

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO ESTADUAL PROFESSOR ANTÔNIO MARIA TEIXEIRA FILHO
PROFESSOR: ANDRÉ GOMES CARDOSO
MATRÍCULA: 09208778
SÉRIE: 3ª SÉRIE (ENSINO MÉDIO)
TUTOR: Susi Cristine Britto Ferreira

ANDRÉ GOMES CARDOSO
e-mail: agomescardoso18@gmail.com

Pontos Positivos:

- A motivação da maioria dos estudantes em querer aprender;
- Direção do Colégio comprometida com as Atividades propostas pelos docentes, pois não mediram esforços para que o Plano de Trabalho fosse colocado em prática, disponibilizando os materiais necessários para a apresentação dos Aplicativos no computador deste docente (data show, modem para acesso à internet,...);

Pontos Negativos:

- Durante a apresentação do conteúdo observamos a dificuldade de alguns estudantes em compreender as 04 operações matemáticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), em suma, falta de base matemática.

Alterações:

- Não há;

Impressões dos estudantes:

- Os estudantes relataram que as manipulações das Atividades dos Aplicativos dinamizaram a aula e facilitaram a compreensão do conteúdo.

Introdução

Sabemos que a utilização das “novas tecnologias”, tais como softwares matemáticos, aplicativos da internet, objetos de aprendizagens, calculadoras científicas, vídeos, tutoriais..., tem acrescentado significativamente no sucesso do binômio ensino e aprendizagem da Matemática. Nas salas de aula podemos enumerar alguns motivos para justificar o seu uso, tais como: conteúdo apresentado de forma dinâmica; focaliza a aula para desenvolvimento do raciocínio; instrumento de investigação de hipóteses; verifica padrões; realiza estimativas; verifica resultados, etc. Por outro lado, as “antigas tecnologias” não ficam para trás. O uso de objetos (canetas, lápis coloridos,...), pilot, quadro, papel, material concreto..., colaboram significativamente para o ensino e a aprendizagem dos estudantes. Acrescente-se também a abordagem histórica sobre o tema em estudo.

Hoje em dia, ao lecionar Análise Combinatória, o professor tem a possibilidade de trabalhar com parte ou maioria das ferramentas mencionadas no parágrafo anterior. O que pretendemos com esse Plano de Trabalho é apresentar/adequar algumas delas (ferramentas) as aulas de Matemática dos estudantes do CE Professor Antônio Maria Teixeira Filho, para que eles tenham a possibilidade de um ensino e aprendizagem ainda mais eficiente. Que eles

possam compreender, elaborar, raciocinar, discutir,..., enfim, compreender o que está em estudo e qual a importância desse estudo em seus cotidianos.

Desenvolvimento

Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

Este plano de trabalho tem por **objetivo**:

- Abordar um pouco da História da Análise Combinatória;
- Apresentar / explorar / diferenciar /exemplificar: princípios Aditivo e Multiplicativo;
- Verificar Fatorial: definição, propriedades e operações;
- Apresentar / explorar / diferenciar /exemplificar: Permutação, Arranjo e Combinação;
- Promover discussões que façam os estudantes conjecturarem e, em seguida, comprovarem suas opiniões, visando uma aprendizagem significativa;

Metodologia:

Inicialmente, para a elaboração/discussão das Atividades propostas, a turma será dividida em grupos de 02 (dois) estudantes. A seguir, será feita a distribuição dos materiais (apostilas, canetas, lápis...) e a apresentação (com data show) do tema em pauta.

1ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos) :

- Apresentação dos objetivos; (tempo estipulado: 5 minutos)
- Abordagem histórica sobre a Análise Combinatória em sala de aula (data show); (tempo estipulado: 5 minutos)
- Apresentação da Atividade 1 “Princípios Aditivo e Multiplicativo”. Cada Grupo terá em sua posse 02 (duas) canetas (preta e vermelha) e 03 (três) lápis coloridos (verde, preto e azul) para a exemplificação dos Princípios em tela. Além disso, cada Grupo irá construir e apresentar 01 (um) exemplo contendo Princípio Aditivo e Multiplicativo, ou seja, constroem novas possibilidades (novos exemplos de contagem); (tempo estipulado: 40 minutos);

2ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos)

- Resolução da Atividade 2 e construção (pelos estudantes) de novas possibilidades (exemplos); (tempo estipulado: 50 minutos)

3ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos)

- Resolução das Atividades 3 e 4 e construção (pelos estudantes) de novas possibilidades (exemplos); (tempo estipulado: 50 minutos)

4ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos)

- Apresentação de “Fatorial” e resolução dos Exercícios propostos pela Atividade 5; (tempo estipulado: 50 minutos)

5ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos)

- Apresentação de “Permutação Simples e Arranjos Simples”. Atividades 6 e 7; (tempo estipulado: 50 minutos)

6ª aula (1 tempo de aula com 50 minutos)

- Apresentação de “Combinação Simples”. Atividade 8; (tempo estipulado: 50 minutos)

7ª e 8ª aulas (2 tempos de aula com 50 minutos cada: total de 100 minutos)

- Resolução dos Exercícios propostos pela Atividade 9; (tempo estipulado: 100 minutos)

9ª e 10ª aulas (2 tempos de aula com 50 minutos cada: total de 100 minutos)

- Resolução dos Exercícios propostos pelos Objetos de Aprendizagem disponíveis na Atividade 10; (tempo estipulado: 100 minutos)

Material total: apostilas contendo o conteúdo e as Atividades, canetas (preta e vermelha), lápis coloridos (verde, preto e azul), data show e computador com acesso à internet (salas de aula e informática).

Tempo total: 10 (dez) aulas ou 10 (dez) tempos de aula.

Pré-requisitos: não há.

Avaliação: será somativa e terá por base as Atividades 5, 9 e 10.

Abordagem Histórica

Foi a necessidade de calcular o número de possibilidades existentes nos chamados jogos de azar que levou ao desenvolvimento da Análise Combinatória, parte da Matemática que estuda os métodos de contagem. Esses estudos foram iniciados já no século XVI, pelo matemático italiano Niccollo Fontana (1500-1557), conhecido como Tartaglia. Depois vieram os franceses Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623-1662). A Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar, de uma forma indireta, o número de elementos de um conjunto, estando esses elementos agrupados sob certas condições.

(Fonte: <http://www.algosobre.com.br/matematica/analise-combinatoria.html>)

Como surgiu a Analise Combinatória?

Da necessidade que os homens tiveram em **calcular maneiras seguras** de ganhar em certos **jogos de azar**.

Tais como:

Baralho, Dados e Moedas



(Fonte: Plataforma do Curso)

Atividade 1

Maria possui 02 (duas) canetas (**vermelha** e **preta**) e 03 (três) lápiz coloridos (**verde**, **preto** e **azul**) .

a) Supondo que ela só possa escolher um objeto, de quantas maneiras distintas ela poderá escolhê-lo? (princípio aditivo)

São $2 + 3 = 5$ tipos, ou seja, Maria poderá escolher de 5 maneiras distintas o seu objeto.

b) Supondo, agora, que ela deseja escolher uma caneta e um lápis, ou seja, fazer pares, de quantas maneiras distintas ela poderá escolhê-los? (princípio multiplicativo)

Canetas: **C_{vm}** (caneta **vermelha**) e **C_p** (caneta **preta**);

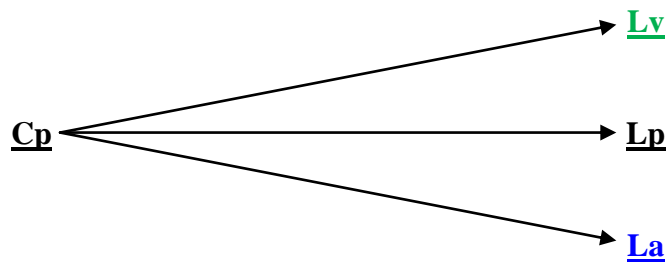
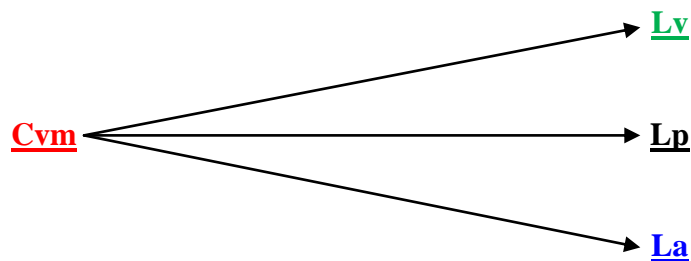
Lápis: **L_v** (lápiz verde), **L_p** (lápiz preto) e **L_a** (lápiz azul).

