FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL PROFESSORA ALVINA VALÉRIO DA SILVA

PROFESSOR: GABRIEL NOGUEIRA

MATRÍCULA: 09403957

SÉRIE: 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

GRUPO: 3

TUTORA: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

Avaliação do Plano de Trabalho

PT1 – Análise Combinatória

Gabriel Leite Nogueira

gabriel-professor@hotmail.com

Março 2013

Pontos Positivos

A adaptação de temas usuais aos alunos em questões de resoluções com assuntos que eles tenham além de conhecimento, a possibilidade de ver os experimentos e perceber a eficiência e simplificação de resultados obtidos através do uso da matemática.

Pontos Negativos

Não relacionado ao material ou mesmo a sua aplicação um ponto negativo ainda é o desinteresse e falta de perspectiva da grande maioria dos alunos que ainda não percebera que através da educação poderemos estar ampliando nosso horizontes e crescendo.

Alterações

Alterações sempre serão bem vinda e creio que a maior e sempre a cada vez mais necessária e crescente adaptação de questões mais atuais e que se enquadrem nos requesitos das avaliações externas, costumo disser aos meus alunos que não ensinamos matemática para nossa prova e sim para qualquer utilização da matemática de foram a possibilitar as resoluções de problemas de forma autônoma.

Impressões dos alunos

Os alunos tem podido contemplar um ensino de matemática aplicável e de forma a integrarem um significado maior em sua aprendizagem.

A utilização de exercícios das avaliações externas e ENEM, facilitam a observação de contextualização dos temas abordados em cada bimestre.

Introdução

Neste plano de trabalho iremos abordar o conteúdo relativo a combinatória ou análise combinatória.

Iniciamos com o que é a análise combinatória, situações problemas de contagem, suas áreas e aplicações, através de problemas que nos conduzirão as fórmulas e suas aplicações.

Visando aplicar o tema a resolução de problemas de contagem, possibilidades, o que nos levará a outros conteúdos como probabilidade.

Estratégias adotadas no plano de trabalho

Partindo de situações que nos arremetem a contar objetos, ou possibilidades de agrupamentos, conduziremos nossos alunos a um aprendizado significativo, levando-os a entender as aplicações do tema foco, e não somente reproduzir uma fórmula previamente determinada.

Pré-requisitos

- Operações fundamentais matemáticas
- Interpretação de dados
- Análise matemática de situações problemas que se aplicam a contagem.

Tempo de Duração

4 semanas

Recursos Educacionais Utilizados

- Interação dos alunos em um debate coordenado
- Aula expositiva
- Slides de atividades
- Exercícios de fixação

Metodologia adotada

Como o data-show, através de slides, as situações problemas que conduzirão nossas atividades serão apresentadas, provocando as interações dos alunos, o docente deverá conduzir seus alunos a resoluções diversas, demonstrando a opção correta e as possíveis incorretas.

Desenvolvimento

Como conhecemos que a análise combinatória é a arte matemática de contar, ou agrupar, e que através dela se tem um estudo mais elaborado de probabilidades de eventos, determinaremos o que será o alvo de nosso estudo em primeira parte, o estudo das contagem e agrupamentos de forma sistemática de objetos, pessoas, ou conjuntos quaisquer.

Análise combinatória é um estudo realizado na matemática e na lógica, responsável pela análise das possibilidades e das combinações. Observe alguns exemplos de exercícios que são resolvidos utilizando análise combinatória.

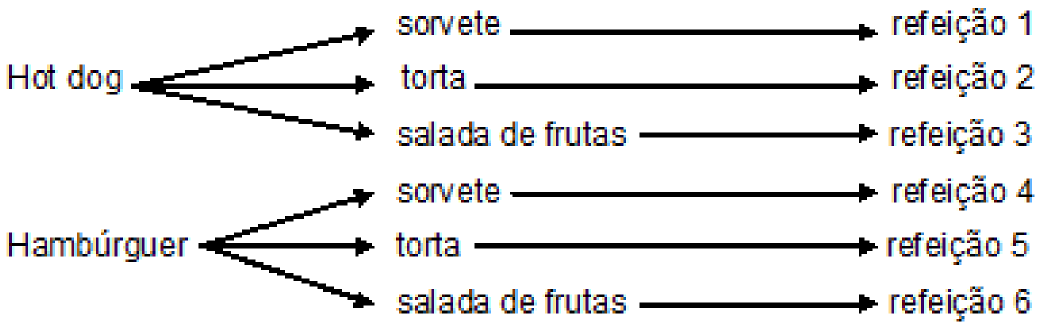
1ª) Uma lanchonete oferece a seus clientes apenas dois tipos de sanduíche: *hot dog* e *hambúrguer*. Como sobremesa há três opções: sorvete, torta ou salada de frutas.

