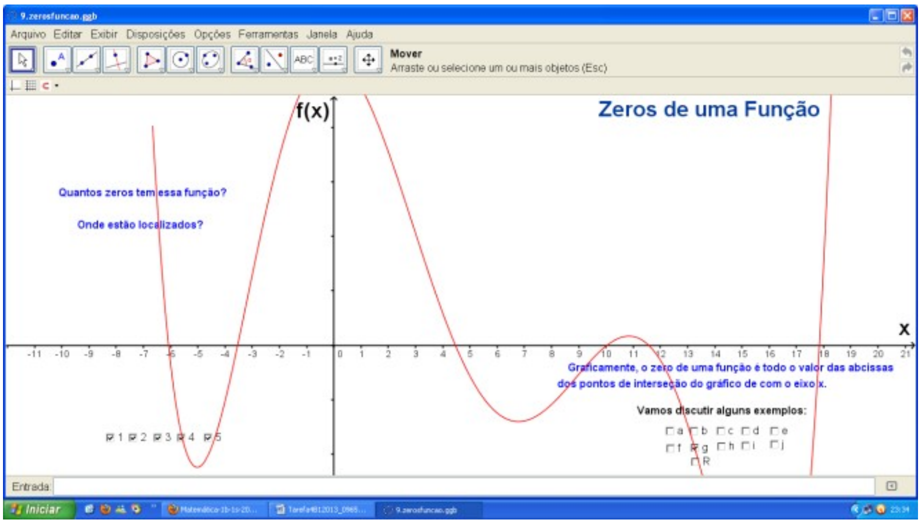
Marcando a caixa 1, vemos a definição de zero de uma função como o valor da variável independente que tem zero como imagem.

Marcando a caixa 2,3 e 4 apresentamos o cálculo algébrico do zero de uma função simples, y = 2x-6 e uma observação de que estudaremos o cálculo dos zeros de uma função mais adiante e que nesse momento nos interessa a interpretação geométrica dos zeros.

Marcando a caixa 5, disponibilizamos dez caixas extras nomeadas de a até j, onde poderemos visualizar dez gráficos distintos. Os alunos devem reconhecer a quantidade de zeros e sua localização na reta x.

Foram idealizados gráficos que ocorrem desde nenhum até seis zeros, como nos dois exemplos selecionados a seguir:

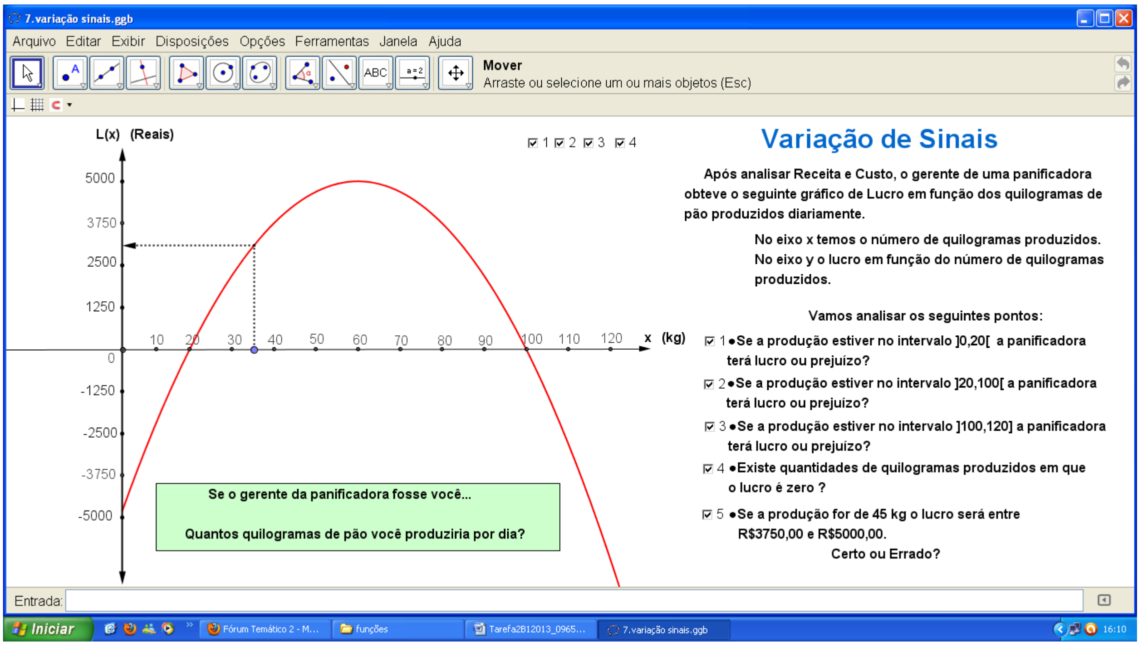




<u>Atividade 9</u>
<u>Gráficos de Funções</u>
<u>Variação Sinal</u>

PRÉ-REQUISITOS: Plano Cartesiano; pares ordenados; operações numéricas.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
OBJETIVOS: Construir gráficos a partir de tabelas ou da lei de formação de uma função.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.