Vejam!

Para **C_{vm}** temos três pares: **C_{vm}** e **L_v** ; **C_{vm}** e **L_p**; **C_{vm}** e **L_a** .

Para **C_p** temos três pares: **C_p** e **L_v** ; **C_p** e **L_p**; **C_p** e **L_a** .

Conclusão: $2 \text{ (canetas)} \times 3 \text{ (lápiz)} = 6 \text{ pares}$.



Atividade 2

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair.

Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:



1. Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?
2. Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?

(Exemplo retirado do Roteiro 1, disponível na Plataforma do Curso)

Atividades 3 e 4

USANDO APENAS O 0 (zero) E O 2 (dois), PELO MENOS UMA VEZ CADA UM, ESCREVI TODOS OS POSSÍVEIS NÚMEROS DE 4 ALGARISMOS. NO TOTAL, ESCREVI:

Alternativa	Opção
A) 6 NÚMEROS	<input type="checkbox"/>
B) 7 NÚMEROS	<input type="checkbox"/>
C) 8 NÚMEROS	<input checked="" type="checkbox"/>
D) 9 NÚMEROS	<input type="checkbox"/>

RESOLUÇÃO!

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{1} & \times & \underline{2} & \times & \underline{2} & \times & \underline{2} & = & 8 \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \\ \text{(Somente o algarismo "2")} & & \text{(duas opções: 0 e 2)} & & \text{(duas opções: 0 e 2)} & & \text{(duas opções: 0 e 2)} & & \end{array}$$

Vejam os números!

2000, 2002, 2020, 2022

2200, 2202, 2220, 2222



Fonte: Agência Estado

Resposta do item 4.

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{10}{8} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{10}{6} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{4} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{2}$$

= 90.000.000 possibilidades

(Exemplo retirado do Roteiro 2, disponível na Plataforma do Curso)

Demais Posições: todos os algarismos, ou seja, do “0” ao “9”.

Atividade 5

FATORIAL

Seja n um número inteiro não negativo. Definimos o fatorial de n (indicado pelo símbolo $n!$) como sendo:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times [n - (n-1)]$$

Exemplos:

Para $n = 2$

$$2! = 2 \times (2-1) = 2 \times 1 = 2$$

Para $n = 3$

$$3! = 3 \times (3-1) \times (3-2) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Para $n = 0$, teremos : $0! = 1$.

Para $n = 1$, teremos : $1! = 1$

Outros exemplos:

a) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

b) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

c) observe que $6! = 6.5.4!$

d) $10! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1$

e) $10! = 10.9.8.7.6.5!$

f) $10! = 10.9.8!$

Operações com Fatorial

ADICÃO

$$2! + 3! = (2 \times 1) + (3 \times 2 \times 1) = 2 + 6 = 8$$

SUBTRAÇÃO

$$3! - 2! = (3 \times 2 \times 1) - (2 \times 1) = 6 - 2 = 4$$

MULTIPLICAÇÃO

$$3! \times 2! = (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 6 \times 2 = 12$$

