FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Professora: Rosane Fernandes Taranto

Série: 1º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutor: Bruno Morais Lemos

PLANO DE TRABALHO SOBRE ESTUDO DAS FUNÇÕES

1. Introdução:

As funções possuem grande aplicabilidade nas situações em geral relacionadas ao ensino da Matemática. Utilizamos funções na Administração, na Economia, na Física, na Química, na Engenharia, nas Finanças, entre outras áreas do conhecimento. Por esse motivo, é importante trazer para a sala de aula, atividades que contenham questões do cotidiano em que o aluno entenda a importância do estudo das funções.

Este Plano de Trabalho tem como objetivo fazer com que o aluno compreenda os conceitos de função e as representações gráficas associando-as a assuntos que fazem parte do nosso dia-a-dia e com isso motivá-los e até ajudá-los a compreender, um pouco mais, o mundo que os cerca.

Para a primeira aula, preparei uma lista de atividade para fazer em dupla. Essa lista tem o intuito de fazer com que o aluno construa o próprio conhecimento sobre as variáveis e as regularidades existentes em tais situações, além disso, o trabalho em dupla é essencial para que os alunos possam discutir a respeito do assunto.

Fizemos também uma atividade em grupo, que proporcionou ao aluno conhecer um pouco sobre o calculo do IMC e com isso trabalhar a construção de gráficos e tabelas.

Utilizamos o livro didático para estudar os conceitos sobre função e resolver as atividades propostas pelo mesmo.

2. Desenvolvimento:

Aula 1: Noção de Função

Pré-requisitos: Relacionar grandezas e analisar tabelas.

Tempo de Duração: 150 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados: Lista de atividades, folha e caneta.

Organização da turma: Turma organizada em dupla.

Objetivos: Perceber situações em que se aplica a noção de função; descrever relações entre grandezas, associar os valores às tabelas e escrever os pares ordenados nas relações.

Metodologia adotada: Lista de atividades com problemas contextualizados para os alunos discutirem as repostas e compreender um pouco as relações entres as grandezas.

Lista de Atividades

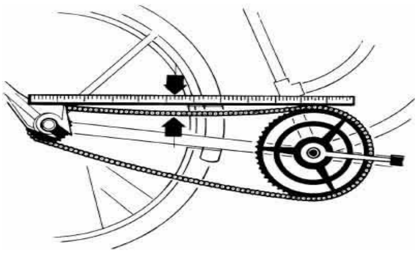
Estabelecendo relações

Antes da invenção da roda dentada e da transmissão por corrente, toda transferência de movimento nas bicicletas era feita por um pedal acoplado diretamente à roda dianteira. Isso significa que, a bicicleta avançava o equivalente ao comprimento da roda dianteira.

Se quisermos estudar matematicamente esse movimento, podemos estabelecer uma relação entre as duas grandezas envolvidas: a distância percorrida pela bicicleta em função do número de pedaladas executadas pelo ciclista.

Responda :

1) Observem o esquema que representa o sistema de transmissão por corrente:



a) Para cada giro completo da roda de 36 dentes, quantos giros completos dará a roda de 18 dentes?

b) Chamando de P o número de pedaladas completas e de G o número de giros completos da roda traseira da bicicleta analisada, estabeleçam uma relação entre P e G.

c) Para 45 pedaladas completas, quantos giros completos dará a roda traseira?

d) Determinem o valo de P para G = 78.

2) Observem a tabela a seguir e resolvam as questões.

Número de pedaladas (P)	Número de giros da roda de 18 dentes (G)	Distância percorrida pela bicicleta (D)
1	2	3,14
2		
3		
4		
5		

a) Complete a tabela para P igual a 2, 3, 4 e 5.

b) Analisando a tabela obtida no item anterior, estabeleçam uma relação entre a distância D percorrida pela bicicleta e o número P de pedaladas completas.

c) Observe que quando construímos a tabela, criamos um conjunto que representa o número de pedaladas, giros e distâncias. Faça um diagrama para cada grandeza: pedaladas (P), giros (G) e distâncias(D) com os valores e a ordem de acordo com a tabela.

d) Agora, relacione abaixo as grandezas representadas nos diagramas, utilizando setas:

- pedaladas e giros; e
- pedaladas e distâncias.

e) Crie um conjunto formado pelos pares relacionados.

