

# **FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ**

---

**Matemática 9º Ano – 1º Bimestre/2013**

**Plano de Trabalho 2  
Semelhança de Polígonos**

**Tarefa 2  
Cursista: Vinícius Bento Ferro  
Tutor: Emílio Rubem Batista Júnior**

## **S u m á r i o**

**INTRODUÇÃO . . . . . 03**

**DESENVOLVIMENTO . . . 04**

**AVALIAÇÃO . . . . . 20**

**FONTES DE PESQUISA . . . 21**

# INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho tem como objetivo demonstrar os conceitos básicos sobre semelhança de polígonos. Pretendo que essa abordagem motive os alunos a buscarem ferramentas de cálculo para resolver os problemas práticos propostos, despertando o interesse em aprender formas rápidas, com significado, que determinem com facilidade o resultado buscado.

Com o anseio de ampliar a percepção do estudo para construir, desenvolver e aplicar ideias e conceitos sobre semelhança, sempre compreendendo e atribuindo significados ao que está fazendo, buscando relacionar a aplicação dos conceitos à sua vida cotidiana.

Através de recursos visuais que levam os alunos a ter uma oportunidade de visualizar de forma agradável e consequentemente compreender os valores sobre o conteúdo estudado.

Com intuito de apresentar o conceito de semelhança de polígonos de forma contextualizada e lúdica, tendo como foco principal a importância e o significado do conceito de semelhança, não privilegiando apenas o conhecimento de fórmulas, regras e operações.

Semelhança de polígonos, áreas e perímetros de figuras semelhantes são alguns exemplos de conceitos que estão muito mais presentes no nosso cotidiano do que imaginamos. Sempre fazendo uma ponte que envolve ligações com conhecimentos já adquiridos e também com as técnicas e compreensão de conceitos algébricos como a resolução de problemas, os quais partem de contextos reais e também de assuntos matemáticos que precisam ser lembrados e aprofundados.

Na medida em que os conceitos envolvidos sejam explorados, discutidos e aplicados, de forma que proporcione uma aprendizagem significativa, como também o desenvolvimento das habilidades esperadas.

O desenvolvimento dos conteúdos terá como auxílio o livro adotado pelo COLÉGIO ESTADUAL MAURÍCIO DE ABREU- A CONQUISTA DA MATEMÁTICA e por último a avaliação da aprendizagem.

## Atividade 1

**HABILIDADE RELACIONADA:** Semelhança de polígonos

**PRÉ-REQUISITOS:** Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades, papel vegetal, régua e lápis. Vídeo do youtube “Novo Telecurso - E. Fundamental - Matemática - Figuras Semelhantes” - (<http://youtu.be/o97xkwnyp4>) que retrata sobre figuras semelhantes. Datashow com exemplos de ampliação e redução de fotos e imagens para o entendimento de semelhança.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma organizada em grupos de 3 ou 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Construir o conceito de semelhança e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre retângulos através da comparação das suas diagonais.

**METODOLOGIA ADOTADA:** Análise e entendimento de semelhança de polígonos. Demonstração de vídeo para os alunos com o objetivo que eles percebam a importância do estudo dos números reais. Visualização no Datashow vários conjuntos de números reais.

**DESCRITORES ASSOCIADOS:**

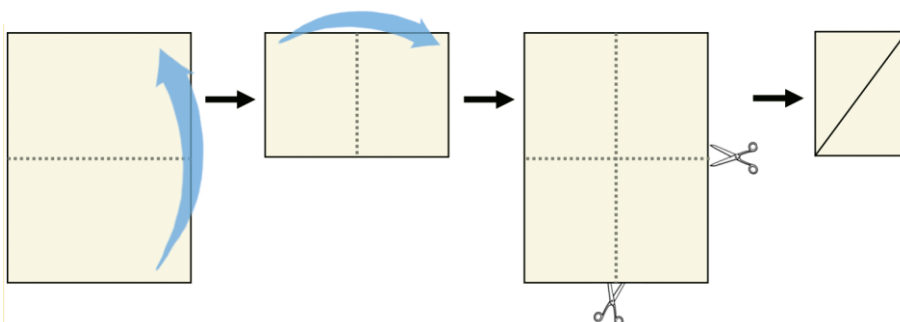
**H 02** – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

**H 61** – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão, potenciação).

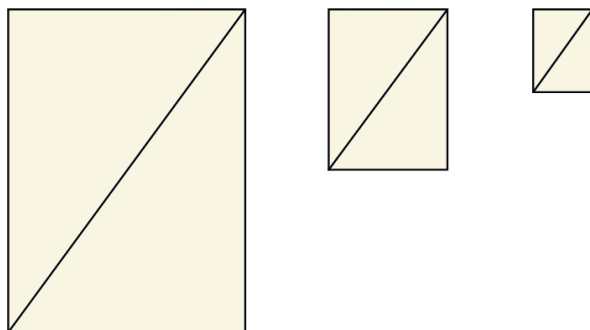
A. Recorte no papel A4 dois retângulos iguais, ou seja, com as mesmas medidas.

B. Tome um dos retângulos recortados e desenhe uma de suas diagonais.

C. Com o outro retângulo dobre-o na metade duas vezes, dividindo-o em quatro partes iguais. Recorte um dos retângulos gerados pela dobradura e desenhe uma de suas diagonais, como mostra a imagem abaixo.



D. Recorte mais um retângulo gerado pelas dobraduras feitas anteriormente e realize os mesmos procedimentos de dobra indicados no item anterior. Depois recorte um dos retângulos originados desta última dobradura e trace uma de suas diagonais. Você deve obter três retângulos como os da figura abaixo.