DIVISÃO

$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$$

EXERCÍCIOS

1. Calcule:

a) $3! =$

b) $4! =$

c) $3! + 0! =$

d) $3! - 0! =$

e) $4! \times 2! =$

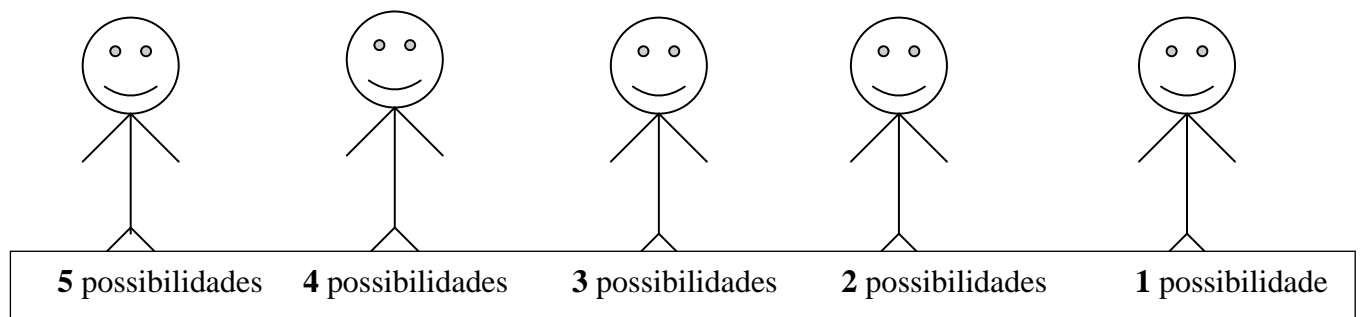
f) $\frac{9!}{8!} =$

g) $\frac{n!}{(n-1)!} =$

Atividades 6 e 7

PERMUTAÇÕES SIMPLES

São agrupamentos distintos entre si apenas pela ordem de seus elementos, sem haver repetição entre eles. Exemplo: as 5 pessoas de um grupo serão dispostas em fila. De quantas maneiras isso pode ser feito?



Considerando os **n** elementos de um grupo, para formar agrupamentos com **p** elementos, de acordo com o caso, teremos: número de permutações simples: **$P_n = n!$**

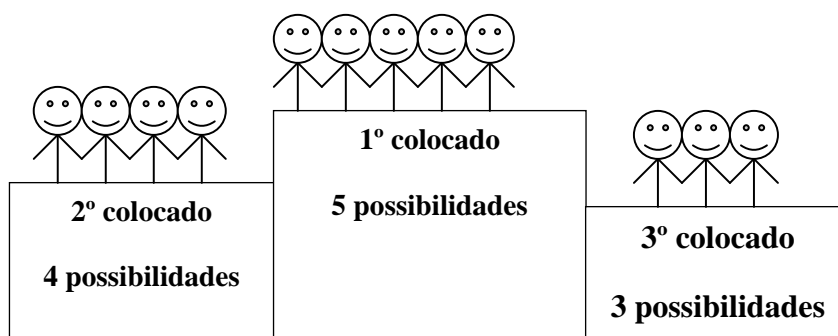
$$P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

ARRANJOS SIMPLES

São agrupamentos distintos entre si pela ordem ou pela natureza de seus elementos, sem haver repetição entre eles. Exemplo: as 5 pessoas de um grupo disputarão, em iguais condições, uma corrida. De quantas maneiras podem ser obtidos os três primeiros colocados ao final da corrida?

Obs: a Permutação é um caso especial de arranjo.

Pelo princípio multiplicativo temos: $5 \times 4 \times 3 = \mathbf{60}$ maneiras



Considerando os n elementos de um grupo, para formar agrupamentos com p elementos, de acordo com o caso, teremos:

n!

Número de arranjos simples: **A(n,p)** = _____

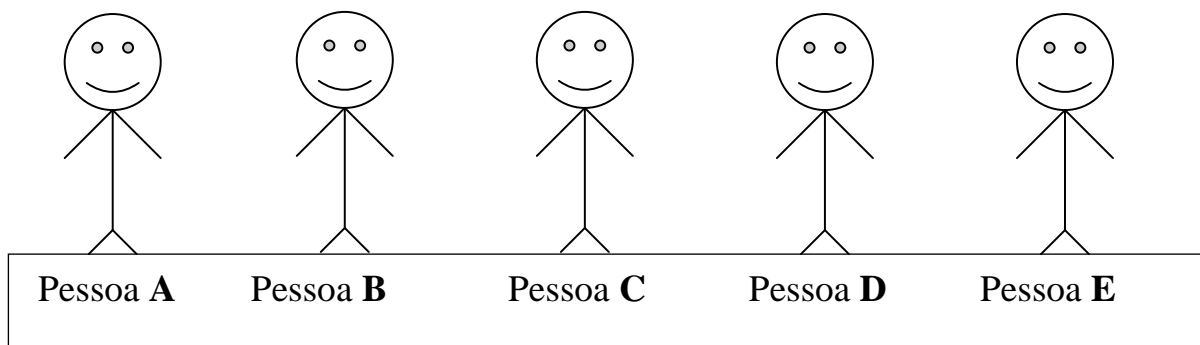
(n – p)!

$$A(n,p) = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = \mathbf{60}$$

Atividade 8

COMBINAÇÕES SIMPLES

São agrupamentos distintos entre si apenas pela natureza de seus elementos, sem haver repetição entre eles. Exemplo: dentre 5 pessoas de um grupo, serão escolhidas 3 para um grupo de estudo. De quantas maneiras isso pode ser feito?



