

## **AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Pontos positivos:

O passo a passo das atividades levando os alunos a construírem os conceitos sem dar peso ao uso de fórmulas, a maneira serena de colocar os conteúdos partindo das situações sugeridas e a percepção das diferentes situações e diferentes soluções, trabalhar com temas do interesse dos alunos, tudo isso foi positivo, os alunos foram conhecendo as temas de modo gradativo, o que resultou num bom aprendizado.

Pontos negativos:

Nesse plano faltou o uso das equações envolvendo os agrupamentos, foram valorizados os problemas, penso que devo incluí-las em uma lista de exercícios.

Alterações:

A alteração seria apenas enriquecer o plano com uma boa lista de exercícios de reforço e prática das variadas situações que envolvem contagens, o que, aliás, já foi citado no plano, na introdução.

Impressões dos alunos:

Os alunos gostaram de resolver os problemas sem fazer uso de fórmulas, usaram o princípio multiplicativo e o aditivo. Usamos também o fatorial para auxiliar os cálculos de permutações, os alunos tiveram um bom desempenho nas atividades propostas, até alunos que não se interessam pelos conteúdos em geral, mostraram interesse no tema.

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO  
CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO: Colégio Estadual Mauricio de Abreu**

**PROFESSOR: Lucineia Maria da Costa Pereira Araújo**

**MATRÍCULA: 0891518-3 e 0916522-6**

**SÉRIE: 3º Ano**

**TUTOR (A): Susi Cristine Britto Ferreira**

**GRUPO: 3**

## **PLANO DE TRABALHO SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Lucineia Maria da Costa Pereira Araújo

lucneia\_m@hotmail.com

### **1. Introdução:**

Em diversas áreas da vida estão presentes as situações de contagem, desse modo este plano visa trabalhar o tema Análise Combinatória, partindo de situações práticas do cotidiano do aluno, para que ele perceba as diferentes técnicas a serem utilizadas em cada caso.

As atividades visam à construção do conhecimento a partir das conclusões dos alunos após séries de observações e comparações, levando-os a fazer as generalizações necessárias, sem fazer uso exaustivo de fórmulas, valorizando mais o raciocínio lógico, garantindo um estudo eficiente do assunto e ainda deixando claro que só as fórmulas por si só, não resolvem a maioria dos problemas, e que um simples raciocínio multiplicativo pode, com melhor aproveitamento para a aprendizagem da Matemática, resolver problemas mais gerais, conforme orienta o texto Repensando a Análise Combinatória, disponível na plataforma do curso de Formação Continuada.

A introdução será feita através de uma situação a simples do cotidiano de todo jovem, que é a escolha de roupas para sair e os diferentes pratos de um jantar. A atividade traz uma breve reflexão sobre contagens e questões relacionadas às opções que os envolvidos têm para suas escolhas. Após essa atividade vamos formalizar o conceito do princípio multiplicativo. As demais atividades desse plano seguirão o mesmo critério, tentando sempre ao final formalizar os conceitos envolvidos construindo um pequeno texto com a colaboração dos alunos ou fazendo uso do livro didático adotado na escola, nesse caso, Matemática Paiva, volume 2.

As atividades aqui propostas são para entendimento dos assuntos, porém outras questões de fixação e reforço serão propostas para realização em aula quando houver tempo, ou como tarefa de casa.

## 2. Desenvolvimento

### Atividade 1: Comemorando o aniversário de Pedro.

- **Pré-requisitos:**

Não há

- **Tempo de Duração:**

100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Quadro branco e folha de atividade.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em duplas.

- **Objetivos:**

Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.

- **Habilidades Relacionadas**

Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

- **Metodologia adotada:**

A necessidade de contar o número de possibilidades de realizar determinada tarefa é muito importante na tomada de decisão em nosso cotidiano.

Você poderia listar pelo menos duas situações em que isso acontece?

---

Agora que você já tem a ideia de que tipos de situações são possíveis resolver por meio de contagem, vamos resolver as situações abaixo.