Quantas possibilidades para uma pessoa fazer uma refeição incluindo um sanduíche e uma sobremesa?

Pelo enunciado podemos determinar as refeições possíveis da seguinte maneira:

1 - *hot dog* / sorvete
2 - *hot dog* / torta
3 - *hot dog* / salada de frutas
4 - *hambúrguer* / sorvete
5 - *hambúrguer* / torta
6 - *hambúrguer* / salada de frutas

Podemos ainda determinarmos de forma mais simplificada essas possibilidades. Observe:



Esse esquema é conhecido como diagrama de possibilidades ou árvore de possibilidades, pois, as opções são como ramos dessa árvore, onde cada ramo determinará uma dentre as opções buscadas.

Podemos observar que fazer uma refeição completa representa uma ação constituída de duas etapas sucessivas:

1ª escolha do tipo de sanduíche

2ª escolha da sobremesa

Assim sendo a realização da ação de duas etapas sucessivas pode ser feita pela multiplicação entre as opções de cada uma das etapas.

2 x 3 = 6

Temos então que se pode realizar 6 refeições distintas.

PFC Princípio Fundamental da Contagem

Suponha que uma ação seja constituída de duas etapas. A 1ª etapa pode ser realizada de n maneiras distintas, e na 2ª etapa de m maneiras distintas, logo o número de possibilidades dessa ação é n x m. Podendo generalizar essa ação com quantas etapas forem realizadas sucessivamente.

Se quiser saber quantos números de quatro algarismos são formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9, é preciso aplicar as propriedades da análise combinatória.

a) sem distinção 8 x 8 x 8 x 8 = 4.096

b) distintos 8 x 7 x 6 x 5 = 2.352

Um homem possui cinco camisas, quatro calças, três paletós e dois pares de sapatos. De quantos modos diferentes ele pode se vestir?
5 x 4 x 3 x 2 = 120

Possibilidades Matemáticas

O estudo das possibilidades Matemáticas está ligado à análise combinatória, que tem grande aplicabilidade no cotidiano, abordando diversos campos de estudo, como a programação de computadores, realização de experiências, biologia molecular, economia, estatística, para o bom funcionamento de uma empresa, estudos lógicos entre outros.

Sabendo da importância das possibilidades, os conteúdos relacionados devem ser apresentados no Ensino Médio pelo professor de Matemática, que tem a responsabilidade de transmitir o conhecimento de forma contextualizada e interdisciplinarizada. A introdução a tal conteúdo requer situações claras e objetivas, observe o modelo a seguir:

Uma lanchonete oferece sanduíches de frango, atum, salada e queijo, e sucos nos sabores de laranja, uva, morango e goiaba. Por um preço único, o cliente deve escolher uma combinação envolvendo um tipo de sanduíche e um sabor de suco. Dessa forma, vamos analisar quais são as possibilidades de fazer um lanche.

O professor deve comentar com o aluno que existem quatro possibilidades de sanduíche e quatro de sucos. Para isso, organize os sabores dos sanduíches e dos sucos da seguinte forma: frango (F), atum (A), salada (S), queijo (Q), morango (M), laranja (L), uva (U), goiaba (G).

Para ter maior clareza no entendimento, represente a situação utilizando um diagrama, conhecido como árvore das possibilidades. Veja:

Ex:

Sanduíche	Sucos	Lanche
Frango	Morango	*(F, M)*
	Laranja	*(F, L)*
	Uva	*(F, U)*
	Goiaba	*(F, G)*
Atum	Morango	*(A, M)*
	Laranja	*(A, L)*
	Uva	*(A, U)*
	Goiaba	*(A, G)*
Salada	Morango	*(S, M)*
	Laranja	*(S, L)*
	Uva	*(S, U)*
	Goiaba	*(S, G)*
Queijo	Morango	*(Q, M)*
	Laranja	*(Q, L)*
	Uva	*(Q, U)*
	Goiaba	*(Q, G)*

Observe que na árvore das possibilidades cada combinação de lanche é um par ordenado, onde o 1º elemento corresponde aos sanduíches e o 2º elemento ao sabor do suco. Partindo dessa ideia, construa dois conjuntos: sanduíches {F, A, S, Q} e sucos {M, L, U, G}, sendo o número de possibilidades o produto cartesiano entre os conjuntos.