3) Um dos conceitos mais utilizados em matemática é o de função e está muito presente no nosso dia-a-dia, ajudando a entender melhor o mundo que nos cerca.

Veja uma situação em que utilizamos função:

O preço de um armário é calculado de acordo com a área que ele cobre. Observe a tabela e responda:

Área (m^2)	1	2	3	4	5
Preço (reais)	120,00	240,00			

a) Quais são as variáveis apresentadas nesse problema?

b) Complete a tabela para área igual a 3, 4 e 5.

c) Analisando a tabela obtida no item anterior, estabeleça uma relação entre a área o preço do armário.

d) Observe que quando construímos a tabela, criamos um conjunto que representa a área e o preço do armário. Faça um diagrama para cada grandeza (A) e (P) com os valores e a ordem de acordo com a tabela.

e) Agora, relacione abaixo as grandezas representadas nos diagramas, utilizando setas:

f) Crie um conjunto formado pelos pares relacionados.

Aula 2: A definição matemática de Função

Pré-requisitos: Noções de conjuntos, relação entre elementos e conjuntos e operações matemáticas existentes na função.

Tempo de Duração: 150 minutos

Recursos Educacionais Utilizados: Livro didático, quadro branco e caneta.

Organização da turma: Individual para apresentação do conteúdo e dupla para realização dos exercícios de fixação.

Objetivos: Reconhecer uma função através da relação entre dois conjuntos, identificar o domínio, a imagem e o contradomínio nas relações entre conjuntos e resolver problemas do cotidiano.

Metodologia adotada: Utilizamos o livro didático com as devidas explicações e em seguida fizemos exercícios.

RELAÇÕES E FUNÇÕES

Produto Cartesiano

Se **A** e **B** são dois conjuntos não-vazios, chamamos de **produto cartesiano de A por B** o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y) tais que x ∈ A e y ∈ B.

$$AxB = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$$

Plano Cartesiano

O produto cartesiano entre dois conjuntos não-vazios pode ser representado no **plano cartesiano** associando-se cada par ordenado a um ponto desse plano.

Na representação do produto A x B, o conjunto **A** é disposto no eixo das **abscissas** e o **B**, no das **ordenadas**.

Relação

Se **A** e **B** são dois conjuntos não-vazios, denominamos relação de A em B todo subconjunto de A x B.

$$R: A \rightarrow B$$

Esses subconjuntos de A x B são relações de A em B, que podem ser expressas por leis de formação de pares ordenados.

Observação: Todas as definições serão seguidas de exemplos e explicações.

Função

Função é uma lei ou regra que associa cada elemento de um conjunto **A** a um único elemento de um conjunto **B**. O conjunto **A** é chamado de **domínio da função**, enquanto que o conjunto **B** é denominado de **contradomínio da função**.

Com essa definição podemos dizer que função é um tipo de dependência, um valor depende do outro, matematicamente podemos dizer que função é uma relação de dois valores, por exemplo: **f(x) = y**, sendo que **x** e **y** são valores, onde **x é o domínio da função** (a função está dependendo dele) e **y é um valor que depende do valor de x sendo a imagem da função**.

Domínio, Contradomínio e imagem de uma função

O conjunto **A** é chamado de **domínio** (D) e o **B**, de **contradomínio** (CD). O conjunto formado pelos correspondentes de A em B é a **imagem** (Im).

Em uma relação $R: A \rightarrow B$, o **domínio** é o conjunto formado pelos primeiros elementos dos seus pares ordenados e a **imagem** o conjunto formado pelos segundos elementos desses pares.

