

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ
Matemática 9º ano – 1º Bimestre/ 2013

2º Campo Conceitual

Semelhança de Polígonos

Plano de Trabalho – 2
Cursista: Solange França da Silva Oliveira
Tutor: EMILIO RUBEM BATISTA JUNIOR

Sumário

Introdução	03
Desenvolvimento	04
Avaliação	09
Referências Bibliográficas	10

1- Introdução

Observe as figuras:

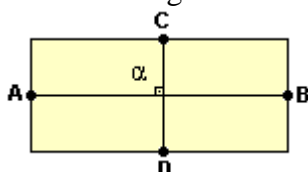


Figura A

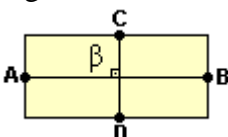


Figura B

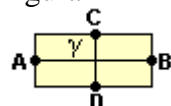


Figura C

Elas representam retângulos com escalas diferentes. Observe que os três retângulos tem a mesma forma, mas de tamanhos diferentes. Dizemos que são **figuras semelhantes**. Nessas figuras podemos identificar: **AB** – distância entre **A** e **B** (comprimento do retângulo) **CD** – distância entre **C** e **D** (largura do retângulo) α, β e γ - ângulos agudos formados pelos segmentos \overline{AB} .

Medindo os segmentos de reta \overline{AB} e \overline{CD} e os ângulos (α, β e γ) das figuras, podemos organizar a seguinte tabela:

	$m(\overline{AB})$	$m(\overline{CD})$	ângulo
Fig. C	3,9 cm	1,3 cm	$\alpha = 90^\circ$
Fig. B	4,5 cm	1,5 cm	$\beta = 90^\circ$
Fig. A	6,0 cm	2,0 cm	$\gamma = 90^\circ$

Observe que:

- Os ângulos correspondente nas três figuras têm medidas iguais;
- As medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais;

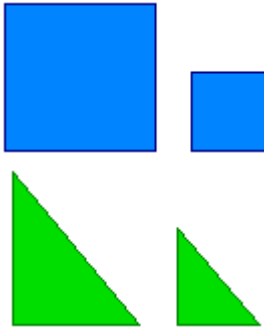
$$\frac{m(\overline{AB})}{m(\overline{CD})} = \frac{3,9}{1,3} = \frac{4,5}{1,5} = \frac{6,0}{2,0} = 3$$

Desse exemplo, podemos concluir que duas ou mais figuras são semelhantes em geometria quando:

- os ângulos correspondentes têm medidas iguais ;
- as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais;
- os elementos das figuras são comuns.

Outros exemplos de **figuras semelhantes**:





têm formas iguais e tamanhos diferentes.

2- Desenvolvimento

Roteiro de Ação 1: Dobrando e construindo conceitos .

Duração prevista: 100 minutos.

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Semelhança de Polígonos.

Objetivos: Construir o conceito de semelhança e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre retângulos através da comparação das suas diagonais.

Pré-requisitos: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

Material necessário: Folha de atividades, papel vegetal, régua e lápis.

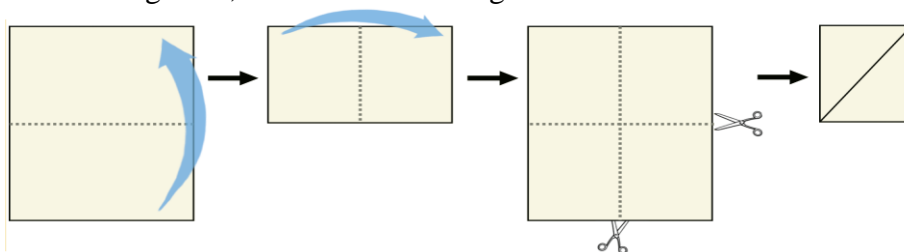
Organização da classe: Turma disposta em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