O número de combinações para o lanche será dado por 4 * 4 = 16 possibilidades.

O exemplo apresentado serve como ferramenta auxiliar, ficando a critério do profissional outras metodologias, buscando o melhor entendimento por parte do aluno.

Observemos agora que há combinações que não podemos analisar unicamente com o princípio multiplicativo.

Ex:

Com grupo de 4 pessoas, quantas duplas podemos formar?

1ª análise – através do principio multiplicativo 4 x 3 = 12

Porém se analisarmos mais profundamente, perceberemos que não é a resposta correta.

Digamos que essas pessoas sejam Ana, Beatriz, Carlos e Duda, representados respectivamente por A, B, C e D.

AB, AC, AD, BC, BD, CD temos somente 6, porquê?

Simples...

Pois quando analisamos pelo princípio multiplicativo a ordem nos importa, é como de AB fosse uma formação e BA fosse outra formação.

Para esse tipo de agrupamento utilizaremos o que chamamos de combinação que é quando a ordem dos elementos do grupo não interfere na formação do grupo em si, já que a dupla Ana e Beatriz é a mesma dupla de Beatriz e Ana.

Para tal agrupamento necessitaremos de conhecer um elemento matemático que chamamos de fatorial (!).

<u>Fatorial</u>

O fatorial de um número **n** (n pertence ao conjunto dos números naturais) é sempre o produto de todos os seus antecessores, incluindo si próprio e excluindo o zero. A representação é feita pelo número fatorial seguido do sinal de exclamação, **n!** . Exemplo de número fatorial:

6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720

Importante: n >= 0 (n maior ou igual a zero) , ou seja, não existe fatorial para números negativos.

* O fatorial de 0 (**0!**) é 1, pois **o produto de número nenhum é 1**.

O numero fatorial pode ser modificado para outras formas:

n! = n . (n-1) . (n-2) . (n-3)!

Exemplo:

6! = 6 . (6-1) . (6-2) . (6-3)!

6! = 6 . 5 . 4 . 3!

6! = 120 . 3!

6! = 120 . 3 . (3-1) . (3-2)!

6! = 120 . 3 . 2 . 1!

6! = 120 . 6 = 720

<u>Divisão de fatoriais</u>

A divisão de fatoriais acontece bastante em análise combinatória. Observe:

$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n\,.\,(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{n\,.\,\cancel{(n-1)}!}{\cancel{(n-1)}!} = n$$

$$\frac{(n+5)!}{(n+4)!} = \frac{(n+5)\,.\,(n+4)!}{(n+4)!} = \frac{(n+5)\,.\,\cancel{(n+4)}!}{\cancel{(n+4)}!} = n+5$$

Após a aplicação através de PFC por que não demonstrar as fórmulas de arranjo e permutação ainda que pouco se necessite empregá-las.

Podemos ainda elucidar com alguns exemplos.

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$P_n = A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

Combinação

Dado um conjunto A com *n* elementos distintos, chama-se combinação dos *n* elementos de A, tomados *K* a *K*, a qualquer subconjunto de A formado por *K* elementos.

$$C_{n,k} = \frac{A_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\ , \ n \geq k$$

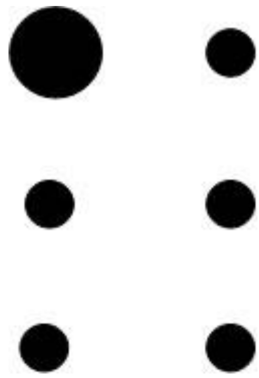
Atividade para introdução do conteúdo de combinação

Separar a turma em grupo de 5 a 6 componentes e pedi-los que formem todas as duplas possíveis entre si, partindo daí a formulação de combinação virá naturalmente.

