

## Plano de Trabalho – Semelhança de Polígonos.

Professor-cursista: Marília Aparecida de Oliveira Tavares. Grupo: 3  
Tutora: Lilian Rodrigues Zanelli da Costa de Paula.  
Público-Alvo: alunos da turma do 9º Ano do C. E .Bocaina.  
Cidade/bairro: Conceição de Macabu/Bocaina.

### Introdução :

Cerca de seiscentos anos antes do nascimento de Cristo, o sábio Tales de Mileto se encontrava no Egito e foi-lhe pedido por um mensageiro do faraó, em nome do soberano, que calculasse a altura da pirâmide de Quéops: corria a voz de que o sábio sabia medir a altura de construções elevadas por arte geométrica, sem ter de subir a elas. Tales apoiou-se a uma vara, esperou até ao momento em que, ao meio da manhã, a sombra da vara, estando esta na vertical, tivesse um comprimento igual ao da própria vara. Disse então ao mensageiro: “Vá, mede depressa a sombra: o seu comprimento é igual à altura da pirâmide”.

Para ser rigoroso, Tales deveria ter dito para adicionar à sombra da pirâmide metade do lado da base desta, porque a pirâmide tem uma base larga, que rouba uma parte da sombra que teria se tivesse a forma de um pau direito e fino; pode acontecer que o tenha dito, ainda que a lenda o não refira, talvez para não estragar, com demasiados pormenores técnicos, uma resposta que era bela na sua simplicidade. Segundo esta referência histórica, Tales ter-se-ia limitado a aguardar um momento em que os objetos projetam sombras iguais às suas alturas. Este modo de proceder sugere certos conhecimentos acerca de triângulos isósceles, nomeadamente a proposição: se dois ângulos internos de um triângulo forem iguais então o triângulo é isósceles. Está subjacente o conceito matemático de **semelhança** entre duas ou mais figuras. Mas, em Matemática, dizer que duas figuras são **semelhantes** não é a mesma coisa que dizer que elas são **parecidas**.

Duas figuras têm a mesma forma, ou são semelhantes, se são geometricamente iguais ou uma é uma ampliação da outra. Dois polígonos são semelhantes se e só se as amplitudes dos seus ângulos correspondentes são iguais e os comprimentos dos seus lados correspondentes são diretamente proporcionais. Dois triângulos são semelhantes se e só se tiverem, de um para o outro, dois pares de ângulos geometricamente iguais. Os fatos geométricos cuja descoberta é atribuída a Tales são:

- A demonstração de que os ângulos da base de dois triângulos isósceles são iguais;
- A demonstração do seguinte teorema: se dois triângulos tem dois ângulos e um lado respectivamente iguais, então são iguais;
- A demonstração de que todo diâmetro divide um círculo em duas partes iguais;
- A demonstração de que ao unir-se qualquer ponto de uma circunferência aos extremos de um diâmetro AB obtém-se um triângulo retângulo em C. Provavelmente, para demonstrar este teorema, Tales usou também o fato de que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois retos;

- Tales chamou a atenção de seus conterrâneos para o fato de que se duas retas se cortam, então os ângulos opostos pelo vértice são iguais.

(Apresentar o vídeo de link: <http://www.youtube.com/watch?v=o97xkwkNyp4>)

### Desenvolvimento:

#### Atividade 1:

**Roteiro de Ação: Dobrando e construindo conceitos .**

**Duração prevista:** 100 minutos.

**Área de conhecimento:** Matemática.

**Assunto:** Semelhança de Polígonos.

**Objetivos:** Construir o conceito de semelhança e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre retângulos através da comparação das suas diagonais.