10 (dez) combinações para o grupo de estudo. Veja:

(ABC), (ABD), (ABE), (ACD), (ACE), (ADE), (BCD), (BCE), (BDE), (CDE)

Considerando os **n** elementos de um grupo, para formar agrupamentos com **p** elementos, de acordo com o caso, teremos:

$$\text{Número de combinações simples: } C(n,p) = \frac{n!}{p! (n-p)!}$$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! (n-p)!} = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \frac{120}{6 \times 2} = \frac{120}{12} = 10$$

Atividade 9

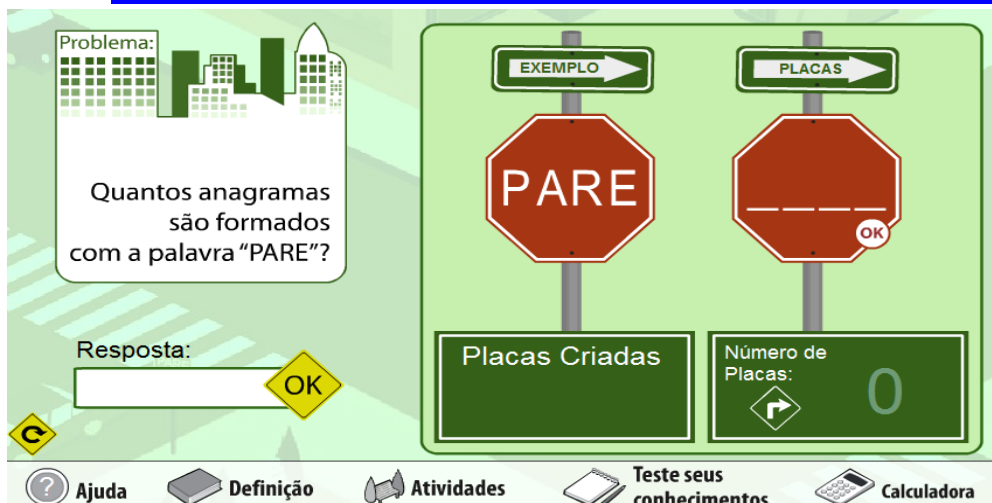
Exercícios:

1. As 4 pessoas de um grupo serão dispostas em fila. De quantas maneiras isso pode ser feito?
2. As 5 pessoas de um grupo disputarão, em iguais condições, uma corrida. De quantas maneiras podem ser obtidos os três primeiros colocados ao final da corrida?
3. Dentre 5 pessoas de um grupo, serão escolhidas 3 para um grupo de estudo. De quantas maneiras isso pode ser feito?
4. Uma cinemateca dispõe de seis filmes e oferece uma sessão dupla, na qual serão exibidos dois desses filmes: o primeiro às 16 horas, e o segundo, às 18 horas. De quantas maneiras distintas a sequência de filmes pode ser escolhida?
5. Quantos números de 4 algarismos distintos há no sistema de numeração decimal ?
6. Quantos são os anagramas da palavra LIVRO ?
7. Quantos são os anagramas da palavra ADJETIVO que começam por vogal ?
8. Quantos anagramas da palavra BRASIL começam e terminam com consoante ?
9. Em uma prova há 12 questões e cada aluno deverá escolher 10 para responder. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidas as 10 questões?
10. dispondo dos elementos do conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, quantos números de 4 algarismos distintos podemos formar ?

Atividade 10

Objetos de Aprendizagem (PERMUTAÇÃO)

Disponível em: <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/permutacao/permutacao.swf>



Objetos de Aprendizagem (ARRANJO)

Disponível em: <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Arranjo/arranjo.swf>



Objetos de Aprendizagem (COMBINAÇÃO)

Disponível em: <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Combinacao/combinacao.swf>



Fontes de Consulta (Referências Bibliográficas)

- <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/permutacao/permutacao.swf>
- <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Arranjo/arranjo.swf>
- <http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Combinacao/combinacao.swf>

- Plataforma do Curso “Formação Continuada em Matemática” SEEDUC – RJ – 3º ano 1º Bimestre.
- Roteiros de Ações (1 ao 5) - Curso “Formação Continuada em Matemática” SEEDUC – RJ – 3º ano - 1º Bimestre.