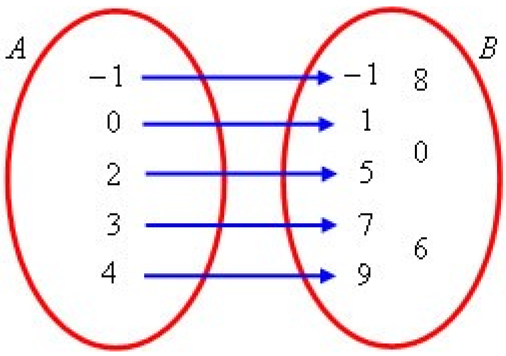
Para determinar o domínio de uma função de variável real devemos considerar a condição de existência da função.

Exemplos:

1) Ao abastecer o veículo no posto de combustíveis, o valor a ser pago depende da quantidade de litros colocados no tanque. Dessa forma, observamos que o preço a ser pago está em função da quantidade de litros, sendo, portanto, um exemplo de função presente no cotidiano.

Vamos através de diagramas de flechas, demonstrar esses três elementos pertencentes ao estudo das funções.

Os elementos do conjunto A serão relacionados com os elementos do conjunto B através de uma lei de formação. Observe:



O conjunto A é formado pelos elementos {–1, 0, 2, 3, 4} e o conjunto B pelos elementos {–1, 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9}. Observe que os elementos do conjunto A se relacionam com os elementos de B segundo a função de A → B (função de A em B) pela lei de formação f(x) = 2x + 1. Observe:

f(–1) = 2 * (–1) + 1 = –2 + 1 = –1

f(0) = 2 * 0 + 1 = 0 + 1 = 1

f(2) = 2 * 2 + 1 = 4 + 1 = 5

f(3) = 2 * 3 + 1 = 6 + 1 = 7

f(4) = 2 * 4 + 1 = 8 + 1 = 9

Nessa relação, temos que o domínio é dado pelo conjunto A, o contradomínio representado pelo conjunto B e a imagem pelos elementos de B que possuem relação com os elementos do conjunto A.

Domínio: {–1, 0, 2, 3, 4}

Contradomínio: {–1, 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9}

Imagem: {–1, 1, 5, 7, 9}

Na seguinte situação, relacionaremos o conjunto A com o conjunto B, obedecendo a uma nova lei de formação, dada por $f(x) = x^2 - 2$. Observe os cálculos que determinarão o conjunto imagem dos elementos de A.

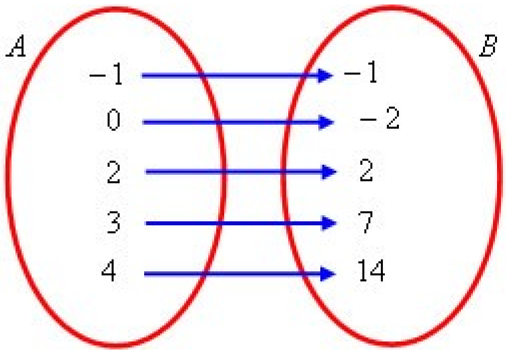
$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

$f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$

$f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$f(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

$f(4) = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$



Domínio: {–1, 0, 2, 3, 4}

Contradomínio: {–2, –1, 2, 7, 14}

Imagem: {–2, –1, 2, 7, 14}

Em algumas situações o contradomínio e a imagem são iguais, isto é, possuem os mesmos elementos.

Na seguinte relação, a lei de formação será dada por $f(x) = x^3$, o conjunto A será formado pelos elementos {–2, –1, 0, 1, 2, 3}. Vamos determinar o conjunto B imagem desse domínio representado pelo conjunto A.