Após uma breve exposição sobre a variação de sinal de uma função, trabalharemos duas situações problema, desenvolvidas no Geogebra.



Nesta primeira situação, apresentaremos uma função Lucro de uma panificadora onde exploraremos os sinais da função associando **+** e – a lucro e prejuízo respectivamente.

São propostas algumas análises a serem feitas a partir da leitura do gráfico com respeito a intervalos de lucro e de prejuízo, se haverá lucro ou prejuízo para uma determinada quantidade de quilogramas produzidos, entre outros.

No final, uma discussão e tomada de decisão sobre qual a quantidade de quilogramas deveremos produzir para termos lucro máximo.

<u>DESCRIÇÃO DO ARQUIVO</u>

Na tela inicial observamos o gráfico, que dispõe de um móvel que associa o quilograma produzido ao lucro.

Marcando as caixas 1 e 2, visualizamos o enunciado e a referência aos eixos x como os quilogramas produzidos ao lucro obtido.

Marcando a caixa 3, os alunos são convidados a uma discussão sobre os seguintes tópicos:

- Se a produção estiver no intervalo]0,20[a panificadora terá lucro ou prejuízo?
- Se a produção estiver no intervalo]2,100[a panificadora terá lucro ou prejuízo?
- Se a produção estiver no intervalo]100,120] a panificadora terá lucro ou prejuízo?
- Existem quantidades de quilogramas produzidos em que o lucro é zero?

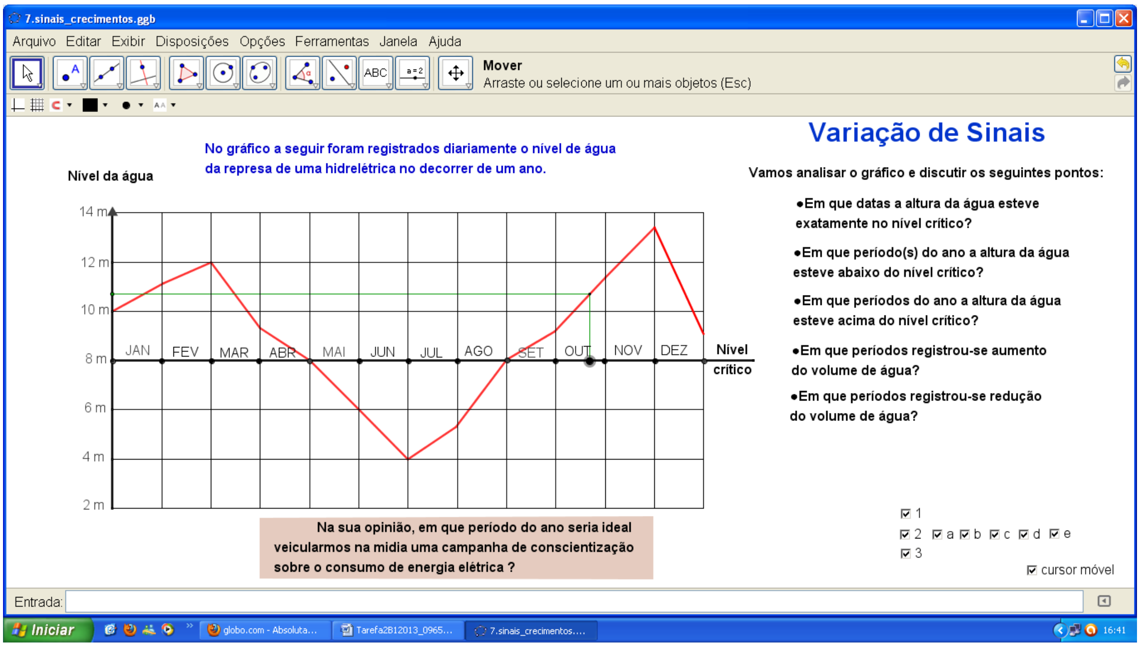
- Se a produção for de 45 kg o lucro estará entre 3750 e 5000 reais. Certo ou errado?
- Se a panificadora não produzir pães o prejuízo é de aproximadamente 5000 reais. Certo ou errado?