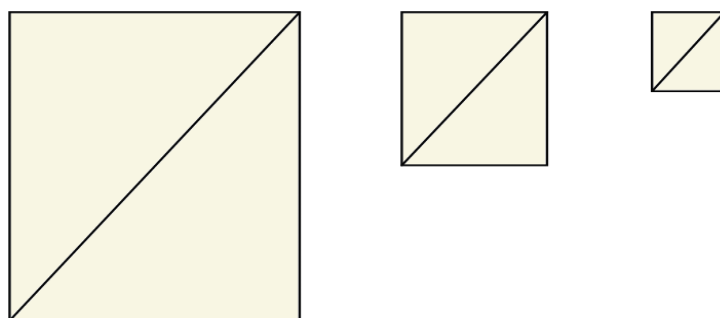
- H02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- H61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

Esta Atividade busca construir o conceito de semelhança de polígonos mediante o reconhecimento da proporcionalidade dos seus lados e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre retângulos através de dobraduras de papel e da comparação de suas diagonais.

- A. Recorte no papel vegetal dois retângulos iguais, ou seja, com as mesmas medidas.
- B. Tome um dos retângulos recortados e desenhe uma de suas diagonais.
- C. Com o outro retângulo dobre-o na metade duas vezes, dividindo-o em quatro partes iguais. Recorte um dos retângulos gerados pela dobradura e desenhe uma de suas diagonais, como mostra a imagem abaixo.

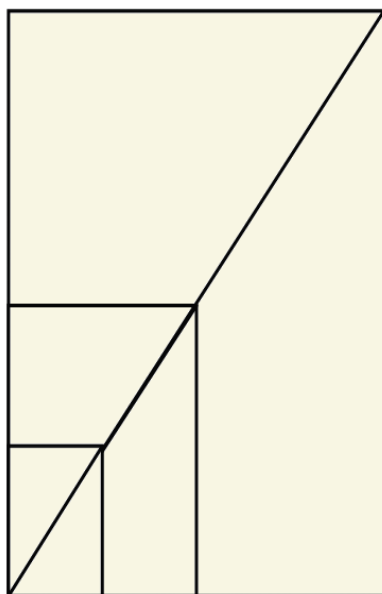


- D. Recorte mais um retângulo gerado pelas dobraduras feitas anteriormente e realize os mesmos procedimentos de dobra indicados no item anterior. Depois recorte um dos retângulos originados desta última dobradura e trace uma de suas diagonais. Você deve obter três retângulos como os da figura abaixo.



Como vocês devem ter notado, estamos dividindo o retângulo no meio duas vezes. Começamos com dois retângulos iguais: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado duas vezes no meio, sendo uma dobra horizontal e outra vertical. Essas duas dobras originam quatro retângulos iguais e menores que o inicial. Desses quatro retângulos menores, recortaremos dois: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado como o anterior, formando quatro retângulos menores. Por fim, recortar-se-á um desses retângulos menores e se desenhará a diagonal nele, formando um trio de retângulos, como você pode observar na figura acima. O primeiro é o inicial, o segundo tem a base e a altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do primeiro. O terceiro, tem sua base e altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do segundo. Por consequência, o terceiro tem a sua base e altura medindo a quarta parte da base e altura, respectivamente, do primeiro.

- E- Agora sobreponha os três retângulos fazendo coincidir a base e o vértice de onde parte cada diagonal. O que você pode observar com relação às diagonais dos retângulos? Observe o que acontece com os retângulos dos seus colegas. Irei auxiliar os alunos para que sobreponham os retângulos da forma correta, como mostra a figura abaixo. Os alunos deverão perceber que as diagonais dos retângulos ficam alinhadas.



- F- Agora, com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura de cada retângulo e preencha a tabela abaixo.