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair. Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:

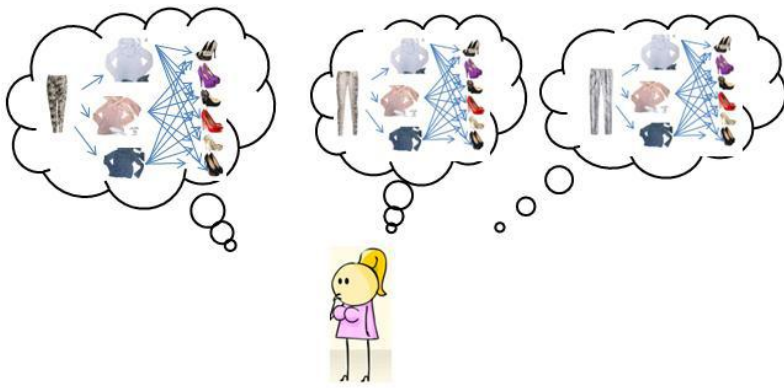


3 calças

3 camisas

6 pares de sapato

1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?



---

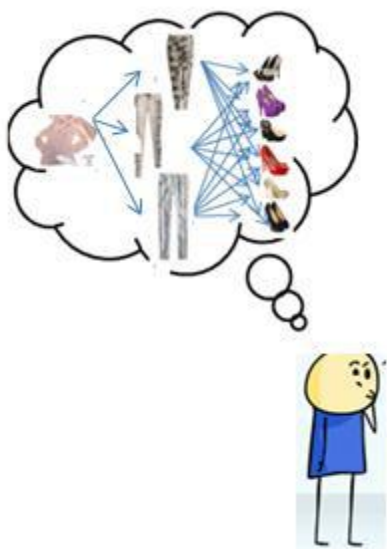
---

---

---

Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa. Pediu a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?



---

---

---

---

Após a sugestão de Pedro, Deise decidiu qual roupa usar e o casal saiu para comemorar o aniversário de Pedro. Eles escolheram jantar no Restaurante Coma Feliz.

Ao chegarem nesse restaurante, um garçom lhes forneceu o cardápio que apresentava três tipos de pratos: Carnes, Lasanhas e Massas. Veja a seguir as opções do cardápio desse restaurante:

Tipos de Pratos		
Carnes	Lasanha	Massas
(Arroz, feijão, farofa)	(Salada)	
Filé mignon	Frango	Ravioli
Alcatra ao molho	Bolonhesa	Espaguete
Contra filé ao molho	4 queijos	Fusilli
Carne assada	Palmito	Canelone
Chuleta na brasa		Capelete
Picanha acebolada		
Bife à role		

Composição		
Acompanhamento	Sobremesa	Bebida
Batata Frita	Sorvete de Morango	Suco de Maracujá
Nhoque	Sorvete de Chocolate	Suco de Laranja
Salada de Maionese	Sorvete Napolitano	Suco de Uva
Purê de Batata	Sorvete de Creme	Suco de Acerola
Purê de Aipim	Sorvete de Flocos	Suco de Melancia
Salada de Feijão Fradinho	Pudim	Refrigerante de Cola

Mousse de Limão	Refrigerante de Limão
Mousse de Maracujá	Refrigerante de Laranja
Mousse de Chocolate	Refrigerante de Uva
Pavê de Chocolate	Refrigerante de Guaraná
	Chopp
	Água Mineral

Deise escolheu comer lasanha acompanhada de uma bebida e um pudim.

3 - De quantas maneiras diferentes Deise pode fazer sua escolha?

---



---

Pedro escolheu comer uma carne, acompanhado de batata frita; uma bebida e uma sobremesa.

4 - De quantas maneiras diferentes Pedro pode fazer sua escolha?

---



---



---



---

5 - Nesse restaurante, é possível um cliente, comer um prato diferente por dia, acompanhado de uma bebida, durante um ano? Justifique sua resposta.

---



---



---

## Atividade 2: Mudanças de números de celulares

### ▪ Pré-requisitos:

Não há

### ▪ Tempo de Duração:

100 minutos

▪ **Recursos Educacionais Utilizados:**

Quadro branco e folha de atividade.

▪ **Organização da turma:**

Turma disposta em duplas.

▪ **Objetivos:**

Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.

