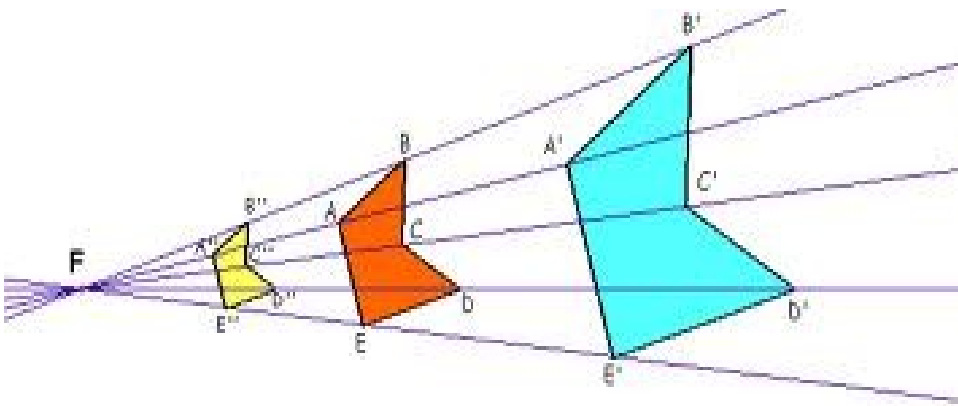
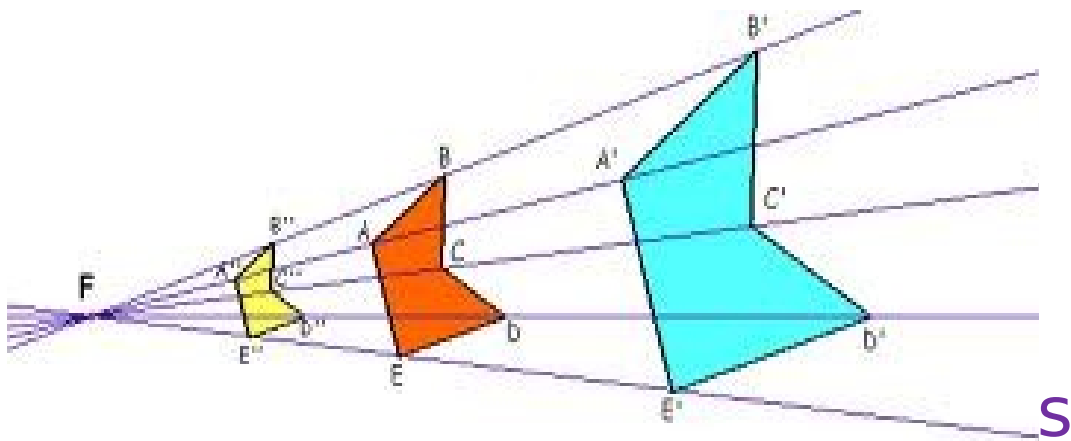


FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATÉRIA



FUNDAÇÃO CI

Mat



Ass

S

Cu
Onof
T

Junior

S u m á r i o

Introdução	03
Desenvolvimento.....	04
Anexos	17
Avaliação.....	22
Referências Bibliográficas.....	23

PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE

MATRÍCULA: 0914411-4

SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

TUTOR(A): EMÍLIO RUBEM BATISTA JUNIOR

GRUPO: 2

PLANO DE TRABALHO SOBRE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS

Derli Aleixo Carvalho Onofre
donofre@prof.educacao.rj.gov.br

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho foi elaborado com o objetivo de mostrar aos alunos os conceitos básicos sobre semelhança de polígonos. Pretendo que essa abordagem motive os alunos a buscarem ferramentas de cálculo para resolver os problemas práticos propostos, despertando o interesse em aprender formas rápidas de encontrarem o resultado.

A tônica desta aula é ajudar o aluno a construir, desenvolver e aplicar ideias e conceitos sobre semelhança, buscando relacionar a aplicação dos conceitos na resolução de problemas e diversas situações vivenciadas no seu dia a dia.

Espero com esse trabalho levar o aluno a visualizar de forma agradável o conteúdo proposto e compreender a necessidade de aprender tal conteúdo que está mais presente no nosso cotidiano do que se imagina.