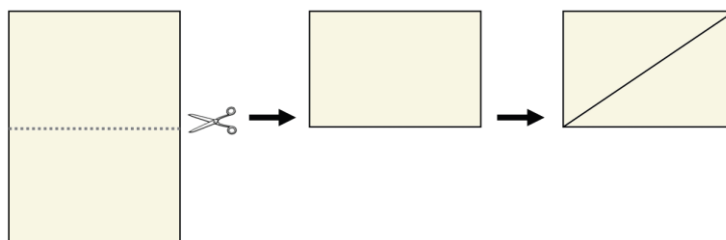
E. Agora sobreponha os três retângulos fazendo coincidir a base e o vértice de onde parte cada diagonal. O que você pode observar com relação às diagonais dos retângulos? Observe o que acontece com os retângulos dos seus colegas.

F. Agora, com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura de cada retângulo e preencha a tabela abaixo.

Tabela A	Base	Altura	$\frac{Base}{Altura}$
Retângulo grande			
Retângulo médio			
Retângulo pequeno			

G. O que você pode observar com relação às razões entre a base e a altura de cada retângulo? Converse com seus colegas sobre as respostas que eles encontraram.

H. Agora, tome mais dois retângulos de papel vegetal do mesmo tamanho que os recortados no item a, ou seja, do mesmo tamanho que o maior. Em um dos retângulos trace uma das diagonais. No outro dobre ao meio, horizontalmente, recorte um dos retângulos originados da dobra e também trace uma das diagonais, como ilustrado abaixo.



I. O que você observa quando sobrepõem esses dois novos retângulos? Suas diagonais se alinham? E nos retângulos dos seus colegas, o que acontece?

J. Diante disso, você acha que esses retângulos são semelhantes? Para comprovar a sua resposta, preencha a tabela abaixo.

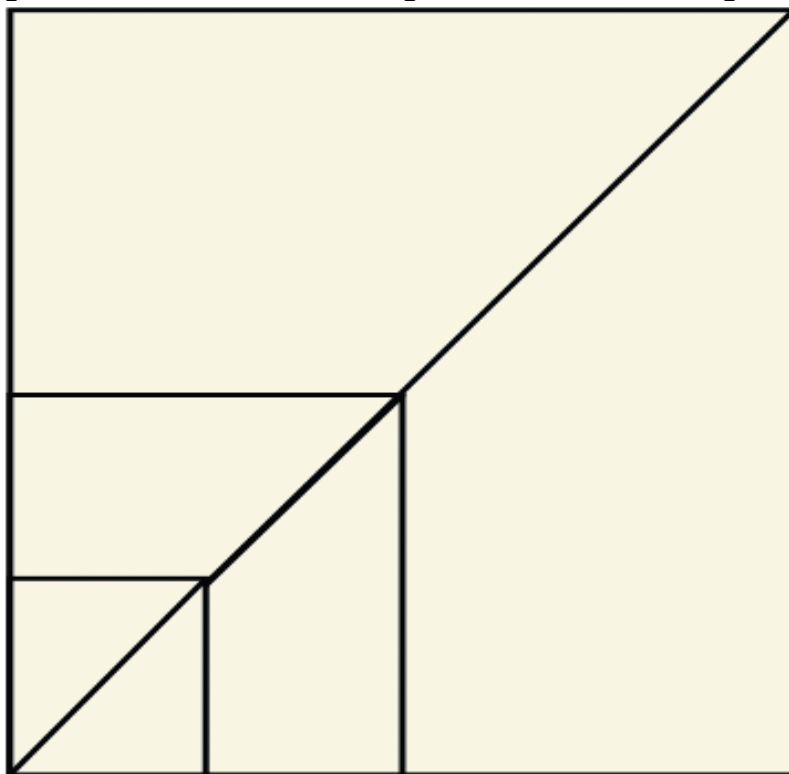
Tabela A	Base	Altura	$\frac{Base}{Altura}$
Retângulo grande			
Retângulo pequeno			

K. O que aconteceu com a razão entre a base e a altura dos retângulos? Compare suas respostas com as dos seus colegas.

L. Você acha que os procedimentos de dobra, indicados no item h, influenciaram no fato dos retângulos não serem semelhantes? O que diferencia esses procedimentos dos indicados no item c? Discuta com seus colegas essas questões, comparando as medidas anotadas nas tabelas A e B.

Na etapa A, o professor deve orientar os alunos com os cortes sucessivos. Como é possível notar, estamos dividindo o retângulo no meio duas vezes. Começamos com dois retângulos iguais: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado duas vezes no meio, sendo uma dobra horizontal e outra vertical.

Essas duas dobras originam quatro retângulos iguais e menores que o inicial. Desses quatro retângulos menores, recortaremos dois: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado como o anterior, formando quatro retângulos menores. Por fim, recortar-se-á um desses retângulos menores e se desenhará a diagonal nele, formando um trio de retângulos, como podemos observar na figura da etapa D. O primeiro é o inicial, o segundo tem a base e a altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do primeiro. O terceiro tem sua base e altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do segundo. Por consequência, o terceiro tem a sua base e altura medindo a quarta parte da base e altura, respectivamente, do primeiro. Na etapa E, o professor deve auxiliar seus alunos para que sobreponham os retângulos da forma correta, como mostra a figura abaixo. As diagonais dos retângulos ficam alinhadas.