**Pré-requisitos:** Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

**Material necessário:** Folha de atividades, papel vegetal, régua e lápis.

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

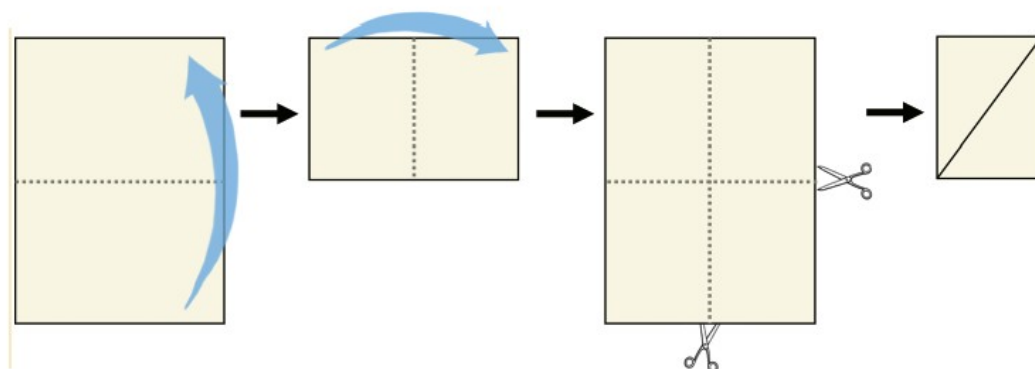
#### Descritores associados:

H 02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. H 61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão, potenciação).

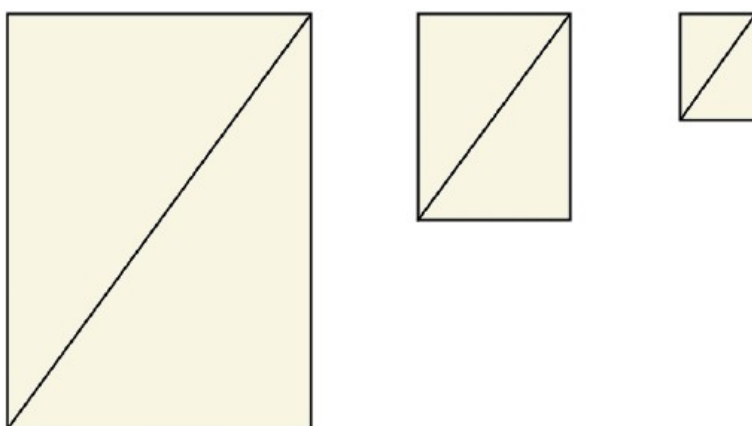
A. Recorte no papel vegetal dois retângulos iguais, ou seja, com as mesmas medidas.

B. Tome um dos retângulos recortados e desenhe uma de suas diagonais.

C. Com o outro retângulo dobre-o na metade duas vezes, dividindo-o em quatro partes iguais. Recorte um dos retângulos gerados pela dobradura e desenhe uma de suas diagonais, como mostra a imagem abaixo.



D. Recorte mais um retângulo gerado pelas dobraduras feitas anteriormente e realize os mesmos procedimentos de dobra indicados no item anterior. Depois recorte um dos retângulos originados desta última dobradura e trace uma de suas diagonais. Você deve obter três retângulos como os da figura abaixo.



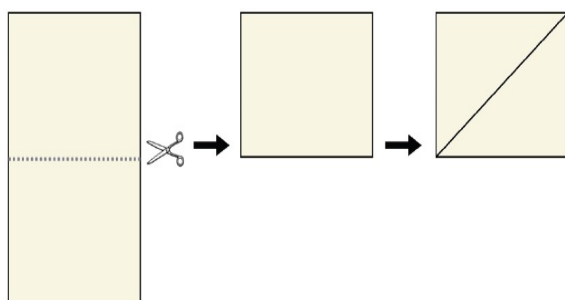
E. Agora sobreponha os três retângulos fazendo coincidir a base e o vértice de onde parte cada diagonal. O que você pode observar com relação às diagonais dos retângulos? Observe o que acontece com os retângulos dos seus colegas.