O conceito de semelhança será explorado a partir de figuras ampliadas ou reduzidas em malha quadriculada e pelo método da homotetia. Será produzida atividades interativas com a finalidade de relacionar conceitos geométricos, como o de semelhança, tão importante para a assimilação de conhecimento matemático.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1 – Semelhança de Polígonos

HABILIDADE RELACIONADA:

H02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos, razão e operações com números racionais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (2 horas/aulas)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Cartaz, Lápis, borracha, folha de atividades, datashow e notebook.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas ou em trios propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVOS: Construir o conceito de semelhança; Verificar a semelhança entre polígonos através de comparação de suas medidas.

METODOLOGIA ADOTADA:

Apresentar um cartaz com imagens, onde os alunos deverão analisar e tirar suas conclusões e depois classificar ou agrupar as figuras dizendo se estas são semelhantes ou não.



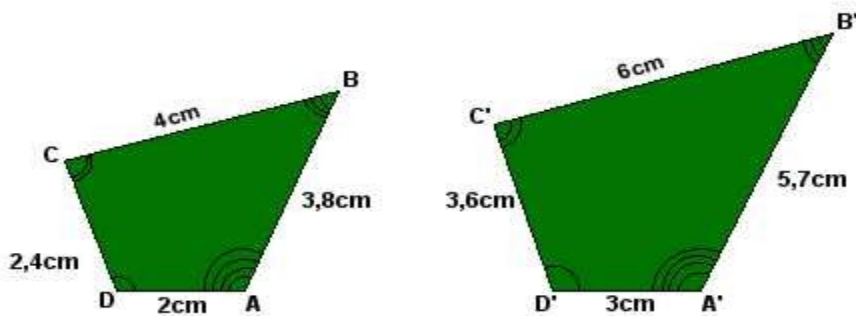
Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=56>

Neste momento, é importante diferenciar o termo “parecido” de “semelhante”, como se percebe nas imagens do fusca e das borboletas, mesmo em posições diferentes (rotação) se mantêm semelhantes. Os cilindros, não possuem dimensões proporcionais. Já as garrafas de coca-cola não são semelhantes, pois o gargalo de ambas possuem as mesmas dimensões. No caso dos trevos, as transformações empregadas não preservaram a proporcionalidade, portanto não são semelhantes.

Apresentar um video do youtube disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=qlV7dOlZvUk>

Semelhança de polígonos

Considere os polígonos ABCD e A'B'C'D', nas figuras:



Fonte: <http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/semelhanca-de-poligonos/semelhanca-de-poligonos.php>

Observe que o polígono A'B'C'D' é uma ampliação do polígono ABCD, logo os lados correspondentes (ou homólogos) são proporcionais:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} \quad \text{ou} \quad \frac{3,8}{5,7} = \frac{4}{6} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$$

Podemos concluir que os polígonos ABCD e A'B'C'D' são semelhantes e indicamos: $ABCD \sim A'B'D'C'$ (lê-se "polígonos ABCD é semelhante ao polígono A'B'D'C' ")

Ou seja:

Dois polígonos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

A razão entre dois lados correspondentes em polígonos semelhantes denomina-se razão de semelhança, ou seja:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} = k \text{ (razão de semelhança)}$$

A razão de semelhança dos polígonos considerados é $k = \frac{2}{3}$.

Obs: A definição de polígonos semelhantes só é válida quando ambas as condições são satisfeitas: Ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais. Apenas uma das condições não é suficiente para indicar a semelhança entre polígonos.

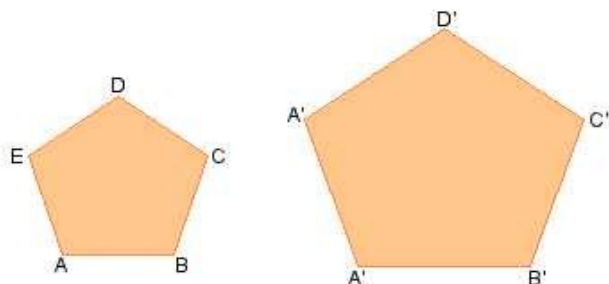
Propriedades

Se dois polígonos são semelhantes, então a razão entre seus perímetros é igual à razão entre as medidas de dois lados homólogos quaisquer dos polígonos.