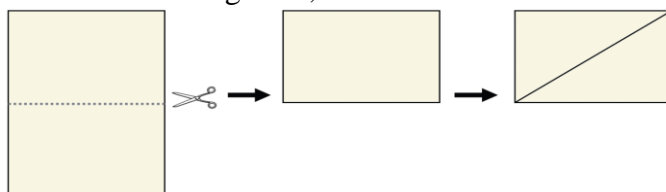
Tabela A	Base	Altura	$\frac{\text{Base}}{\text{Altura}}$
Retângulo grande			
Retângulo médio			
Retângulo pequeno			

Os resultados da tabela acima dependerão do tamanho do retângulo inicial de cada aluno. Se cada grupo fez um retângulo diferente do outro então teremos tantas tabelas quantos forem os grupos de alunos participando desta Atividade. E isso é ótimo! Apesar de inúmeros retângulos diferentes, eles perceberão que a base e altura serão divididas por 2 a medida que reduzimos o retângulo pelas dobras. E Isso será constante em todos os retângulos! Além disso, perceberão que a razão entre a base e a altura permanece constante para cada trio de retângulos.

- G- O que você pode observar com relação às razões entre a base e a altura de cada retângulo? Converse com seus colegas sobre as respostas que eles encontraram.

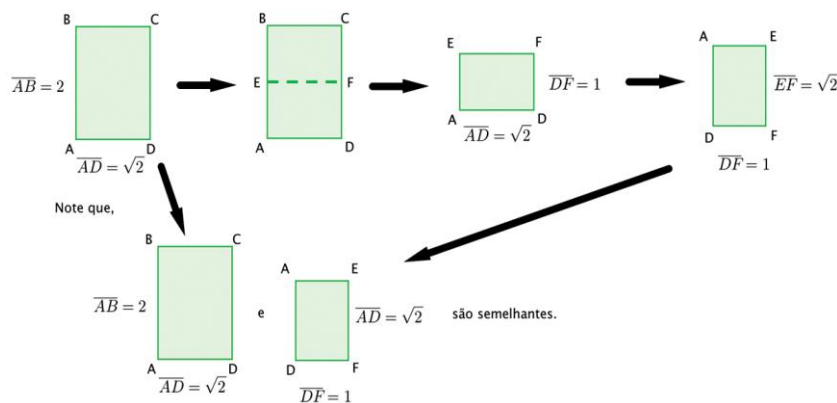
É importante alertar os alunos para pequenas diferenças nos valores, devido à imprecisão dos instrumentos de medição e possíveis aproximações que possam acontecer. Analisando a tabela, os alunos terão a oportunidade de perceber que as razões entre a base e a altura de cada retângulo são iguais, em cada conjunto de retângulos considerado. Converse com eles que quando isso acontece, dizemos que os retângulos são semelhantes. Caso algum aluno comente que essa razão que encontramos, entre base e altura, é a razão de semelhança, cabe aqui uma intervenção. Sabemos que a razão de semelhança é a razão entre as bases (ou as alturas) dos retângulos semelhantes, e, portanto, é uma razão diferente da razão que calculamos. Nos retângulos semelhantes produzidos pela Atividade, a razão entre a base do maior retângulo e a base do retângulo intermediário é 2, assim como a razão entre as respectivas alturas também é 2. O mesmo ocorre entre o intermediário e o menor, eles são semelhantes com razão 2. Esta é a razão de semelhança. Cabe ainda ressaltar que a razão de semelhança inverte se fizermos o contrário, isto é, se compararmos a base do intermediário com a base do maior, veremos que essa razão é na verdade $\frac{1}{2}$, o inverso de 2.

- H- Agora, tome mais dois retângulos de papel vegetal do mesmo tamanho que os recortados no item a, ou seja, do mesmo tamanho que o maior. Em um dos retângulos trace uma das diagonais. No outro dobre ao meio, horizontalmente, recorte um dos retângulos originados da dobra e também trace uma das diagonais, como ilustrado abaixo.



- I- O que você observa quando sobrepõem esses dois novos retângulos? Suas diagonais se alinham? E nos retângulos dos seus colegas, o que acontece?