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

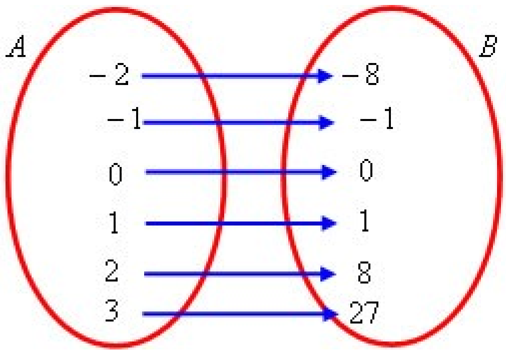
$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = 0^3 = 0$

$f(1) = 1^3 = 1$

f(2) = 2^3 = 8

f(3) = 3^3 = 27



Domínio: {–2, –1, 0, 1, 2, 3}

Contradomínio: {–8, –1, 0, 1, 8, 27}

Imagem: {–8, –1, 0, 1, 8, 27}

2)O preço do litro da gasolina em um posto é R$ 2,50.

Litros	Valor a pagar
1	R$ 2,50
2	R$ 5,00
3	R$ 7,50
4	R$ 10,00
5	R$ 12,50
10	R$ 25,00
15	R$ 37,50
20	R$ 50,00
………..	……………

O total a pagar depende da quantidade de gasolina abastecida. Podemos estabelecer uma relação entre a quantidade de litros de gasolina e o valor a ser pago:

f(x): preço a pagar (varia de acordo com a quantidade de litros abastecidos)

x: litros (variável)

y: preço do litro (valor pré-fixado)

Temos que a lei de formação da função é: f(x) = 2,50x

3)Um taxista cobra um valor fixo de R$ 4,20 mais R$ 0,30 por quilômetro rodado. Escreva a função que determina o valor de uma corrida e qual o valor que uma pessoa irá pagar por ter usado os serviços do taxista após rodar 20 km.

Função: f(x) = 0,30x + 4,20 (onde x: km rodados e R$ 4,20 valor fixo)

f(x) = 0,30x + 4,20

f(20) = 0,30 * 20 + 4,20

f(20) = 6 + 4,20

f(20) = 10,20

A pessoa irá pagar R$ 10,20 pelo serviço prestado.

4)Carlos é um técnico em eletrônica e presta serviços autônomos. Por uma visita ele cobra R$ 40,00 mais R$ 5,00 por hora de trabalho. Quanto Carlos irá cobrar por um trabalho que demorou 9 horas?

Função: f(x) = 5x + 40

f(x) = 5x + 40

f(9) = 5 * 9 + 40

f(9) = 45 + 40

f(9) = 85

Carlos irá cobrar R$ 85,00.

5) Para produzir um determinado produto, uma indústria tem um custo fixo de R$ 32,00 mais R$ 1,50 por peça produzida. Qual o custo de produção de 500 peças?

Função: f(x) = 1,5x + 32

f(500) = 1,5 * 500 + 32

f(500) = 750 + 32

f(500) = 782

O custo para a produção de 500 peças será de R2,00.

Aula 3: Zero de uma Função

Pré-requisitos: Resolver equações e operações matemáticas para resolver expressões numéricas;

Tempo de Duração: 100 minutos

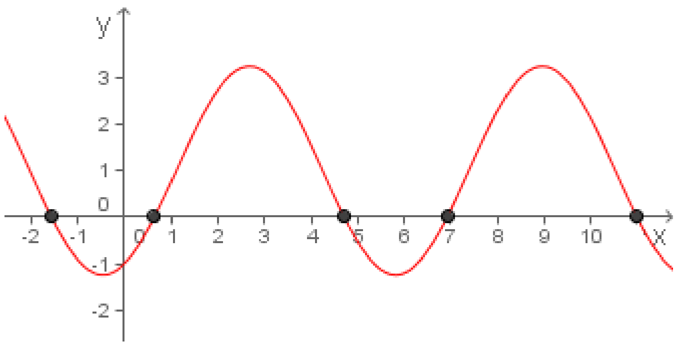
Recursos Educacionais Utilizados: Livro didático, quadro branco e caneta.