Demonstração:

Seja $ABCD \sim A'B'C'D'$, temos que:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'}$$



Fonte: <http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/semelhanca-de-poligonos/semelhanca-de-poligonos.php>

Os perímetros desses polígonos podem ser assim representados:

Perímetro de ABCDE ($2p$) = $AB + BC + CD + DE + EA$

Perímetro de $A'B'C'D'E'$ ($2p'$) = $A'B' + B'C' + C'D' + D'E' + E'A'$

Por uma propriedade das proporções, podemos afirmar que:

$$\frac{AB + BC + CD + DE + EA}{A'B' + B'C' + C'D' + D'E' + E'A'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'}$$

ou

$$\frac{2p}{2p'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'}$$

Exemplo:

Os lados de um triângulo medem 3,6 cm, 6,4 cm e 8 cm. Esse triângulo é semelhante a outro cujo perímetro mede 45 cm. Calcule os lados do segundo triângulo.

Solução

Razão de semelhança = $\frac{2p}{2p'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{3,6 + 6,4 + 8}{45} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} = \frac{3,6}{A'B'} \Rightarrow A'B' = \frac{5 \cdot 3,6}{2} = 9 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6,4}{B'C'} \Rightarrow B'C' = \frac{5 \cdot 6,4}{2} = 16 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{C'D'} \Rightarrow C'D' = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20 \text{ cm}$$

Logo, os lados do segundo triângulo são 9 cm, 16 cm e 20 cm.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES - Anexo I

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem.

Nesta atividade foram avaliados os descritores: D02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

D61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

ATIVIDADE 2 – Ampliação ou redução de figuras

prevista: 100 minutos. .**Área de conhecimento:** Matemática. .**Assunto:** Semelhança de Polígonos. .**Objetivos:** Construir o conceito de homotetia e concluir que figuras homotéticas são semelhantes. .**Pré-requisitos:** Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão. .**Material necessário:** Folha de atividades, lápis e computador com software de Geometria Dinâmica Geogebra. .**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo. .**Descritores associados:**

HABILIDADE RELACIONADA:

H02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H17 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou que não se alteram.

H61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (4 horas/aulas)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Lápis, borracha, folha quadriculada, folha de atividades, régua, datashow e notebook.

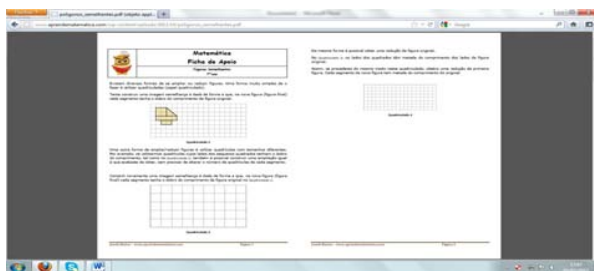
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas ou em trios propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVOS: Construir o conceito de homotetia e concluir que figuras homotéticas são semelhantes.

METODOLOGIA ADOTADA:

Existem diversas formas de se ampliar ou reduzir figuras. Uma forma muito simples de fazê-lo é utilizar quadriculadas (papel quadriculado).

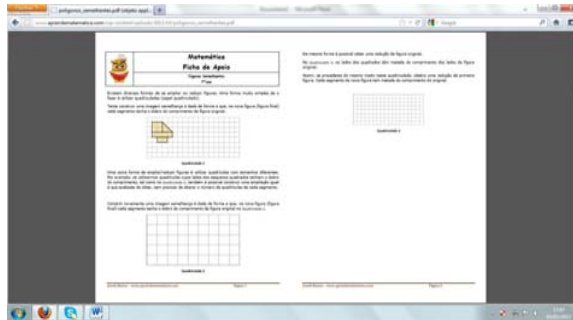
Distribuir papel quadriculado com a figura e pedir aos alunos para construir uma imagem semelhante à dada de forma a que, na nova figura (figura final) cada segmento tenha o dobro do comprimento da figura original.(quadriculado 1)



Quadriculado 1

Uma outra forma de ampliar/reduzir figuras é utilizar quadrículas com tamanhos diferentes. Por exemplo, se utilizarmos quadrículas cujos lados dos pequenos quadrados tenham o dobro do comprimento, tal como no Quadriculado 2, também é possível construir uma ampliação igual à que acabaste de obter, sem precisar de alterar o número de quadrículas de cada segmento.

Construir novamente uma imagem semelhante à dada de forma a que, na nova figura (figura final) cada segmento tenha o dobro do comprimento da figura original no Quadriculado 2.