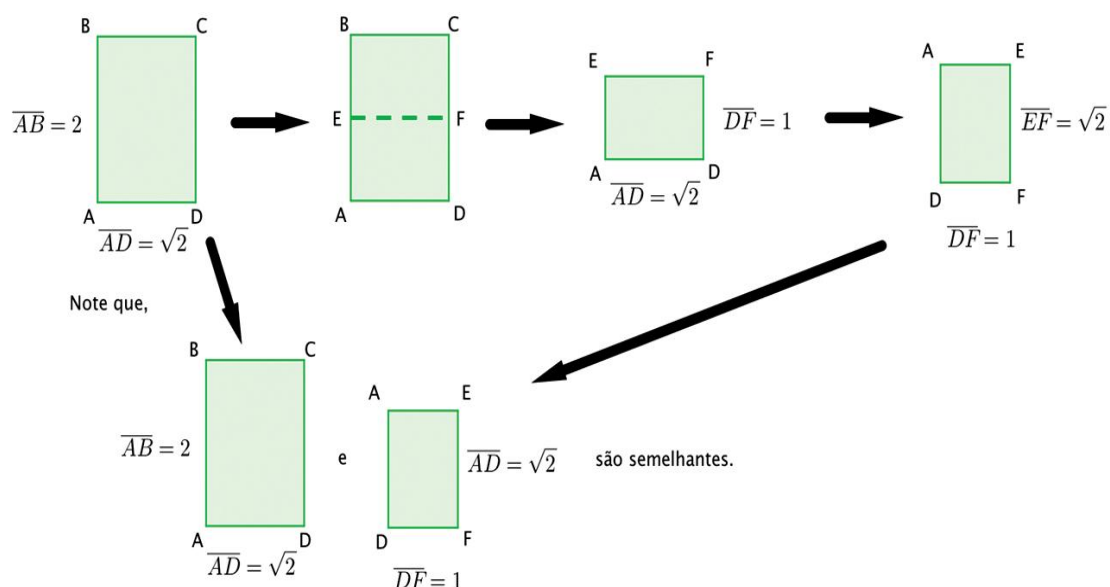


Na etapa F, os resultados da tabela dependerão do tamanho do retângulo inicial de cada aluno. Se cada grupo fez um retângulo diferente do outro então teremos tantas tabelas quantos forem os grupos de alunos participando desta Atividade. E isso é ótimo! Apesar de inúmeros retângulos diferentes, eles perceberão que a base e altura serão divididas por 2 a medida que reduzimos o retângulo pelas dobras. E Isso será constante em todos os retângulos! Além disso, perceberão que a razão entre a base e a altura permanece constante para cada trio de retângulos.

Na etapa G, é importante que o professor alerte os alunos para pequenas diferenças nos valores, devido à imprecisão dos instrumentos de medição e possíveis aproximações que possam acontecer. Analisando a tabela, os alunos

terão a oportunidade de perceber que as razões entre a base e a altura de cada retângulo são iguais, em cada conjunto de retângulos considerado. Deve conversar com eles que quando isso acontece, dizemos que os retângulos são semelhantes. Caso algum aluno comente que essa razão que encontramos, entre base e altura, é a razão de semelhança, cabe aqui uma intervenção. Sabemos que a razão de semelhança é a razão entre as bases (ou as alturas) dos retângulos semelhantes, e, portanto, é uma razão diferente da razão que calculamos. Nos retângulos semelhantes produzidos pela atividade proposta, a razão entre a base do maior retângulo e a base do retângulo intermediário é 2, assim como a razão entre as respectivas alturas também é 2. O mesmo ocorre entre o intermediário e o menor: eles são semelhantes com razão 2. Esta é a razão de semelhança. Cabe ainda ressaltar que a razão de semelhança inverte se fizermos o contrário, isto é, se compararmos a base do intermediário com a base do maior, veremos que essa razão é na verdade  $\frac{1}{2}$ , o inverso de 2.

Na etapa I, temos uma observação matemática a fazer. É possível que algum grupo de alunos ao cortar um retângulo inicial e dividi-lo no meio encontre um retângulo menor semelhante ao original! Observe a seguinte situação:



$$\text{Pois, } \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DF}}$$

De fato, isso sempre acontece quando a altura do retângulo é igual à base multiplicada por  $\sqrt{2}$ . Na verdade, isso acontece somente nessa situação. Fato esse que pode ser provado, mas que não é nosso propósito nesse momento. Agora, o importante é que o professor esteja atento ao fato de, apesar de parecer difícil, isso não é improvável. Por exemplo, se um determinado grupo cortar um retângulo com altura medindo 20cm e a base medindo 14cm teremos:

$$altura = 20\text{ cm} \approx 14 + 1,4231\text{ cm} \approx 14 + \sqrt{2}\text{ cm} = base + \sqrt{2}$$

Note que essa diferença é muito pequena, alguns milímetros. Como o processo de medir naturalmente faz uso de estimativas, esse problema pode aparecer em sua sala de aula. Na maioria dos casos, os alunos perceberão que as diagonais dos retângulos não se alinham, e que o mesmo acontece com os retângulos dos seus colegas.

Na etapa K, os alunos perceberão que os retângulos não são semelhantes, pois suas diagonais não se alinham e a razão entre a base e a altura dos retângulos não são iguais.

Na etapa L, o professor deve auxiliar seus alunos a perceberem que, no item c, tanto a base como a altura dos retângulos foram divididos ao meio, o que fez com que o retângulo oriundo dessas dobras fosse semelhante ao original. Fato que não acontece no item h, já que somente a altura foi dividida ao meio, fazendo com que não se possa garantir a semelhança entre esses retângulos.