Os resultados podem ser lidos e verificados a partir da movimentação do ponto móvel ao longo do eixo x, mas antes os alunos serão convidados a concluir as respostas visualizando o gráfico.

Por fim, marcando a caixa 4, os alunos são convidados a um debate:

Se o gerente da panificadora fosse você, quantos quilogramas de pão você produziria por dia?

Nessa discussão buscamos desenvolver intuitivamente o conceito de máximo de uma função.



Na segunda situação, estaremos estudando um gráfico dissociado do conceito de zero de uma função já que o referencial foi alterado.

Verificaremos os intervalos em que o nível da água esteve no crítico, abaixo do crítico e acima do crítico além de retornarmos a crescimento e decrescimento.

No final, uma discussão e tomada de decisão sobre o melhor período para uma campanha sobre o uso consciente da energia elétrica baseando-se no nível da água armazenada.

<u>DESCRIÇÃO DO ARQUIVO</u>

O arquivo parte do gráfico já construído.

Marcando a caixa 1, visualizamos o enunciado.

Marcando a caixa 2, os alunos são convidados a uma discussão sobre os seguintes tópicos:

- Em que datas a altura da água esteve exatamente no nível crítico?
- Em que período(s) do ano a altura da água esteve abaixo do nível crítico?
- Em que período(s) do ano a altura da água esteve acima do nível crítico?
- Em que período(s) registrou-se um aumento do volume da água?
- Em que período(s) registrou-se uma redução do volume da água?

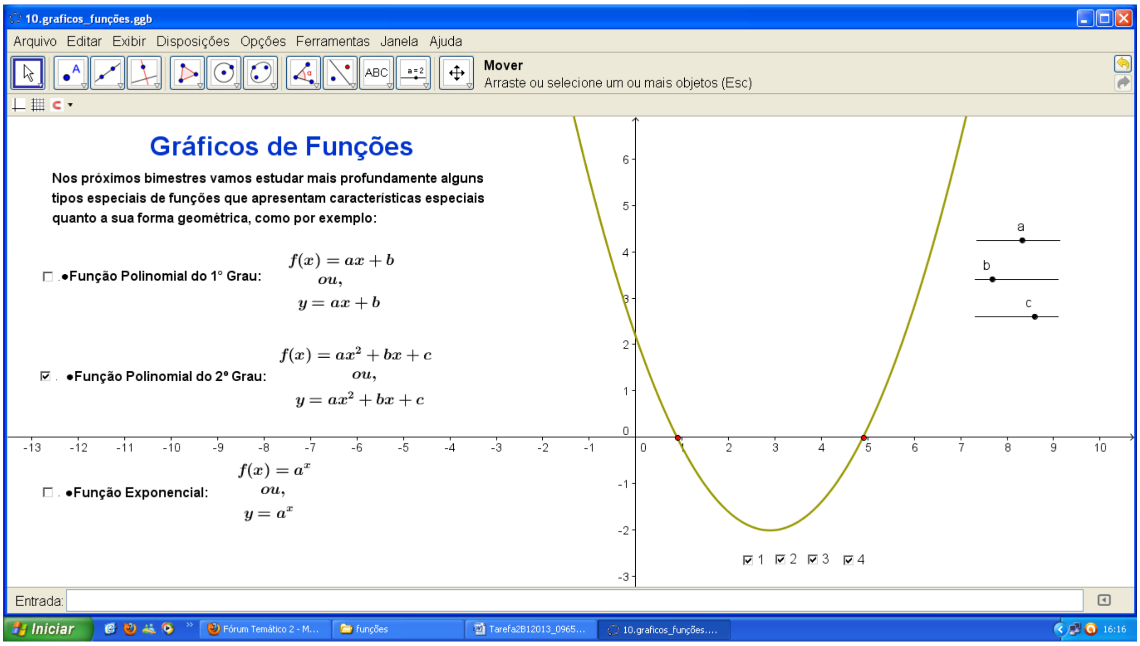
As respostas podem ser verificadas acionando-se um cursor móvel ao longo do eixo x, que associa cada medição à altura da água armazenada.