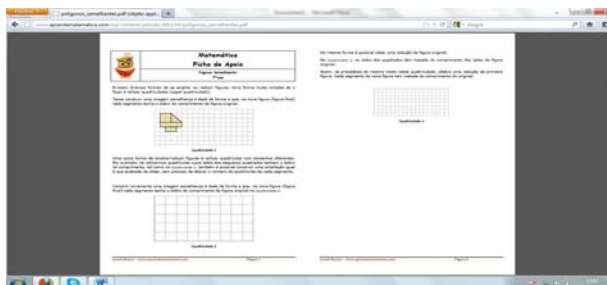


Quadriculado 2

Da mesma forma é possível obter uma redução da figura original. No Quadriculado 3, os lados dos quadrados têm metade do comprimento dos lados da figura original.

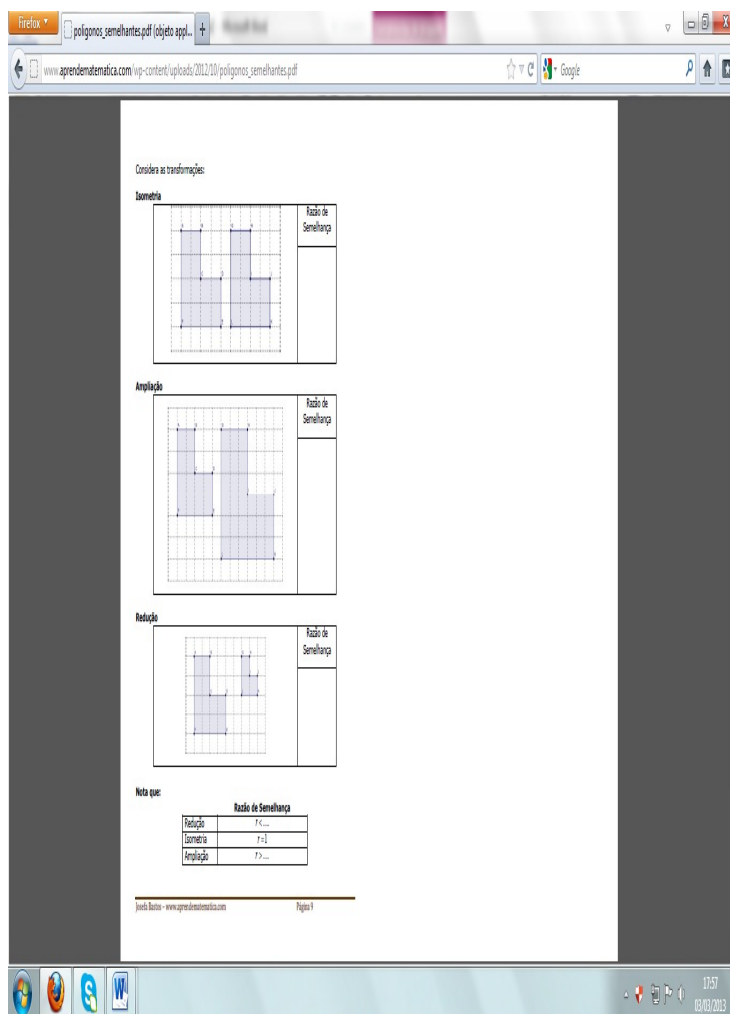
Assim, se procederes do mesmo modo neste quadriculado, obténs uma redução da primeira figura.

Construir agora, cada segmento da nova figura com a metade do comprimento do original.



Quadriculado 3

Considerando as transformações:



FONTE: http://www.aprendematematica.com/wp-content/uploads/2012/10/poligonos_semelhantes.pdf

Nota que:

Razão de semelhança

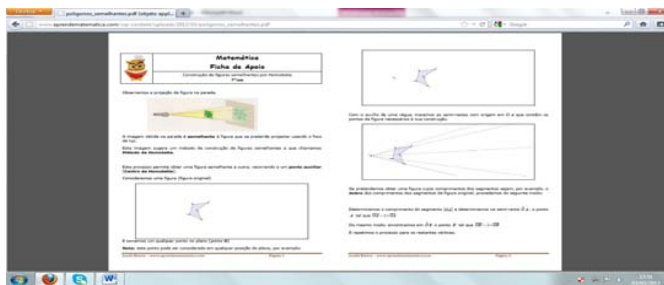
Redução	$r < 1$
Isometria	$r = 1$
Ampliação	$r > 1$

Podemos também fazer reduções ou ampliações usando o método da **Homotetia**.