## Atividade 2

**HABILIDADE RELACIONADA:** Semelhança de polígonos

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Homotetia

**OBJETIVOS:** Construir o conceito de homotetia e concluir que figuras homotéticas são semelhantes.

**PRÉ-REQUISITO:** Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis e computador com software de Geometria Dinâmica Geogebra.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRITORES ASSOCIADOS:** *f*

*f*

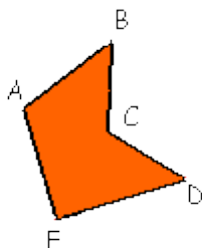
**H 02** – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

**H 17** – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou que não se alteram.

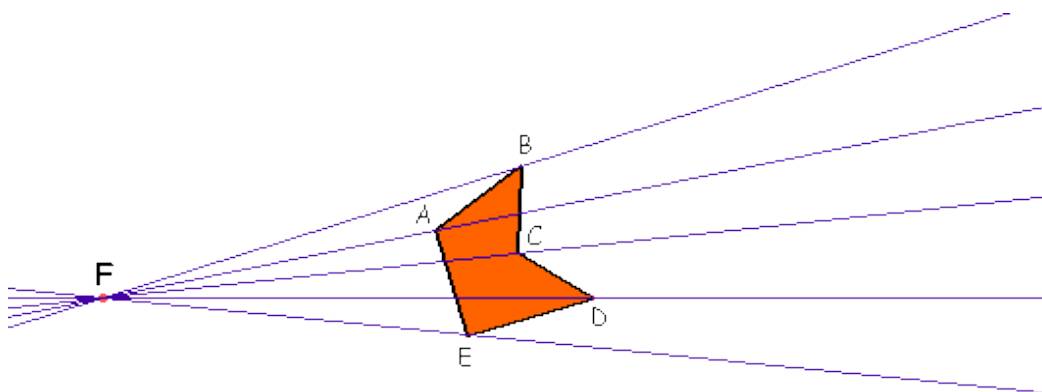
**H 61** – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

## CONSTRUÇÃO DE FIGURAS SEMELHANTES POR HOMOTETIA

Queremos ampliar o polígono ABCDE e em seguida reduzi-lo. Como devemos proceder?

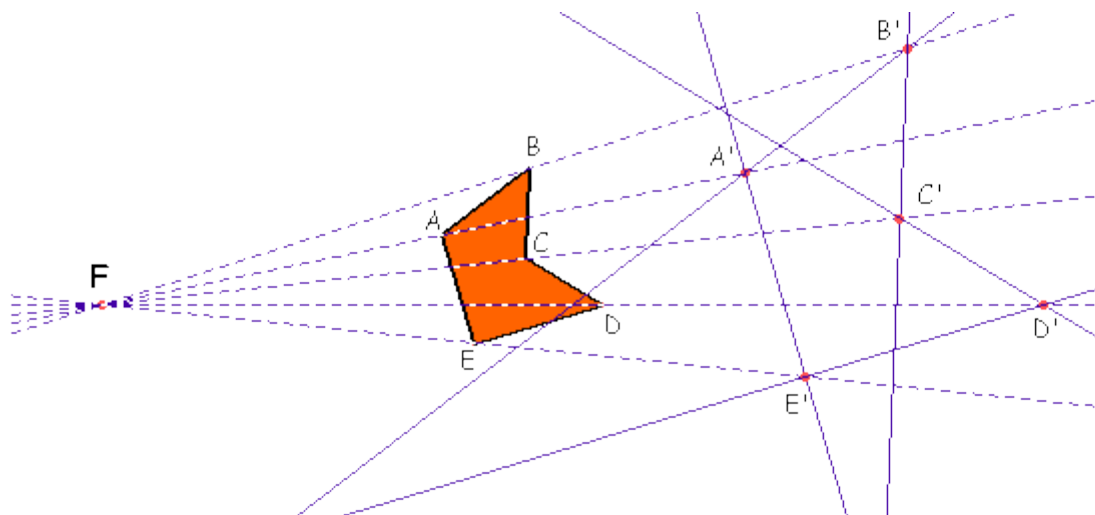


- Marcamos um ponto F (foco) qualquer.
- Traçamos as retas: FA, FB, FC, FD e FE.

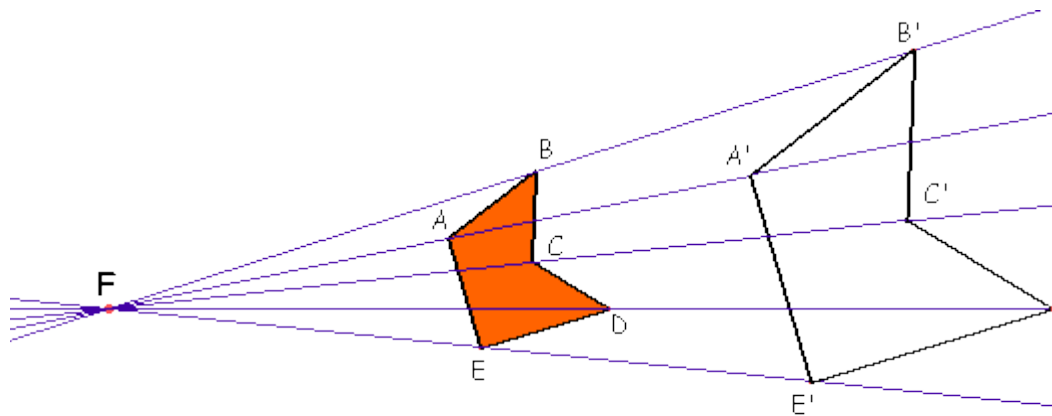


Marcamos um ponto A' sobre a reta FA, de modo que  $FA' = r.FA$  ( $r$ = razão de semelhança).