Curiosidade de análise combinatória

A Matemática no Método Braille

O sistema Braille é um método de leitura para cegos inventado pelo francês Louis Braille. O método consiste em um alfabeto de pontos em relevo, que são organizados em uma tabela com três linhas e duas colunas formando um retângulo, onde pelo menos um se destaca em relação aos demais. As combinações desses pontos dispostos estão relacionados a símbolos que representam letras simples e acentuadas, pontuações, símbolos, notas musicais, sinais algébricos entre outros, propiciando ao deficiente visual a leitura e escrita de qualquer texto. Por exemplo, a letra A é representada pela seguinte combinação:



Devido a esse tipo de configuração, o método admite um número finito de caracteres, pois os pontos em relevo são posicionados em diferentes lugares, dando a ideia das seguintes combinações:

Combinação de seis pontos agrupados um a um – C6,1

$$C_{6,1} = \frac{6!}{1!(6-1)!} = \frac{6 * 5!}{5!} = 6$$

Combinação de seis pontos agrupados dois a dois – C6,2

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 * 5 * 4!}{2!4!} = \frac{6 * 5}{2 * 1} = 15$$

Combinação de seis pontos agrupados três a três – C6,3

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 * 5 * 4 * 3!}{3!3!} = \frac{120}{6} = 20$$

Combinação de seis pontos agrupados quatro a quatro – C6,4

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6 * 5 * 4!}{4!2!} = \frac{30}{2} = 15$$

Combinação de seis pontos agrupados cinco a cinco – C6,5

$$C_{6,5} = \frac{6!}{5!(6-5)!} = \frac{6*5!}{5!1!} = 6$$

Combinação de seis pontos agrupados seis a seis – C6,6

$$C_{6,6} = \frac{6!}{6!(6-6)!} = \frac{6!}{6!} = 1$$

O número de caracteres que podem ser representados pelo alfabeto Braille é a soma das combinações *C6,1 + C6,2 + C6,3 + C6,4 + C6,5 + C6,6 = 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 =* ***63*** possíveis caracteres.

Exercícios:

1) Há quatro estradas ligando as cidades A e B, e três estradas ligando as cidades B e C.De Quantas maneiras distintas pode-se ir de A a C, passando por B?

2) Com os algarismos 1,2,3,4,5 e 6, quantos números dentre os algarismos *distintos* podemos formar?

3) Uma prova consta de 10 questões do tipo v ou F. De quantas maneiras *distintas* ela pode ser resolvida?

4) Quantos números de três algarismos podemos formar com os algarismos 0,1,2,3,4,5,6 e 7?

5) Quantos números ímpares de três algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0,1,2,3,4,5,6 e 7?

6) Uma cinemateca dispõe de seis filmes e oferece uma sessão dupla, na qual serão exibidos dois desses filmes: o primeiro às 16 horas, e o segundo às 18 horas. De quantas maneiras distintas a sequencia de filmes pode ser escolhida?

7) Uma pesquisa deseja fazer a ordem de preferência os três maiores ídolos no esporte do Brasil. Quantas respostas diferentes são possíveis se a cada entrevistado é apresentada uma lista com o nome de 20 esportistas?

8) Qual é o número de **anagrama* da palavra **LIVRO**?

anagrama* - é uma espécie de jogo de palavras, resultando do rearranjo das letras de uma palavra ou frase para produzir outras palavras, utilizando todas as letras originais exatamente uma vez. Um exemplo conhecido é o nome da personagem ***Iracema*, claro anagrama de ***América***

http://pt.wikipedia.org/wiki/Anagrama

9) Considere os anagramas da palavra Brasil:

a) Quantos são?

b) Quantos começam pela letra B?

c) Quantos começam por vogal?

10) Um pizza oferece 15 tipos de sabores de pizza a seus clientes.

a) De quantas maneiras uma família pode escolher três desses sabores?

b) Suponhamos, agora, que uma família sempre opte por mussarela. Como poderão escolher os outros sabores?

11) Uma classe tem 15 alunos, sendo 9 meninos e 6 meninas.

a) Quantas comissões de dois meninos e duas meninas podem ser formadas?

b) Quantas comissões de quatro pessoas têm pelo menos um menino?