Apresentação no powerpoint, disponível em:

www.educacional.com.br/upload/.../homotetia10112010132427.pp

Observemos a projeção da figura na parede.

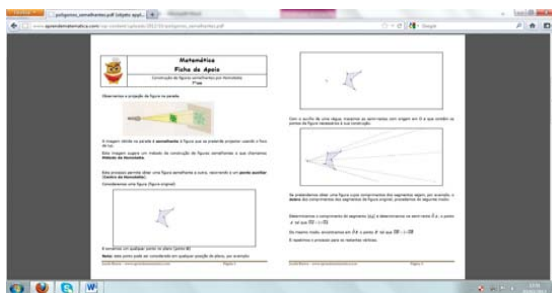


Fonte: http://www.aprendematematica.com/wp-content/uploads/2012/10/poligonos_semelhantes.pdf

A imagem obtida na parede é semelhante à figura que se pretende projetar usando o foco de luz. Esta imagem sugere um método de construção de figuras semelhantes a que chamamos Método da Homotetia.

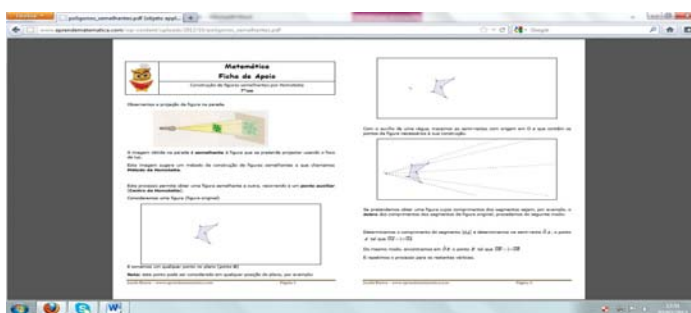
Este processo permite obter uma figura semelhante à outra, recorrendo a um ponto auxiliar (Centro da Homotetia).

Consideremos uma figura (figura original)

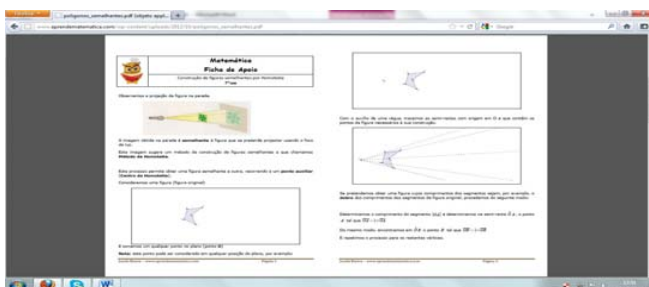


E tomemos um qualquer ponto no plano (ponto O)

Nota: este ponto pode ser considerado em qualquer posição do plano, por exemplo:



Com o auxílio de uma régua, tracemos as semirretas com origem em O e que contêm os pontos da figura necessários à sua construção.



Pretenderam-se obter uma figura cujos comprimentos dos segmentos sejam, por exemplo, o **dobro** dos comprimentos dos segmentos da figura original. Procedemos do seguinte modo:

Determinamos o comprimento do segmento $[OA]$ e determinamos na semirreta AO , o ponto A' tal que $OA' = 2 \cdot OA$

Do mesmo modo, encontramos em BO o ponto B' tal que $OB' = 2 \cdot OB$

E repetimos o processo para os restantes vértices.

EXERCÍCIOS: anexo II

Os descritores avaliados foram: D02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

D17 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou que não se alteram.

D61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

ATIVIDADE 3 – Aplicação prática da semelhança de triângulos

HABILIDADE RELACIONADA:

H02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Conceito de medidas e operações com números racionais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (4 horas/aulas)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Lápis, borracha, folha de atividades e régua.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas ou em trios propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVO: Identificar os princípios fundamentais da razão e proporção na resolução de problemas.

METODOLOGIA ADOTADA:

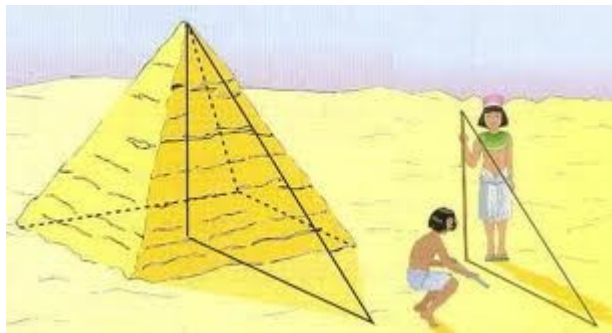
Você sabia que...

