

# Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 3º Ano / 1º Bimestre

Plano de Trabalho

## Análise Combinatória



**Tarefa 3 - Reelaboração do PT1**

Cursista : Anderson Ribeiro da Silva

Tutora : Susi Cristine Britto Ferreira

Grupo 3 / Curso 3º ano do Ensino Médio

# S U M Á R I O

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 1. ....	03
INTRODUÇÃO .....	08
DESENVOLVIMENTO .....	09
AVALIAÇÃO .....	09
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. ....	16

PONTOS POSITIVOS – Ver o crescimento dos alunos e o interesse superando na medida do possível suas dificuldades.

PONTOS NEGATIVOS – Pouco tempo de aula.

ALTERAÇÕES – Mais tempo de aulas e inserindo as atividades contidas nos roteiros de ação 1 e 2 conforme abaixo:

Roteiro de ação 1:

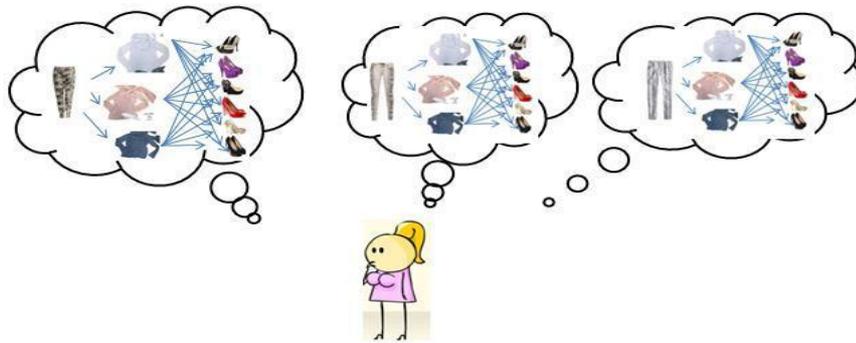
- 1) Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair.

Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:



3 calças    3 camisas    6 pares de sapato

1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?



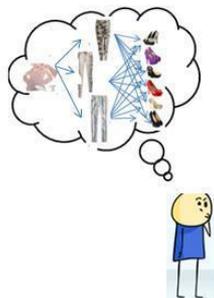
---

---

---

Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa. Pediu a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?



---

---

---

Roteiro de ação 2:



Fonte - <http://www.sxc.hu/photo/1307593> - Autor: Jakub Krechowicz

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.

A screenshot of a news article from CBN São Paulo. The header features the CBN logo and 'SÃO PAULO'. Below the header, there are navigation tabs for 'COMENTARISTAS', 'BOLETINS', and 'EDITORIAS'. The main content area shows the date 'QUARTA, 25/07/2012' and the headline 'Celulares de São Paulo terão um dígito a mais a partir do próximo domingo'. A sub-headline reads 'Telefones de todas as operadoras da Região Metropolitana de SP e municípios pertencentes à área com DDD 11 terão de acrescentar o algarismo 9 antes do atual número.' Below the text is a photograph of a hand holding a mobile phone, with a caption that reads 'Telefone celular modelo Nokia e220 (Foto: Wikimedia)'. The article is presented within a white rectangular frame.

Para saber mais sobre o tema, leia a reportagem em:  
<http://cbn.globoradio.globo.com/sao-paulo/2012/07/25/CELULARES-DE-SAO-PAULO-TERAO-UM-DIGITO-A-MAIS-A-PARTIR-DO-PROXIMO-DOMINGO.htm>

1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

---

---

---

---

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

---

---

---

---

---

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

---

---

---

---

---

Leia atentamente a notícia a seguir divulgada por uma agência de notícia no Estado de São Paulo:



Fonte imagem: <http://www.anatel.gov.br>

“A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono.”

*Fonte: Agência Estado*

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

---

---

---

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos?

---

---

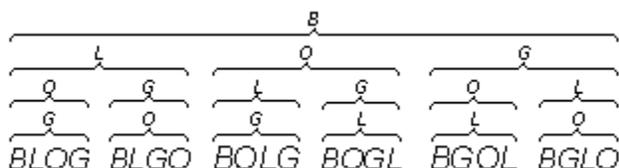
---

IMPRESSÕES DOS ALUNOS - No inícios os alunos tiveram um pouco de dificuldade, mas no desenvolvimento das atividades e das explicações foram aos poucos se tranquilizando e apresentando um crescimento na aprendizagem do conteúdo.

## INTRODUÇÃO

Em nosso cotidiano é muito comum nos depararmos com situações que envolvam problemas de contagem. Desde as mais simples, em que se é possível determinar através, por exemplo, de um diagrama de árvore, a quantidade de maneiras em que dois ou mais eventos correlacionados podem ocorrer, como com situações em que é necessário se utilizar de métodos especiais de contagem.