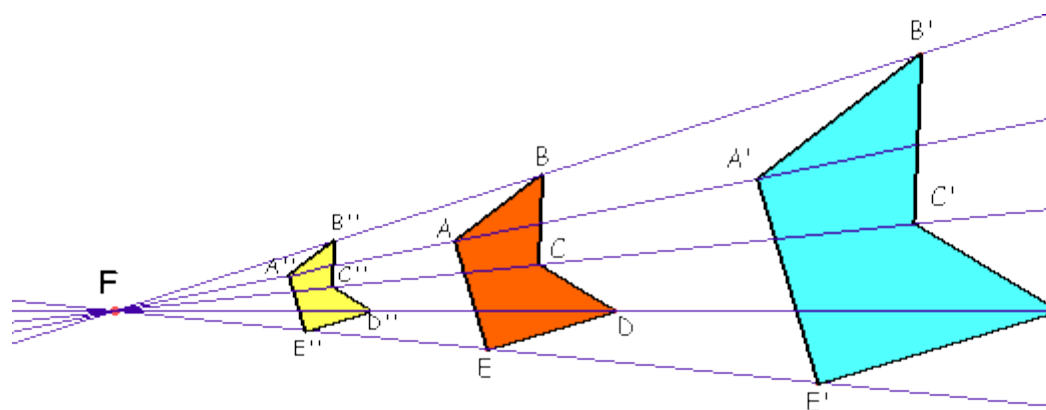
Marcamos um ponto B' sobre a reta FB, de modo que  $FB' = r.FB$  (mesma razão de semelhança usada para marcar o ponto A'). Procedemos da mesma maneira marcando os pontos C', D' e E'.



Traçamos os segmentos:  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $C'D'$  e  $E'A'$  e obtemos o polígono  $A'B'C'D'E'$  ampliação de  $ABCDE$ , isto por que neste caso tomamos a razão de semelhança  $r > 1$ .

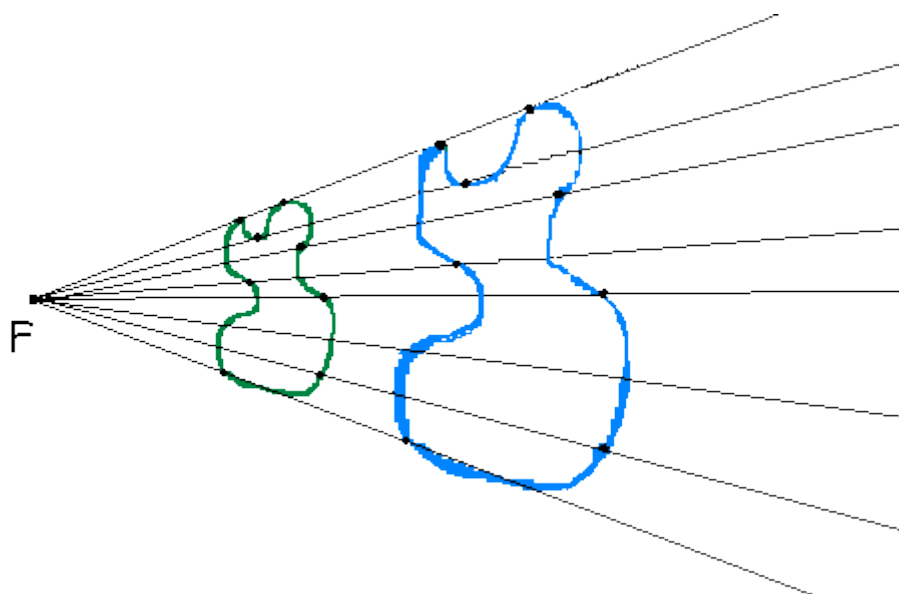


Procedemos da mesma maneira para reduzirmos o polígono, tomando neste caso a razão de semelhança  $r < 1$ .



Podemos observar que sempre que escolhemos pontos quaisquer em uma figura a ser reproduzida e estipulando um foco (F) e uma razão de semelhança ( $r$ ) quaisquer, podemos ampliar ou reduzir esta figura.

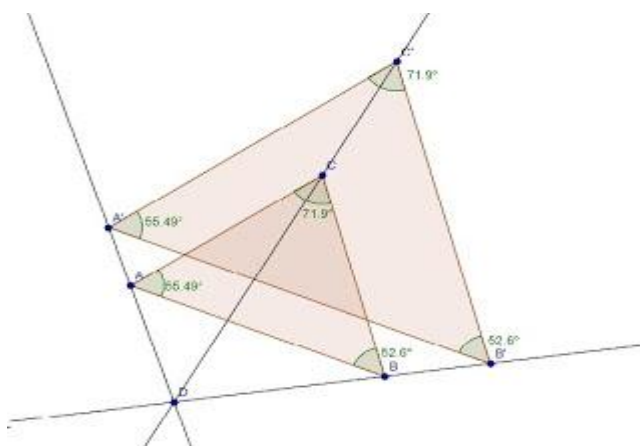
Assim sendo a nossa figura também pode ser CURVA!



## Polígonos semelhantes com Geogebra

### Atividade com Geogebra - Construção de dois triângulos semelhantes

- Construa o triângulo ABC, usando a ferramenta “Polígono”.
- Marque um ponto D fora do triângulo e logo após, crie retas que passe por um dos vértices do triângulo e por este ponto D.
- Na janela 9, clique na opção “Homotetia dados centro e razão”. Com esta opção ativada, clique no interior do triângulo para selecioná-lo e logo em seguida no ponto D. Observe que a caixa de homotetia se abrirá pedindo o fator de ampliação (fator maior do que 1) ou redução (fator menor do que 1). Digite nesta caixa o número 1.5 e mande aplicar. Um novo triângulo surgirá a partir do triângulo ABC e será chamado de A'B'C'.
- Verifique se a razão de semelhança entre os dois triângulos é igual a 1,5. Para isso, efetue a divisão das medidas dos lados do triângulo A'B'C' pelas medidas dos lados correspondentes do triângulo ABC. Por exemplo, no campo de entrada, digite  $b'/b$ , que representa o quociente da divisão das medidas dos lados A'C' e AC. Depois obtenha os quocientes  $a'/a$  e  $c'/c$ .
- Marque os ângulos dos triângulos, ABC e A'B'C', e observe que os ângulos correspondentes são congruentes.