Organização da turma: Individual

Objetivos: Determinar a raiz de uma função através da resolução de uma equação igual a zero e associar o zero de uma função ao ponto sobre o eixo das abscissas.

Metodologia adotada: Utilizamos o livro didático com exemplos e as devidas explicações.

Zeros ou Raízes de uma Função



Olhe o gráfico da função acima e perceba que alguns dos seus pontos estão localizados sobre o eixo das abscissas.

A abscissa de cada um destes pontos é denominada zero da função ou raiz da função.

Todo elemento do domínio da função que tem como imagem o elemento 0, é uma raiz da função.

Os elementos do domínio que anulam a função são as suas raízes, isto significa dizer que dependendo da função, ela pode não possuir raízes reais, pois pode não existir no seu domínio nenhum elemento que a anule e sendo assim o seu gráfico nunca intercepta o eixo x, assim como também pode possuir infinitas raízes reais, pois o seu gráfico intercepta o eixo x infinitas vezes, já que podem existir infinitos elementos do seu domínio que tornem a função nula.

Podemos estabelecer uma formação geral para o cálculo da raiz de uma função do 1º grau, basta criar uma generalização com base na própria lei de formação da função, considerando y = 0 e isolando o valor de x (raiz da função). Veja:

$y = ax + b$

$y = 0$

$ax + b = 0$

$ax = –b$

$x = –b/a$

Portanto, para calcularmos a raiz de uma função do 1º grau, basta utilizar a expressão

$$\mathbf{x = –b/a.}$$

Exemplos:

1)Calcule a raiz da função $y = 2x – 9$, esse é o momento em que a reta da função intersecta o eixo x.

Resolução:

$x = –b/a$

$x = –(–9)/2$

$x = 9/2$

$x = 4,5$

2)Dada a função $f(x) = –6x + 12$, determine a raiz dessa função.

Resolução

$x = –b/a$

$x = –12 / –6$

$x = 2$

Aula 4: Calculo do IMC - Usando tabelas e gráficos.

Pré- requisitos: Construir tabelas, resolver expressões numéricas e localizar os pontos no plano cartesiano.

Tempo de duração: 150 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Papel milimetrado, balança, fita métrica, lápis e caneta

Organização da turma: Turma organizada em grupo de 4 pessoas para ocorrer a interação entre os alunos e o trabalho colaborativo.

Objetivos: Mostrar ao aluno que as tabelas e os gráficos são usados em várias situações.

Metodologia adotada: Propor ao aluno fazer a medição dos pesos e alturas e em seguida calcular o IMC, recorrendo à fórmula abaixo, para depois fazer a representação em papel milimetrado das anotações dos dados e em seguida a construção de gráficos.

O **IMC** (Índice de Massa Corpórea) é reconhecido pela OMS como a principal referência para classificação das diferentes faixas de peso. Mas, atenção: não deve ser o único parâmetro para definir os riscos relacionados à obesidade. Outros fatores, como circunferência abdominal e taxa de colesterol, também são muito importantes. Procure orientação médica para saber a melhor forma de se manter no peso ideal.

Como Calcular o meu IMC?

O **cálculo do IMC** é feito dividindo o *peso* (em quilogramas) pela *altura* (em metros) ao quadrado.

É simples **calcular** o seu **IMC**.

Por exemplo, se o seu *peso* é 80kg e a sua *altura* é 1,80m, a *fórmula* para **calcular** o **IMC** ficará:

IMC = $80 \div 1{,}80^2$

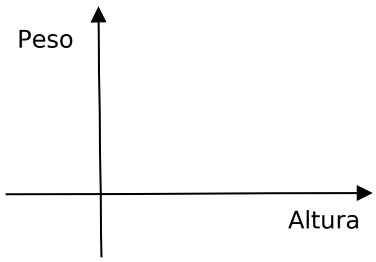
IMC = $80 \div 3{,}24$

IMC = 24,6

Atividade 1

Todos os alunos do grupo medem seu peso e sua altura e faz a anotação em uma tabela para em seguida representá-las em um plano cartesiano com as referentes medidas.