É possível que algum grupo de alunos ao cortar um retângulo inicial e dividi-lo no meio encontre um retângulo menor semelhante ao original! Observe a seguinte situação:



$$\text{Pois, } \frac{AB}{AD} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{AD}{DF}$$

De fato, isso sempre acontece quando a altura do retângulo é igual à base multiplicada por 2. Na verdade, isso acontece somente nessa situação. Fato esse que pode ser provado, mas que não é nosso propósito nesse momento. Se um determinado grupo cortar um retângulo com altura medindo 20cm e a base medindo 14cm, teremos: Note que essa diferença é muito pequena, alguns milímetros. Como o processo de medir naturalmente faz uso de estimativas, esse problema pode aparecer em sua sala de aula.

Altura= 20cm \approx 14. 1,423114cm \approx 14. $\sqrt{2}$ cm = base $\sqrt{2}$. Na maioria dos casos, os alunos perceberão que as diagonais dos retângulos não se alinham, e que o mesmo acontece com os retângulos dos seus colegas, como pode ser visto abaixo.

J- Diante disso, você acha que esses retângulos são semelhantes? Para comprovar a sua resposta, preencha a tabela abaixo.

Tabela B	Base	Altura	$\frac{\text{Base}}{\text{Altura}}$
Retângulo Grande			
Retângulo Pequeno			

K- O que aconteceu com a razão entre a base e a altura dos retângulos? Compare suas respostas com as dos seus colegas.

Os alunos perceberão que os retângulos não são semelhantes, pois suas diagonais não se alinham e a razão entre a base e a altura dos retângulos não são iguais.

Você acha que os procedimentos de dobra, indicados no item h, influenciaram no fato dos retângulos não serem semelhantes? O que diferencia esses procedimentos dos indicados no item c? Discuta com seus colegas essas questões, comparando as medidas anotadas nas tabelas A e B. Nesse momento irei auxiliar os alunos a perceberem que, no item c, tanto a base como a altura dos retângulos foram divididos ao meio, o que fez com que o retângulo oriundo dessas dobras fosse semelhante ao original. Fato que não acontece no item h, já que somente a altura foi dividida ao meio, fazendo com que não se possa garantir a semelhança entre esses retângulos.

3- Avaliação

O processo de avaliação deve, segundo os PCN:

(...)

- Retratar o trabalho desenvolvido;
- Possibilitar observar, interpretar, comparar, relacionar, registrar, criar novas soluções usando diferentes linguagens;
- Construir um momento de aprendizagem no que tange às competências de leitura e interpretação de textos;
- Privilegiar a reflexão, a análise e soluções de problemas;
- Possibilitar que os alunos conheçam o instrumento assim como os critérios de correção.
- Proporcionar o desenvolvimento da capacidade de avaliar e julgar, ao permitir que os alunos tomem parte da sua própria avaliação e da de seus colegas, privilegiando, para isso, os trabalhos coletivo. (PCN+, p.137)

(...)

Portanto, é necessário ressaltar que a avaliação deve ser contínua e o professor deve executá-la através de trabalhos individuais ou em grupo, testes, questionamentos e provas bimestrais.

Posso citar como exemplo a avaliação usada na minha escola, onde 4,0 pontos são destinados a trabalhos individuais ou em grupo, testes, análise de conteúdos e 6,0 pontos destinados a um simulado. Caso o aluno não consiga a média, irá a recuperação, onde é feita uma média de todas as disciplinas.

4- Referências Bibliográficas:

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio Ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.p.40.
- Proposta curricular para o ensino de Matemática – 1º grau, da Secretaria de Estado de Educação, São Paulo, 1992.
- Semelhança de polígonos - parte 1
www.somatematica.com.br/fundam/semelhanca/semelhanca.php
- Roteiro de Ação 1 – Curso de Formação continuada oferecido pelo CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 1º Bimestre/ 2013 [http://projetoeduc,cecierj.edu.br/](http://projetoeduc.cecierj.edu.br/) acessado em 04/03/2013.