Com este conteúdo podemos trabalhar a semelhança entre dois triângulos, e que se dois triângulos são semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais e seus ângulos correspondentes são congruentes. Além disso, com esta atividade pode-se trabalhar a soma dos ângulos internos e externos, perímetro, área.

Trabalharíamos este conteúdo pedindo que os alunos construíssem no Geogebra os dois triângulos e a cada passo da atividade iríamos pedindo que eles visualizassem que os dois triângulos são semelhantes, pediríamos que marcassem os ângulos internos, para que visualizassem que os ângulos correspondentes são congruentes, que observassem a medida dos lados e verificassem que seus lados são proporcionais. Pediríamos que observassem a soma dos ângulos internos e externos, e que calculassem a área e o perímetro de cada um dos dois triângulos, e depois faríamos uma discussão com toda a turma sobre quais foram às conclusões obtidas.

### Atividade 3

**HABILIDADE RELACIONADA:** Trabalhando com os Rep-ladrilhos.

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Semelhança de Polígonos.

**OBJETIVOS:** Levar os alunos a perceberem a relação entre área e perímetro de figuras semelhantes.

**PRÉ-REQUISITO:** Conceitos de medidas, frações, polígonos, razão, semelhança de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis, régua graduada e computador com software de Geometria Dinâmica Geogebra.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS ASSOCIADOS:**

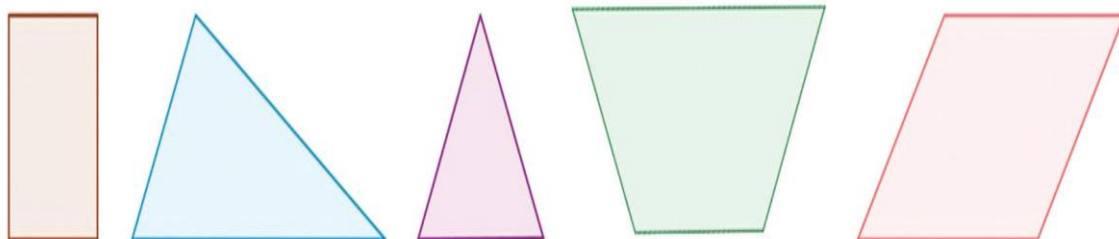
**H 02** – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

**H 32** – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

**H 33** – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas.

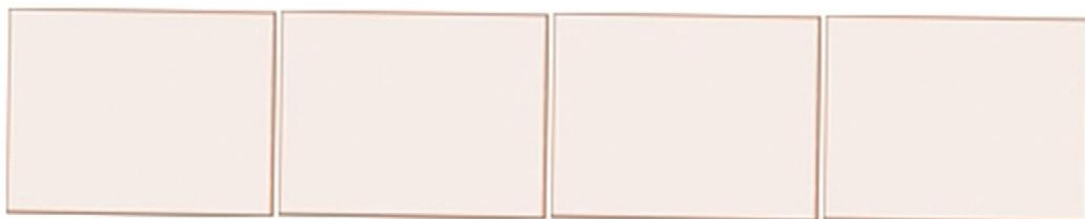
## Trabalhando com os Rep-ladrilhos

A. Recorte quatro cópias iguais de cada uma das figuras geométricas abaixo. Você lembra qual o nome de cada uma dessas figuras? Converse com seus colegas para relembra-rem juntos.

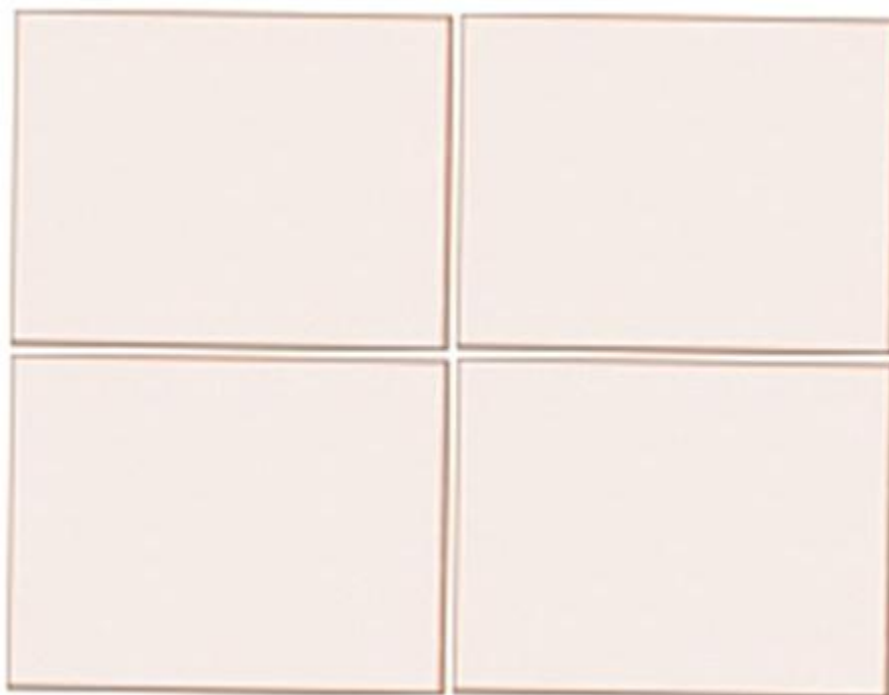


B. Você conseguiria juntar, sem sobrepor, os quatro retângulos iguais de forma a montar outro retângulo semelhante ao original?