... a semelhança de triângulos resolve muitas situações de nosso cotidiano?

A semelhança de triângulos e a determinação da altura da pirâmide Quéops

Quando o sábio [Tales de Mileto](#), cerca de seiscentos anos antes do nascimento de Cristo, se encontrava no Egito, foi-lhe pedido por um mensageiro do faraó, em nome do soberano, que calculasse a altura da pirâmide de Quéops: corria a voz de que o sábio sabia medir a altura de construções elevadas por arte geométrica, sem ter de subir a elas. Tales apoiou-se a uma vara, esperou até ao momento em que, a meio da manhã, a sombra da vara, estando esta na vertical, tivesse um comprimento igual ao da própria vara. Disse então ao mensageiro:

“Vá, mede depressa a sombra: o seu comprimento é igual à altura da pirâmide”.



Fonte: <http://matemativerso.wordpress.com/2010/01/18/a-semelhanca-de-triangulos-e-a-determinacao-da-altura-da-piramide-queops/>

Para ser rigoroso, Tales deveria ter dito para adicionar à sombra da pirâmide metade do lado da base desta, porque a pirâmide tem uma base larga, que rouba uma parte da sombra que teria se tivesse a forma de uma estaca direita e fina; pode acontecer que o tenha dito, ainda que a lenda o não refira, talvez para não estragar, com demasiados pormenores técnicos, uma resposta que era bela na sua simplicidade.

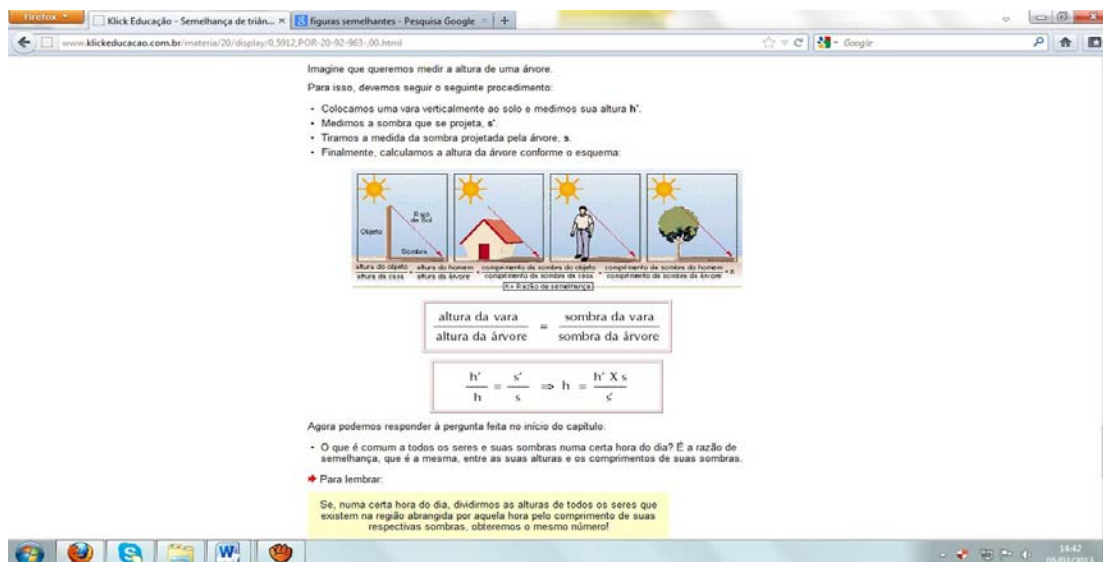
É baseado nessa situação que é possível determinar a medida de postes, casas, prédios, árvores, etc., com base nas medidas de suas respectivas sombras.

Aplicação prática da semelhança de triângulos

Imagine que queremos medir a altura de uma árvore.

Para isso, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Colocamos uma vara verticalmente ao solo e medimos sua altura h' .
- Medimos a sombra que se projeta, s' .
- Tiramos a medida da sombra projetada pela árvore, s .
- Finalmente, calculamos a altura da árvore conforme o esquema:



Fonte: <http://www.klickeducacao.com.br/materia/20/display/0,5912,POR-20-92-963-.00.html>

- Para lembrar:

Se, numa certa hora do dia, dividirmos as alturas de todos os seres que existem na região abrangida por aquela hora pelo comprimento de suas respectivas sombras, obteremos o mesmo número!