Observemos que os exercícios são direcionados por ordem de dificuldade, o que nos possibilitará além de trabalharmos os conteúdos avaliar nas próprias atividades o desenvolvimento da turma e de alunos individualmente, em consonância com a quantidade de exercícios que conseguiram responder ou não; e em qual etapa de resolução houve as maiores dificuldades, para então focarmos o trabalho de ensino metodológico sobre os itens em que houve dificuldade seja de resolução ou interpretação.

Avaliação

A avaliação será efetuada com os próprios alunos relacionando suas indagações com o conteúdo aplicado, tendo em mente que essa aula visa abordar o assunto a ser tratado.

A lista de exercícios aplicada será parte integrante da avaliação não por pontuação e sim pela facilidade do docente está visualizando a dificuldade do coletivo e individual.

Com teste bimestral e com aplicação do saerjinho que tem sido aplicado bimestralmente, e tem abordado os assuntos envolvidos no bimestre estudado pelo currículo mínimo.

Os Slides

Os slides que estão em anexo são parte integrante da explanação dos conteúdo, pois, serão parte importante no debate coordenado e obtenção das formulas partindo dos exemplos práticos e situações que os roteiros de ação nos propiciaram.

Combinatória

A necessidade de contar o número de possibilidades de realizar determinada tarefa é muito importante na tomada de decisão em nosso cotidiano.

- Você poderia listar pelo menos duas situações em que isso acontece?

____

____

____

____

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair.

Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:

3 calças 3 camisas 6 pares de sapato

Após a sugestão de Pedro, Deise decidiu qual roupa usar e o casal saiu para comemorar o aniversário de Pedro. Eles escolheram jantar no Restaurante Coma Feliz.

Ao chegarem nesse restaurante, um garçom lhes forneceu o cardápio que apresentava três tipos de pratos: Carnes, Lasanhas e Massas. Veja a seguir as opções do cardápio desse restaurante:

	Tipos de Pratos	
Carnes (Arroz, feijão, farofa)	Lasanha (Salada)	Massas
Filé mignon	Frango	Ravioli
Alcatra ao molho	Bolonhesa	Espaguete
Contra filé ao molho	4 queijos	Fusilli
Carne assada	Palmito	Canelone
Chuleta na brasa		Capelete
Picanha acebolada		
Bife à role		

	Composição	
Acompanhamento	Sobremesa	Bebida
Batata Frita	Sorvete de Morango	Suco de Maracujá
Nhoque	Sorvete de Chocolate	Suco de Laranja
Salada de Maionese	Sorvete Napolitano	Suco de Uva
Purê de Batata	Sorvete de Creme	Suco de Acerola
Purê de Aipim	Sorvete de Flocos	Suco de Melancia
Salada de Feijão Fradinho	Pudim	Refrigerante de Cola
	Mousse de Limão	Refrigerante de Limão
	Mousse de Maracujá	Refrigerante de Laranja
	Mousse de Chocolate	Refrigerante de Uva
	Pavê de Chocolate	Refrigerante de Guaraná
		Chopp
		Água Mineral

Deise escolheu comer lasanha acompanhada de uma bebida e um pudim.

3 - De quantas maneiras diferentes Deise pode fazer sua escolha?

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.

CBN
A RÁDIO QUE TOCA NOTÍCIA
SÃO PAULO

COMENTARISTAS BOLETINS EDITORIAS

QUARTA, 25/07/2012

Celulares de São Paulo terão um dígito a mais a partir do próximo domingo

Telefones de todas as operadoras da Região Metropolitana de SP e municípios pertencentes à área com DDD 11 terão de acrescentar o algarismo 9 antes do atual número.

Telefone celular modelo Nokia 6280
(Foto: Wikimedia)

1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

Referências Bibliográficas

Análise Combinatória

http://www.brasilescola.com/matematica/analise-combinatoria.htm

http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/possibilidades-matematicas.htm

Acesso em: fevereiro de 2013

Fatorial

http://www.infoescola.com/matematica/fatorial/

Acesso em: fevereiro de 2013

Método Braille

http://www.brasilescola.com/matematica/a-matematica-no-metodo-braille.htm

Acesso em: fevereiro de 2013

IEZZI, Gelson. Matemática Ciência e Aplicações. São Paulo: Editora Sarayva, 2010. Volume 1.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto e Aplicações: Editora Ática, 2011. Volume 1.