Um exemplo simples consiste em determinar quantos anagramas podem ser formados com o uso das quatro letras da palavra BLOG. Mesmo que você ainda não conheça a teoria da Análise Combinatória, é perfeitamente possível chegar ao resultado através da listagem exaustiva das possibilidades ou do uso de um diagrama. Veja abaixo uma das formas de se demonstrar que existem 6 possibilidades de anagramas iniciados com a letra B (BLOG, BLGO, BOLG, BOGL, BGOL e BGLO).



O uso do mesmo raciocínio para as demais letras (L, O e G) nos permite concluir que o número de possibilidades é igual a 24 (4 x 6). Adiante, veremos que a solução é bastante simples, não havendo necessidade de montar um diagrama como o acima, a menos que se queira saber quais são os anagramas, para estabelecer com precisão o resultado.

Mesmo esse caso exige um pouco de trabalho e interpretação para se obter o valor. Agora imagine se você necessitasse determinar a sua chance de ganhar na Mega Sena ou saber quantas placas de carros podem ser construídas com o uso de três letras e quatro algarismos? É óbvio que o método utilizado acima seria totalmente impraticável para solucionar essas questões. São situações desse tipo, em que se exige a organização e a contagem de grupos, que serão o objeto deste **Plano de Trabalho**.

## DESENVOLVIMENTO

Aula 1 (150 min) – Roteiro de Ação 1

### **Roteiro de Ação 1 – Comemorando o aniversário de Pedro (adaptado)**

- **OBJETIVOS:** Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo e/ou da árvore das possibilidades.
  
- **PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.
  
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis e borracha.
  
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
  
- **DESCRITOR ASSOCIADO:** Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples e árvore das possibilidades.
  
- **AValiação:** Entrosamento da dupla, autonomia nas respostas e acerto das questões propostas na folha de atividades com a inclusão da construção da árvore das possibilidades no problema.

## Aula 2 (150 min) – Exercícios

- **OBJETIVOS:** Usar o Princípio Multiplicativo e/ou Árvore das possibilidades na resolução de problemas básicos de Análise Combinatória.
  
- **PRÉ-REQUISITOS:** Princípio Multiplicativo.
  
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Lista de Exercícios, lápis e borracha.
  
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
  
- **DESCRITOR ASSOCIADO:** Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples e árvore das possibilidades.
  
- **AVALIAÇÃO:** Entrosamento da dupla, autonomia nas respostas e acerto das questões propostas na lista de exercícios.

Este Roteiro será de fundamental importância para diagnosticar se o aluno construiu o conceito de princípio multiplicativo e conseguiu aplicá-lo em problemas triviais da análise combinatória.

## **Lista de Exercícios – Análise Combinatória – Problemas Simples**

1) - Quantas placas (distintas) de automóveis, poderão ser emitidas; com o sistema atual de emplacamento?

2) Obtenha o total de linhas telefônicas que podem ser instaladas, com o prefixo 436, se os telefones têm 7 algarismos (ex 436-0000).

3) Quantos números ímpares de 3 algarismos distintos, são possíveis utilizando os algarismos: 1, 3, 4, 5, 7, 8. ?

4) Uma garota tem 3 saias e 4 blusas. De quantas maneiras ela poderá sair usando saia e blusa sem repetir o mesmo conjunto?

5) Um rapaz dispõe de 6 calças, 9 camisas e 2 pares de sapatos. Com estas peças, quantos conjuntos diferentes de calça, camisa e sapato ele pode formar para vestir-se?

6) Para a diretoria de uma firma concorrem 4 candidatas a presidente e 2 a vice-presidente. Quantas chapas podem ser formadas?

7) Um salão possui 10 portas. Pergunta-se:

a) quantas são as possibilidades de uma pessoa entrar no salão e sair dele?

b) quantas são as possibilidades de uma pessoa entrar por uma porta e sair por outra diferente?

8) Uma bandeira deve ser formada por três faixas de cores diferentes escolhidas entre 10 cores diferentes.

De quantas maneiras essa bandeira pode ser composta?

9) Quantos números de 3 algarismos podemos formar com os algarismos 1, 2, 4, 8 e 9?

**10)** Quantos números de 4 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 3, 5, 6, 7 e 8?

**11)** Dados os algarismos 1,3, 4, 7 e 8, pergunta-se:

**a)** quantos números de 3 algarismos podemos formar?

**b)** quantos números de 3 algarismos, iniciando por 8, podemos formar?

**c)** quantos números de 3 algarismos, não iniciando por 4, podemos formar?

**d)** quantos números de 3 algarismos distintos terminam por 3?

**12)** Numa cidade os números de telefone tem 6 algarismos. Determine:

**a)** o número de telefones que podem ser formados, sabendo-se que os números não podem começar por zero;

**b)** quantos telefones existem com prefixos 47;

**c)** quantos telefones terminam por 3.

**13)** (FGV/2005) Em uma gaveta de armário de um quarto escuro há 6 camisetas vermelhas, 10 camisetas brancas e 7 camisetas pretas. Qual é o número mínimo de camisetas que se deve retirar da gaveta, sem que se vejam suas cores, para que:

**a)** Se tenha certeza de ter retirado duas camisetas de cores diferentes.

**b)** Se tenha certeza de ter retirado duas camisetas de mesma cor.

**c)** Se tenha certeza de ter retirado pelo menos uma camiseta de cada cor.

**14)** (Enem/2004)No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

- a) 6. b) 7. c) 8. d) 9. e) 10.