Isso acontece porque todos os triângulos que se formam tendo como lados a altura do objeto, o comprimento de sua sombra e a parte do raio de sol, compreendida entre as extremidades do objeto e de sua sombra, são semelhantes entre si.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Anexo III

Os descritores avaliados foram: D02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

D61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

ANEXOS:

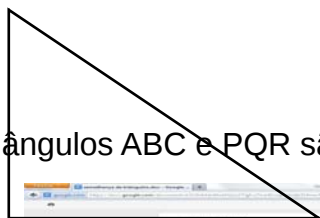
ANEXO I

1. A maquete de um edifício tem 50 cm de altura e o edifício tem 40 m de altura. Sabendo que as janelas dos apartamentos tem 2 m de largura, qual é a largura das janelas do edifício?



Fonte: imagem do google

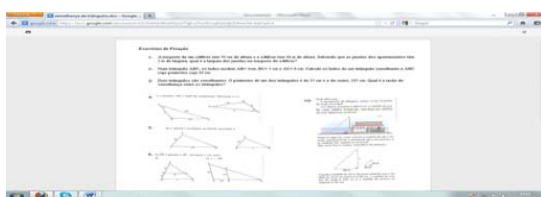
2. Num triângulo ABC, os lados medem $AB = 4$ cm; $BC = 5$ cm e $AC = 6$ cm. Calcule os lados de um triângulo semelhante a ABC cujo perímetro seja 20 cm.



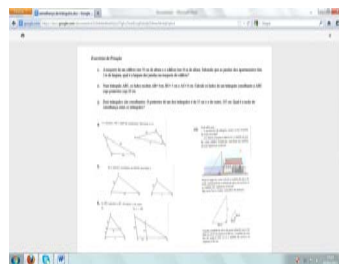
3. Os triângulos ABC e PQR são semelhantes. Determine os valores de x e y.



4. Se o triângulo KLM é semelhante ao triângulo FGH, determine o valor de x:



5. Se o lado DE é paralelo ao lado BC, determine o valor de x:



ANEXO II

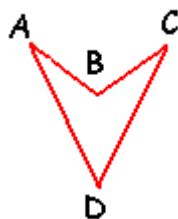
COLÉGIO ESTADUAL NICOLÃO BASTOS FILHO

PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE

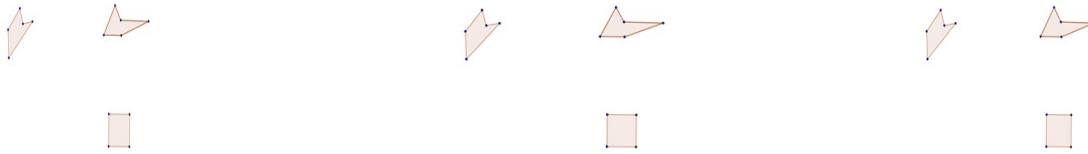
SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

ALUNO:

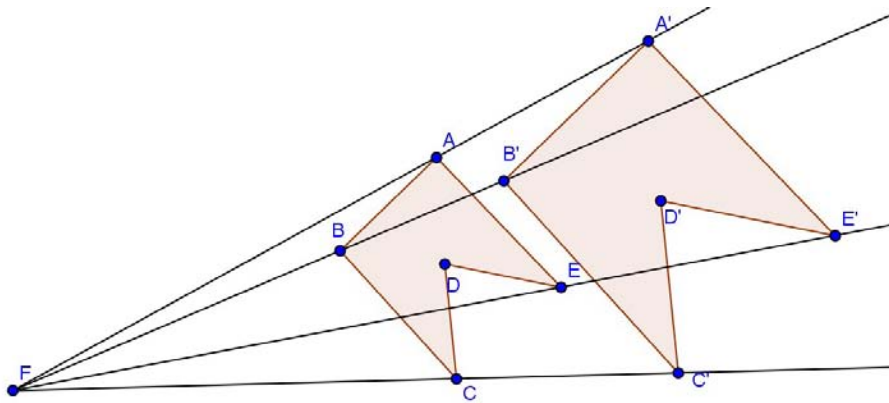
1. Faça uma ampliação, por homotetia, considerando $k = 2$