F. Agora, com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura de cada retângulo e preencha a tabela abaixo.

<b>Tabela A</b>	<b>Base</b>	<b>Altura</b>	$\frac{Base}{Altura}$
Retângulo grande			
Retângulo médio			
Retângulo pequeno			

G. O que você pode observar com relação às razões entre a base e a altura de cada retângulo? Converse com seus colegas sobre as respostas que eles encontraram.

H. Agora, tome mais dois retângulos de papel vegetal do mesmo tamanho que os recortados no item a, ou seja, do mesmo tamanho que o maior. Em um dos retângulos trace uma das diagonais. No outro dobre ao meio, horizontalmente, recorte um dos retângulos originados da dobra e também trace uma das diagonais, como ilustrado abaixo.



I. O que você observa quando sobrepõem esses dois novos retângulos? Suas diagonais se alinham? E nos retângulos dos seus colegas, o que acontece?

J. Diante disso, você acha que esses retângulos são semelhantes? Para comprovar a sua resposta, preencha a tabela abaixo.

<b>Tabela B</b>	<b>Base</b>	<b>Altura</b>	$\frac{\text{Base}}{\text{Altura}}$
Retângulo grande			
Retângulo pequeno			

K. O que aconteceu com a razão entre a base e a altura dos retângulos? Compare suas respostas com as dos seus colegas.

L. Você acha que os procedimentos de dobra, indicados no item h, influenciaram no fato dos retângulos não serem semelhantes? O que diferencia esses procedimentos dos indicados no item c? Discuta com seus colegas essas questões, comparando as medidas anotadas nas tabelas A e B.

### Atividade2:

#### Relação entre área e perímetro de figuras semelhantes.

**Duração prevista:** 100 minutos.

**Área de conhecimento:** Matemática.

**Assunto:** Semelhança de Polígonos.

**Objetivos:** Levar os alunos a perceberem a relação entre área e perímetro de figuras semelhantes. **Pré-requisitos:** Conceitos de medidas, frações, polígonos, razão, semelhança de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas.

**Material necessário:** Folha de atividades, lápis, régua graduada.

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritores associados:** H 02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. H 32 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas. H 33 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas.

A. Recorte quatro cópias iguais de cada uma das figuras geométricas abaixo. Você lembra qual o nome de cada uma dessas figuras? Converse com seus colegas para relembrem juntos.



- B. Você conseguiria juntar, sem sobrepor, os quatro retângulos iguais de forma a montar outro retângulo semelhante ao original?
- C. Conseguiu? Então, com o auxílio de uma régua, meça o comprimento e a largura do retângulo grande e do retângulo pequeno, e preencha a tabela abaixo. As respostas dos seus colegas coincidem com as suas?

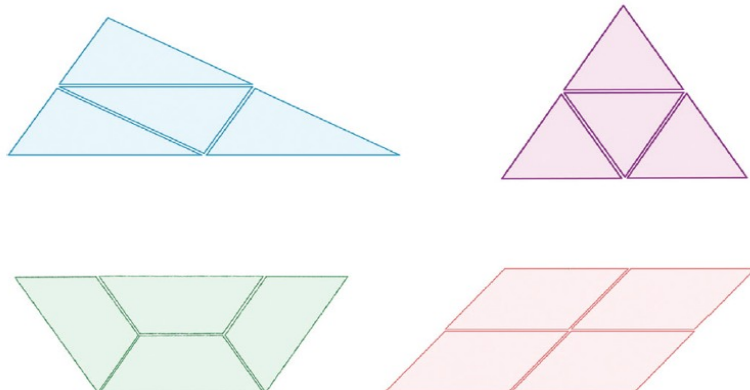
	Comprimento	Largura
Retângulo grande		
Retângulo pequeno		
$\frac{\text{Retângulo grande}}{\text{Retângulo pequeno}}$		

- D. Observando a tabela o que você pode concluir com respeito aos retângulos pequenos e o retângulo grande?
- E. Calcule a área e o perímetro de cada um dos retângulos e preencha a tabela abaixo.