	Peso (em kg)	Altura (em metros)
Aluno 1		
Aluno 2		



Atividade 2

Agora o aluno vai fazer o calculo do IMC : $\frac{PESO}{(ALTURA)^2}$

Atividade 3

Construir dois planos cartesianos com os dados IMC (eixo das ordenadas) e peso (eixo das abscissas) e IMC e altura.

Responda: Porque o IMC deve estar no eixo das ordenadas?

Aula 5: Representação Gráfica de uma Função

Pré- requisitos: Construir tabelas, resolver expressões numéricas e localizar os pontos no plano cartesiano.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Livro didático, caderno e caneta

Organização da turma: Individual.

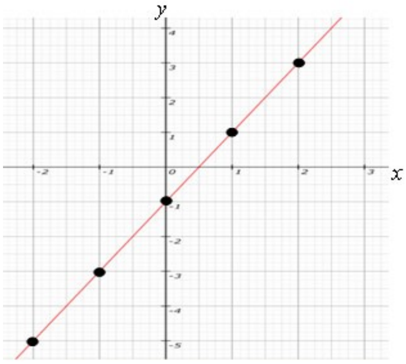
Objetivos: Construir gráfico de funções.

Metodologia adotada: Leitura do livro didático e realização das atividades propostas pelo livro.

Exemplo 1 : Vamos determinar o gráfico da função real dada pela seguinte lei de formação: $y = f(x) = 2x - 1$.

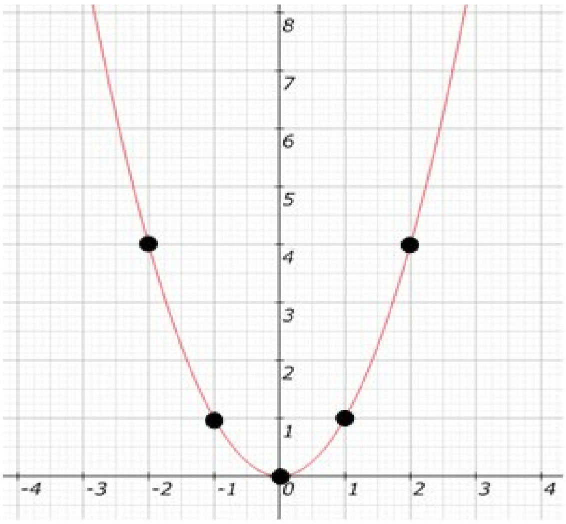
x	$y = 2x - 1$	(x,y)

-2	**y = 2*(–2) – 1 → y = –4 –1 → y = –5**	*(-2,-5)*
-1	**y = 2*(–1) –1 → y = –2 – 1 → y = –3**	*(-1,-3)*
0	**y = 2 * 0 – 1 → y = –1**	*(0,-1)*
1	**y = 2 * 1 – 1 → y = 2 – 1 → y = 1**	*(1,1)*
2	**y = 2 * 2 – 1 → y = 4 – 1 → y = 3**	*(2,3)*



Exemplo 2: Determinar o gráfico da função real dada por $y = f(x) = x^2$.

x	**$y = x^2$**	**(x,y)**
-2	**$y = (-2)^2 = 4$**	**(-2,4)**
-1	**$y = (-1)^2 = 1$**	**(-1,1)**
0	**$y = (0)^2 = 0$**	**(0,0)**
1	**$y = (1)^2 = 1$**	**(1,1)**
2	**$y = (2)^2 = 4$**	**(2,4)**



3. Avaliação:

Acredito que uma boa avaliação, depende também, da observação, dos alunos que têm dificuldades com a matemática e com isso fazer modificações na metodologia, caso seja necessário.