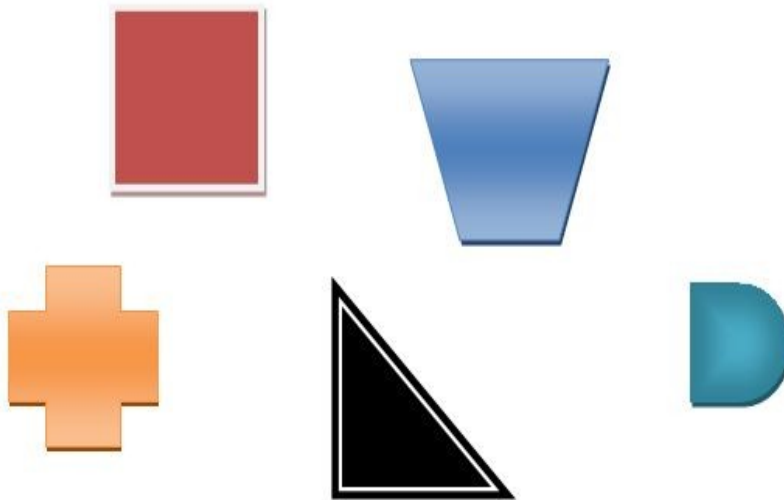
2. Faça a ampliação das figuras abaixo, por homotetia, considerando $k = 3$



3. Construa a redução da figura, por homotetia, considerando $k = \frac{1}{2}$



4. Em cada figura, determinar o centro de homotetia e uma razão direta e representar graficamente as figuras homotéticas de cada uma. Opções de razão: $k = 3$, $k = 2$ e $k = 4$



ANEXO III

COLÉGIO ESTADUAL NICOLÃO BASTOS FILHO

PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE

SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

ALUNO:

1. Dois triângulos equiláteros são semelhantes? Por quê?
2. Dois triângulos isósceles quaisquer são semelhantes? Por quê?
3. Calcular a altura da torre de uma igreja que projeta uma sombra de 18 metros de comprimento se, no mesmo instante, uma vara de 1,5 metro produz uma sombra de 2,5 metros.
4. Se uma haste de um metro projeta uma sombra de 1,5 metro, qual será o comprimento de uma árvore com uma sombra de 4,5 metros no mesmo instante?
5. Em certo momento, a sombra projetada por uma torre tem 24 metros e a sombra projetada por uma pessoa tem 80 centímetros. Qual é a altura da torre se a pessoa tem 1,85 metro?
6. Se uma haste de um metro projeta uma sombra de 2 metros, qual será a altura de um poste de iluminação que no mesmo instante tem uma sombra de 15 metros?

AVALIAÇÃO

No decorrer das atividades foram analisados a interação, a participação e o envolvimento dos alunos ao assistirem os vídeos e no desenvolvimento das atividades propostas. Foi feita avaliação individual com pontuação no final de cada conteúdo estudado contendo questões de acordo com os descritores da Matriz de Referência do SAERJ e Saerjinho e Currículo Mínimo, para verificar a aprendizagem e detectar as dificuldades.

Ao final de cada aula foram reservados alguns minutos para que cada aluno fizesse a auto avaliação sobre o assunto estudado naquele dia, onde era avaliado o comportamento, procedimentos de estudo e conteúdos, atribuindo uma nota a si próprio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA, 9º Ano/José RUY GIOVANNI JR, Benedicto CASTRUCCI. – Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 2009.

ROTEIRO DE AÇÃO 2 — Semelhança – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 1º bimestre/2013.

ENSINANDO SEMELHANÇA – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ – Matemática – 9º ano – 1º bimestre – 3º ciclo, disponível em :

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=56>

Endereços eletrônicos acessados de 27/02/2013 a 04/03/2013.

<http://www.klickeducacao.com.br/materia/20/display/0,5912,POR-20-92-963-,00.html>

<http://matemativerso.wordpress.com/2010/01/18/a-semelhanca-de-triangulos-e-a-determinacao-da-altura-da-piramide-queops/>

<http://www.youtube.com/watch?v=qIV7dOIZvUk>

<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/semelhanca-de-poligonos/semelhanca-de-poligonos.php>

http://www.aprendematematica.com/wp-content/uploads/2012/10/poligonos_semelhantes.pdf

<http://educacao.uol.com.br/planos-de-aula/fundamental/matematica-sombra-semelhanca-e-proporcao.htm>