	Perímetro	Área
Retângulo grande		
Retângulo pequeno		
$\frac{\text{Retângulo grande}}{\text{Retângulo pequeno}}$		

- F. O que você e seus colegas observam quando comparam a razão entre os perímetros e a razão de semelhança desses retângulos? E quando comparam a razão entre as áreas e a razão de semelhança?
- G. Agora, usando as outras figuras que você fez cópia junto, sem sobrepor, as quatro figuras de uma mesma espécie de modo a formar uma figura semelhante à original. Junte-se com seus colegas e tente.

Após a montagem os alunos deverão obter:



- H. Tente preencher novas tabelas, como as do item “c)” e “e)”, para as figuras formadas a partir do triângulo escaleno, do triângulo equilátero, do trapézio e do paralelogramo.
- I. Discuta com seus colegas o que você pode observar analisando todas as tabelas preenchidas.

Os alunos terão a oportunidade de perceber que, assim como para o retângulo, os polígonos montados têm fator de crescimento do perímetro igual a 2 e fator 4 para o crescimento da área.

### Atividade 3:

#### Semelhança: resolução de problemas

**Tema matemático:** Geometria

**Tópicos matemáticos:** Semelhanças

**Subtópicos matemáticos:**

- Semelhança de triângulos

**Capacidades transversais:**

- Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Comunicação matemática: expressão

**Conhecimentos prévios dos alunos**

- Compreender a noção de semelhança

- Identificar polígonos semelhantes

- Compreender os critérios de semelhança de triângulos

**Aprendizagens visadas:**

- Compreender os critérios de semelhança de triângulos e usá-los na resolução de problemas;

- Calcular distâncias reais a partir de uma representação;

- Relacionar os conceitos de semelhança e proporcionalidade.

**Recursos:** calculadora.

**Duração prevista:** 100 min

**1.** Das afirmações seguintes diz as que são verdadeiras, justificando-as, e as que são

falsas dando um exemplo em que a afirmação não se verifique (**contra-exemplo**).

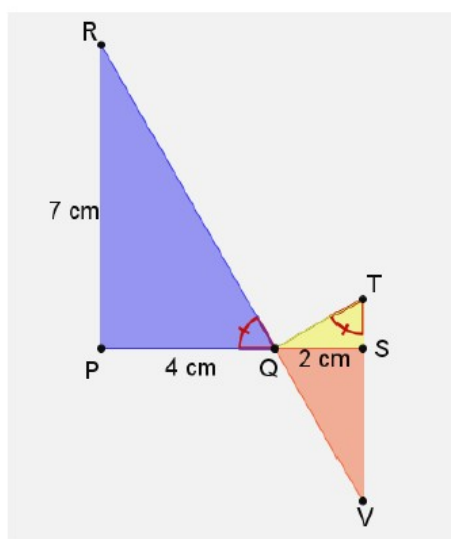
**1.1.** Dois quadrados são sempre semelhantes.

**1.2.** Dois retângulos são sempre semelhantes.

**1.3.** Dois triângulos isósceles são sempre semelhantes.

**1.4.** Dois polígonos regulares são sempre semelhantes.

**2.**



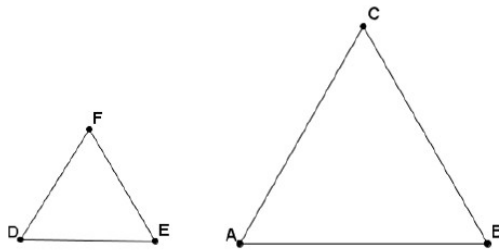
2.1. Os triângulos retângulos PQR, SQV e STQ são semelhantes. Porquê?

2.2. Determina, em centímetros:

2.2.1. a medida do segmento SV;

2.2.2. a medida do segmento TS com aproximação às centésimas.