Por fim, marcando a caixa 3, iniciaremos um debate sobre qual o período ideal para veicularmos uma campanha sobre o consumo consciente da energia elétrica, considerando que a tendência para o próximo ano se mantenha.

Atividade 10
Tipos de Funções

PRÉ-REQUISITOS: Plano Cartesiano; pares ordenados; operações numéricas.
TEMPO DE DURAÇÃO: 50 minutos
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook do professor com Geogebra instalado e projetor multimídia; arquivo desenvolvido no Geogebra.
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Associar as funções polinomiais de 1º e 2º graus e a função exponencial a seus lugares geométricos característicos.
HABILIDADES/COMPETÊNCIAS RELACIONADAS: Representar pares ordenados no plano cartesiano; construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados.



Esta etapa foi desenvolvida basicamente como uma apresentação das funções que estudaremos nos segundo e terceiro bimestres.

O arquivo permite que, variando-se os coeficientes, analisemos a função do primeiro grau, a função do segundo grau e a função exponencial, e é considerado suficiente que os alunos percebam que cada uma tem uma forma característica que as distingue uma das outras.

Nesse momento não há uma preocupação com as propriedades algébricas das funções, portanto sequer falamos em restrições para os coeficientes.

Entretanto, não deixaremos de lado as possíveis discussões que forem surgindo como, por exemplo, no ambiente da função do segundo grau surgir uma reta ou no ambiente da função exponencial surgir uma reta ou a figura não existir: nesse caso podermos antecipar a condições dos coeficientes.

<u>DESCRIÇÃO DO ARQUIVO</u>

Marcando a caixa 1, visualizamos a proposta que é a de conhecermos alguns tipos de funções de estudaremos nos próximos bimestres.

Marcando as caixas 2,3 e 4 podemos selecionar um dos três tipos que serão apresentados:

Marcando a caixa Função Polinomial do 1º grau, visualizamos uma reta e os cursores a e b relativos aos coeficientes da função. Variando-se esses cursores podemos verificar que a função está associada a uma reta. No gráfico podemos visualizar o zero da função e podemos discutir também a quantidade de zeros reais de uma função de primeiro grau, assim como crescimento e decrescimento.

Desmarcando essa caixa e marcando a caixa Função Polinomial do 2º grau, visualizamos uma parábola e os cursores a, b e c relativos aos coeficientes da função. Variando-se esses cursores podemos verificar que essa função está associada a uma parábola. Podemos também discutir a quantidade de zeros de uma função do segundo grau, assim como crescimento, decrescimento.

Desmarcando essa caixa e marcando a caixa 3, visualizamos a curva exponencial e o cursor a, relativo ao coeficiente da função. Variando-se esse cursor observamos que a função exponencial também tem sua curva característica.

AVALIAÇÃO

Durante o desenvolvimento a avaliação será de forma continuada, obervando a participação e a capacidade interpretação, compreensão e raciocínio de cada aluno.

Para uma melhor leitura dos resultados será solicitado no final dos trabalhos que o aluno entregue uma auto-avaliação onde ele deve relatar suas impressões positivas ou negativas, principais dificuldades, seu grau de compreensão do conteúdo estudado, suas expectativas, entre outros.

Entendendo que, para desenvolvermos a capacidade de interpretação e síntese de uma situação problema, o hábito da redação é tão importante quanto o da leitura, a opção é que essa avaliação seja na forma de um relato por escrito; é possível encontrarmos mais informações nas entrelinhas de seus textos que aquelas que possamos idealizar nos modelos de auto-avaliações em que o aluno deve assinalar com x o seu grau de compreensão.

FONTES DE PESQUISA

IEZZI, Gelson. **Matemática: Ciências e Aplicações**. São Paulo: Saraiva, 2010.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Gráfico da função lucro**. Disponível em <http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/grafico-funcao-lucro.htm>. Acesso em: 22/02/2013.

TEIXEIRA, Ana Cristina. **Ciências Naturais, Biologia e Geologia.** Disponível em <http://forum.netxplica.com/viewtopic.php?t=17360&sid=4a9cf838f6b04b0c4b6fab495b72f056>. Acesso em : 25/02/2013

René Descartes. Wikipédia. Disponível em:<http://pt.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes>. Acesso em:25/02/2013

Recursos de mídia utilizados:

Geogebra: http://geogebra.softonic.com.br/

Créditos de Imagens Utilizadas

Helicóptero: http://br.bestgraph.com/gifs/helico-1.html