15) (UFES/2002) Num aparelho telefônico, as dez teclas numeradas estão dispostas em fileiras horizontais, conforme indica a figura a seguir. Seja  $N$  a quantidade de números de telefone com 8 dígitos, que começam pelo dígito 3 e terminam pelo dígito zero, e, além disso, o 2o e o 3o dígitos são da primeira fileira do teclado, o 4o e o 5o dígitos são da segunda fileira, e o 6o e o 7o são da terceira fileira.

O valor de  $N$  é

- a) 27 b) 216 c) 512 d) 729 e) 1.331

16) (UFC/2002) A quantidade de números inteiros, positivos e ímpares, formados por três algarismos distintos, escolhidos dentre os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, é igual a:

- a) 320      b) 332      c) 348      d) 360      e) 38

17)(UFAL/200) Quantos números pares de quatro algarismos distintos podem ser formados com os elementos do conjunto  $A=\{0,1,2,3,4\}$ ?

a) 60 b) 48 c) 36 d) 24 e) 18

18)(UFPI/2000) Escrevendo-se em ordem decrescente todos os números de cinco algarismos distintos formados pelos algarismos 3, 5, 7, 8 e 9, a ordem do número 75389 é:

a) 54 b) 67 c) 66 d) 55 e) 56

19)(UFAL/99) Com os elementos do conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  formam-se números de 4 algarismos distintos. Quantos dos números formados NÃO são divisíveis por 5?

a) 15 b) 120 c) 343 d) 720 e) 840

20)(ITA/2001) Considere os números de 2 a 6 algarismos distintos formados utilizando-se apenas 1, 2, 4, 5, 7 e 8. Quantos destes números são ímpares e começam com um dígito par?

a) 375 b) 465 c) 545 d) 585 e) 625

21)(UNESP/2000) Um turista, em viagem de férias pela Europa, observou pelo mapa que, para ir da cidade A à cidade B, havia três rodovias e duas ferrovias e que, para ir de B até uma outra cidade, C, havia duas rodovias e duas ferrovias. O número de percursos diferentes que o turista pode fazer para ir de A até C, passando pela cidade B e utilizando rodovia e trem obrigatoriamente, mas em qualquer ordem, é:

a) 9. b) 10. c) 12. d) 15. e) 20.

22)(UECE/99) Quantos números ímpares, cada um com três algarismos, podem ser formados com os algarismos 2,3,4,6 e 7, se a repetição de algarismos é permitida?

a) 60 b) 50 c) 40 d) 30

GABARITO:

### Respostas

1) 175760000 2) 10000 3) 80 4) 12 5)108 6) 8 7a) 100 7b) 90 8) 720 9)125

10) 120 11a) 125 11b) 25 11c)100 11d) 12 12a) 900000 12b)10000 12c) 100000

13) a)11 b)4 c)18 14)B 15)D 16)A 17)A 18)C 19)D 20)D 21)B 22)B

Esta atividade será feita com 20 alunos por vez exatamente igual consta em:

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1083>

- **OBJETIVOS:** Usar o Princípio Multiplicativo na resolução do problema proposto no vídeo e na folha de atividades.
  
- **PRÉ-REQUISITOS:** Princípio Multiplicativo.
  
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Projetor de Imagens com audio, Lista de Exercícios Propostos, lápis e borracha.
  
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
  
- **DESCRIPTOR ASSOCIADO:** Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples e árvore das possibilidades.
  
- **AVALIAÇÃO:** Entrosamento da dupla, autonomia nas respostas e acerto das questões propostas na lista de exercícios.

## BIBLIOGRAFIA

<http://www.blogviche.com.br/2006/08/11/analise-combinatoria/>

acesso em 15/02/2013

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

acesso em 15/02/2013

[http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fmaismatematica.files.wordpress.com%2F2009%2F10%2FLista-de-exercicios\\_contagem.doc&ei=7MoeUcLTEouC9QSj0oHABQ&usq=AFQjCNF2DQT5zMP-n79A6z52YuRtP0LXZQ&bvm=bv.42553238.d.eWU](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fmaismatematica.files.wordpress.com%2F2009%2F10%2FLista-de-exercicios_contagem.doc&ei=7MoeUcLTEouC9QSj0oHABQ&usq=AFQjCNF2DQT5zMP-n79A6z52YuRtP0LXZQ&bvm=bv.42553238.d.eWU)

acesso em 15/02/2013

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1005>

acesso em 15/02/2013