3. Os triângulos da figura são equiláteros.



Será que os triângulos ABC e DEF são semelhantes? Justifica.

4. Os triângulos semelhantes podem ser usados para determinar distâncias que são difíceis de medir diretamente.

Para determinar a distância entre as falésias, colocou-se uma rocha no ponto R.

Escolheram-se os pontos G e D de forma que GD seja perpendicular a RG.

Seguidamente marcou-se o ponto N de forma que DN seja perpendicular GD.

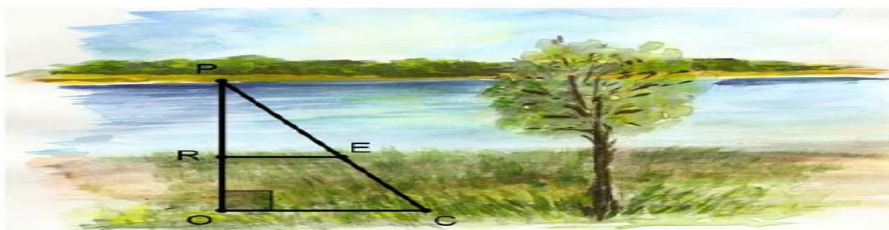
Por último, marcou-se o ponto A de intersecção de RN com GD. Após estas marcações constatou-se que o segmento GA mede 60 metros, DA 120 metros e ND 50 metros.

Nestas condições determina a distância (GR) entre as falésias.



Para se medir a largura de um rio efetuaram-se três medições: RO mede 45 metros, OC 90 e RE 60 metros. Os pontos R e O são colocados, no mesmo lado do rio, e do lado oposto encontra-se o ponto P, de forma a que os três fiquem alinhados. Qual a largura do rio (a distância de P a R)?

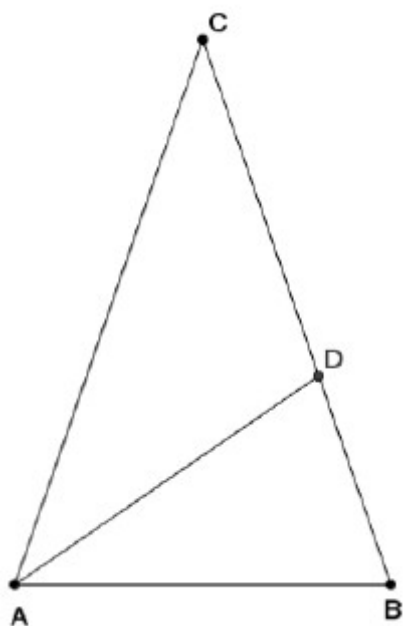




6. Na figura ao lado o triângulo ABC é isósceles. Os ângulos ABC e CAB têm de amplitude  $72^\circ$ . O segmento AD é a bissetriz do ângulo CAB.

6.1. O triângulo ABC é semelhante ao triângulo ACD? Justifica.

6.2. O triângulo ABC é semelhante ao triângulo ABD? Justifica.



### Avaliação:

Ocorreu durante as atividades observando a exploração dos alunos em seus grupos, seus comentários na resolução das atividades e questionamentos propostos durante a apresentação.

### Atividade 1:

Considera a figura 1.

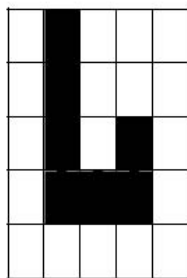


Figura 1

- 1.1. Utilizando o quadriculado ao lado, constrói uma ampliação da Figura 1 de razão 2.