Professor, talvez nesse momento alguns alunos precisem de auxílio, pois poderão juntar os retângulos da seguinte forma:



Auxilie-os a perceber que dessa forma o retângulo grande, formado pela junção dos 4 pequenos, perde a proporção e, portanto, não é semelhante ao original. A configuração de montagem correta seria:



C. Conseguiu? Então, com o auxílio de uma régua, meça o comprimento e a largura do retângulo grande e do retângulo pequeno, e preencha a tabela abaixo. As respostas dos seus colegas coincidem com as suas?

	Comprimento	Largura
Retângulo grande		
Retângulo pequeno		
Retângulo grande / Retângulo pequeno		

D. Observando a tabela o que você pode concluir com respeito aos retângulos pequenos e o retângulo grande?

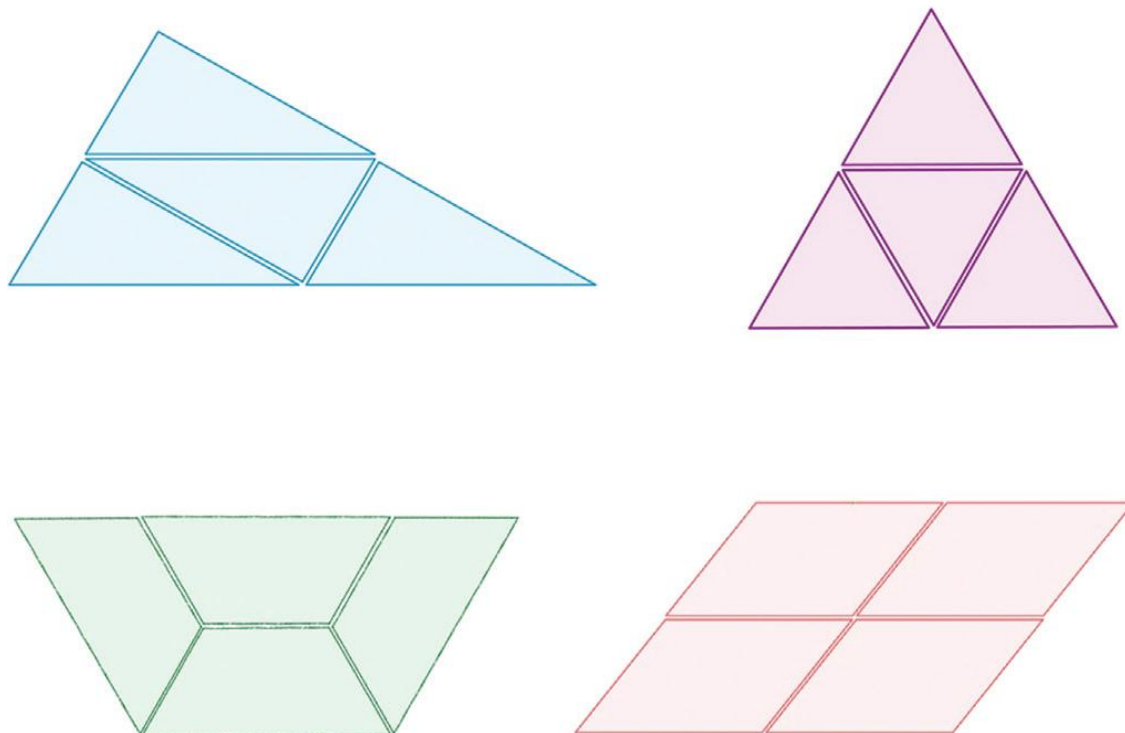
E. Calcule a área e o perímetro de cada um dos retângulos e preencha a tabela abaixo.

	Perímetro	Área
Retângulo grande		
Retângulo pequeno		
Retângulo grande/Retângulo pequeno		

F. O que você e seus colegas observam quando comparam a razão entre os perímetros e a razão de semelhança desses retângulos? E quando comparam a razão entre as áreas e a razão de semelhança?

G. Agora, usando as outras figuras que você fez cópia junte, sem sobrepor, as quatro figuras de uma mesma espécie de modo a formar uma figura semelhante à original. Junte-se com seus colegas e tente.

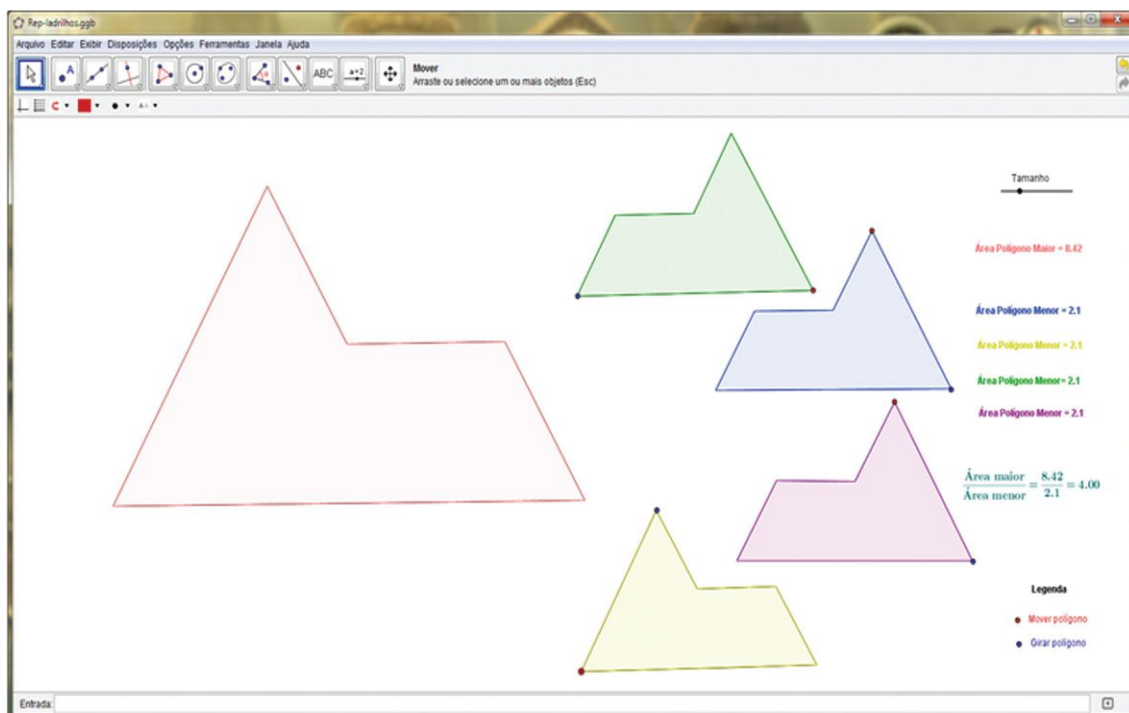
Após a montagem os alunos deverão obter:



H. Tente preencher novas tabelas, como as do item “c)” e “e)”, para as figuras formadas a partir do triângulo escaleno, do triângulo equilátero, do trapézio e do paralelogramo.


I. Discuta com seus colegas o que você pode observar analisando todas as tabelas preenchidas.

J. Agora abra o arquivo Rep-ladrilhos, disponibilizado pelo seu professor. Nele você encontra cinco figuras com o mesmo formato: quatro do mesmo tamanho e uma maior. Utilizando as figuras poligonais menores, tente montar uma figura poligonal semelhante. Repare que a figura maior pode auxiliá-lo nessa tarefa.



K. E aí conseguiu? Não deixe de pedir ajuda aos seus colegas! Note que na tela as áreas de cada polígono aparecem destacadas no canto direito. Observando a figura formada, o que você pode constatar com relação às medidas da área de cada polígono do tamanho menor? E com relação à área do polígono grande, em rosa? Converse com seus colegas para chegarem às conclusões com mais facilidade!

**Tamanho**

L. Agora, use o controle  para variar o tamanho dos polígonos. O que você e seus colegas observam com relação à área dos polígonos? E, com relação à razão entre a área da figura poligonal maior e a área das figuras poligonais menores?

# Avaliação

O trabalho com semelhança de polígonos visa contribuir para desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento geométrico, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e geométricos, através da utilização destes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos oferecendo uma infinidade de situações onde podemos trabalhar e avaliar a capacidade dos alunos em utilizar o que aprendeu para solucionar problemas do cotidiano.

Analisar o desenvolvimento das atividades como importante parâmetro do processo de avaliação. A partir delas é possível indicar os principais pontos de obstrução do conhecimento.

É muito interessante que além do trabalho com semelhança de polígonos possamos incentivar a cultura geral de nossos alunos e aproveitar cada oportunidade para que o desenvolvimento cognitivo dos alunos seja constante, rico e pleno.

O aluno ao final do TP2 deverá ser capaz de:

- Observar e analisar semelhança de polígonos, sabendo que o mundo apresenta vários exemplos de utilização.
- Resolver uma situação-problema, representando semelhança de polígonos, algumas situações vivenciadas por ele em sua vida.
- Representar vários polígonos e classificar ou agrupar figuras discutindo se estas são semelhantes ou não.
- Observar a sua volta situações que envolvam semelhança de polígonos.
- Entender a grande utilidade e aplicação de semelhança de polígonos.

---

---

---

## OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 901 do COLÉGIO ESTADUAL MAURÍCIO DE ABREU, SAPUCAIA-RJ no ano letivo de 2013 e o grau de conhecimento dos alunos. Informo que, infelizmente, não constam muitas atividades que envolvam utilização intensa do computador porque apenas 12 computadores estão disponíveis para o total de 38 alunos na sala de informática, o que dificulta trabalhos desse tipo sendo que irei utilizar o Datashow na sala para o entendimento de semelhança de polígonos.

# Fontes de pesquisa

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Semelhança de Polígonos – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 1º bimestre/2013

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 23/02/2013.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática. 8ª série. 2 ed. São Paulo: Ática, 2005.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática: volume 4. 4. ed.rev. e ampl. São Paulo, Moderna, 2010.

CASTRUCCI, Benedito. ; GIOVANNI, José Ruy. ; GIOVANNI JR, José Ruy. A conquista da matemática, volume 4. 1.ed. São Paulo, FTD, 2011.

Endereços eletrônicos acessados citados ao longo do trabalho:

<http://youtu.be/o97xkwkNyp4>

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998.

STOLF, Denise Ortigosa, **Semelhança**. Disponível em: [http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/denise\\_matematica\\_8a\\_serie\\_semelhanca.pdf](http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/denise_matematica_8a_serie_semelhanca.pdf) >

BERVIAN, Rosely; FRANÇA, José. Geogebra: uma ótima ferramenta. <http://pt.scribd.com/doc/68220591/Geogebra-Pequeno-Manual-Com-Atividades>

BORDEAUX, A. L.; FRANÇA, E.; OGLIARI, E.; PORTELA, E. Matemática na vida e na escola: 8ª série. São Paulo: Editora do Brasil, p. 168-169, 1999.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo: Atual, p. 173-177, 1994.

DANTE, L. R. Tudo é matemática. São Paulo: Ática, p. 72-103, 2002.