Durante a aplicação desse Plano de Trabalho, percebi que os alunos participavam e se interessavam mais, quando trabalhávamos em coletividade, então, sempre que possível, dava liberdade para essa interação.

Trabalhamos questões do cotidiano, o qual ajudou muito no aprendizado do aluno, tornando as aulas interessantes e motivadoras.

Fizemos duas avaliações: Um trabalho em dupla valendo 2,0 pontos e uma avaliação individual no valor de 8,0 pontos, assim ao final desse assunto o aluno poderá ter sua nota de 0 a 10 pontos.

Avaliação individual sobre Estudo das Funções

C.E STELLA MATUTINA

Avaliação Bimestral

Aluno (a)____N°___ Turma:___________

Professora: Rosane Taranto Disciplina: Matemática

1° Bimestre – Data: ____/ 04 /2013 – Nota:______ Grupo: A

1) A função n: A R, definida por $n(t) = 6t + t^2$, expressa o número de colônias de bactérias em uma placa, onde n é o número de colônias, t é o tempo em horas e A = { 1,2,3,4,5} tem seus elementos representando os instantes em que as colônias foram contadas. Com esses dados, determine:

a) O número de colônias para t = 3h; e   b) O conjunto imagem (Im(n)).

2) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola.

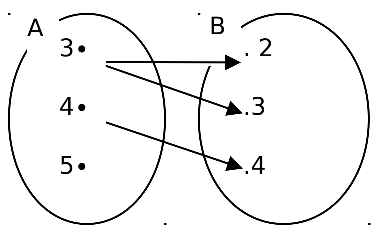
Banco S.A	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	Vencimento 05/02/2013
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/ cód. Cedente
Data do documento 30/01/2013	Nosso número
Uso o Banco	(*)Valor do documento R$ 500,00
Instruções	(-) Descontos
OBSERVAÇÃO: NO CASO DE PAGAMENTO EM ATRASO,	(-) outras deduções
COBRAR MULTA DE R$ 10,00 MAIS 40 CENTAVOS POR DIA	(*) mora multa
DE ATRASO	(*) outros acréscimos
	(*) valor cobrado

Temos que M(x) é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, e x é o número de dias em atraso. Determine a função que oferece o valor do boleto para pagamento com atraso, e calcule o valor de uma mensalidade com 12 dias de atraso.

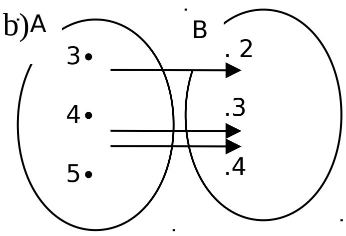
3) Construa o gráfico da função f(x) = 2x – 3.

4) Verifique quais dos diagramas representam função de A = {3,4,5} em B = {2,3,4}. Justifique sua resposta.

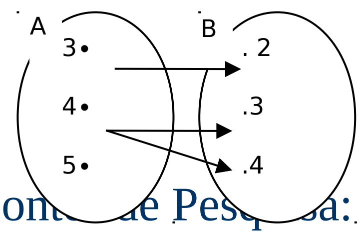
a)



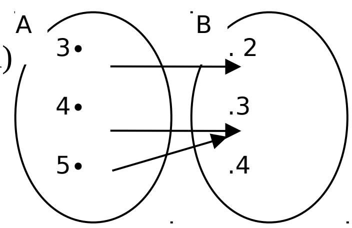
b)



c)



d)



4. Fontes de Pesquisa:

CONEXÕES COM A MATEMÁTICA, VOLUME 3/ BARROSO, Juliane Matsubara - 1ª edição – São Paulo: Moderna 2010.

Curso de Formação Continuada oferecido por CECIERJ referente ao 1° ano do Ensino Médio - 1° Bimestre / 2013.

Endereços eletrônicos acessados de 20/03/2013 a 01/04/2013:
http://waldexifba.wordpress.com/material-de-apoio/ensino-medio
http://www.brasilescola.com/matematica/