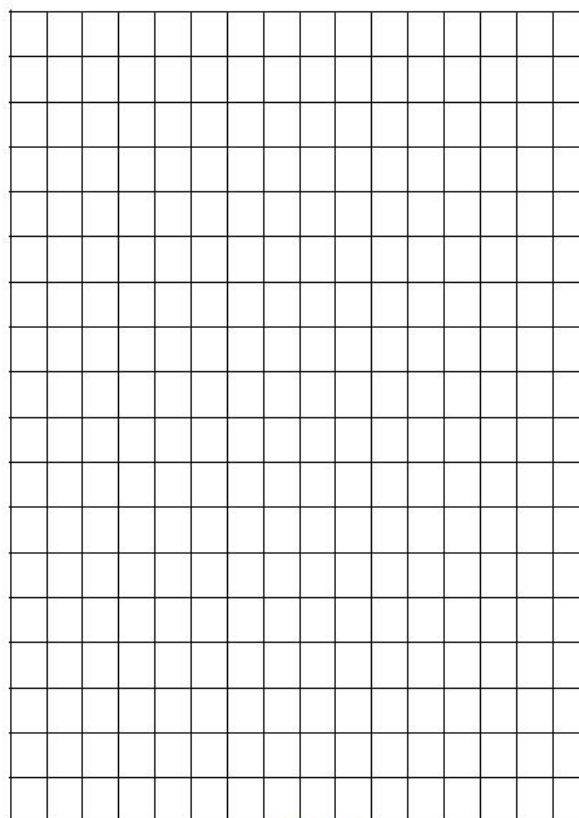


Figura 2

- 1.2. Sendo a unidade de comprimento e a unidade de área, respectivamente, o lado e a quadrícula, qual o perímetro e a área da Figura 1? E da Figura 2 (figura ampliada)?
- 1.3. Desenhe, no teu caderno, um quadrilátero à tua escolha. Construa uma ampliação, do quadrilátero, de razão 0,5.

### Atividade 2:

. Vamos construir retângulos semelhantes utilizando peças de forma quadrada. Considere para unidade de comprimento o lado de um quadrado.

- 1.1. Construa um retângulo  $1 \times 2$  (1 por 2), usando dois quadrados.

- 1.2. Quantos quadrados precisarias para construir outro retângulo semelhante àquele numa semelhança de razão 2? E se a razão fosse 3?

Desenha-os em papel quadriculado.

- 1.3. Preencher a tabela abaixo em que  $r$  é a razão de semelhança quando ampliamos o retângulo  $1 \times 2$ .

r (razão de semelhança)	Dimensões do rectângulo	Perímetro do rectângulo	Área do rectângulo
	1 x 2 (inicial)	6	2
2	2 x 4		
3			
4			
5			
10			
		108	
20			
			288
n			

**1.4.** Considere dois dos retângulos semelhantes.

Qual a razão de semelhança? Qual a razão entre os seus perímetros?

Qual a razão entre as suas áreas? Relacione estes três valores.

Repita este procedimento para vários pares de retângulos.

### **Metodologias adotadas:**

Aulas expositivas, leitura de textos, resolução e correção de exercícios, resolução e situações- problema, utilização de slides sobre polígonos , pesquisas na internet, atividade oral e escrita, desafios, debates, pesquisa extra -classe .

### **Referências:**

BONJORNO, José Roberto – Matemática:Fazendo a diferença 6º a 8º ano/ José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Airton Olivares- 1ª edição S.P. FTD 2006.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática 6º a 8ºano. São Paulo, Ática. 2007.

GUELLI, Oscar. Matemática: uma aventura do pensamento. 6º a 8ºano. São Paulo. Ática. 2002 e 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO, TEXTOS E EXERCÍCIOS– Semelhança de Polígonos–Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano, 1º bimestre. Disponível em: <<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>>Acesso em :04.mar.2013.

Tales de Mileto e as semelhanças. Disponível em:

<<http://www.prof2000.pt/users/amma/af33/tf/ft7a.htm>> Acesso em: 04.mar.2013.

Figuras Semelhantes. Matemática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental .Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=o97xkwkNyp4>> Acesso em: 04.mar.2013.