▪ **Habilidades Relacionadas**

Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

▪ **Metodologia adotada:**

Em 2012, a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) determinou que fosse acrescentado mais um dígito em todos os telefones móveis da região metropolitana do Estado de São Paulo. Esse aumento no número de dígitos possibilitará a criação de milhões de números de celulares a mais em todo o território nacional, já que a medida, aos poucos, será adotada em todos os Estados.

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.

1. De acordo com a Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

---

---

---

---

---

---



2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

---

---

---

---

---

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

---

---

---

---

---

Leia atentamente a notícia a seguir divulgada por uma agência de notícia no Estado de São Paulo:

Fonte imagem: <http://www.anatel.gov.br>



“A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões

de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono.”

*Fonte: Agência Estado*

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

---

---

---

---

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos?

---

---

6. Uma operadora de telefonia celular de SP disponibilizou para venda em de suas lojas recém-inauguradas, todos os números de celulares com início 917, 918 e 919. Quantos números ela disponibilizou?

---

7. Desses números de celulares qual é a quantidade máxima que apresenta números com todos os dígitos diferentes?

---

---

---

---

**Obs.: É importante que o aluno identifique os tipos de agrupamentos na qual a ordem dos elementos é importante na composição de cada grupo. Vale a pena formalizar aqui essa informação com um pequeno texto produzido juntamente com eles.**

### **Atividade 3: Mudança na numeração das placas de veículos em uma cidade**

- **Pré-requisitos:**

Princípio Fundamental da Contagem.

- **Tempo de Duração:**

100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Quadro branco e folha de atividade.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em duplas.

- **Objetivos:**

Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.

- **Habilidades Relacionadas**

Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

- **Metodologia adotada:**

Atualmente automóveis de todo o país trafegam identificados por placas cujo modelo é formado por três letras e quatro números. As letras são escolhidas entre 26 disponíveis de nosso alfabeto e os algarismos são escolhidos entre os 10 que compõem o nosso sistema de numeração. Esse sistema foi implantado em 1990.

Antes desse novo sistema de emplacamento dos veículos de trânsito ser implantado em 1990, os automóveis do país utilizavam placas compostas por 2 letras e 4 números .

1. Quantas placas de automóveis, na antiga configuração, formada por 2 letras e 4 números podiam ser obtidas?

---

---

2. Explique o que levou o DENATRAN (Departamento Nacional de Transito) a acrescentar uma letra as antigas placas de transito. Essa decisão era mesmo necessária?

---

---

3. Quantas placas de automóveis podem ser obtidas a partir dessa mudança feita pelo DENATRAN?

---

---

4. Isso representa um aumento de quantas placas em relação ao número total anterior, que utilizavam 2 letras e 4 algarismos?

---

---

5. Esse aumento corresponde a quantos por centos? O que isso significa?

---

---

A regulamentação do DENATRAN estabeleceu que cada estado brasileiro possuiria uma sequência exclusiva para o primeiro emplacamento dos veículos. Para o Estado do Rio de Janeiro foi disponibilizada a seguinte sequência de numeração:

KMF 0001 até LVE 9999.

A ordem da sequência das placas é dada, seguindo da esquerda para a direita, da seguinte maneira:

“Segue-se primeiramente a ordem alfabética da placa, seguida pela ordem numérica.”

Na sequência das placas do Rio de Janeiro, por exemplo, a placa LBO 5723 vem primeiro que a placa LCA 0001.

6. De acordo com as informações anteriores, um automóvel cuja placa é LUP 1239 pode ter sido emplacada no Rio de Janeiro? Justifique sua Resposta.

7. Qual é o número máximo de veículos que o estado do Rio de Janeiro pode emplacar começando com a letra L?

---

---

---

8. Qual é o número máximo de veículos que podem ser emplacados no Estado do Rio de Janeiro?

---

---

---

#### **Atividade 4: O problema do Carteiro.**

- **Pré-requisitos:**

Princípio Fundamental da Contagem e Permutações simples.

- **Tempo de Duração:**

100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividade.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em duplas.

- **Objetivos:**

Resolver problemas que envolvem Permutações com repetição no contexto Geometria do Taxi.

- **Habilidades Relacionadas**

Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

Utilizar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo da contagem na resolução de problemas.

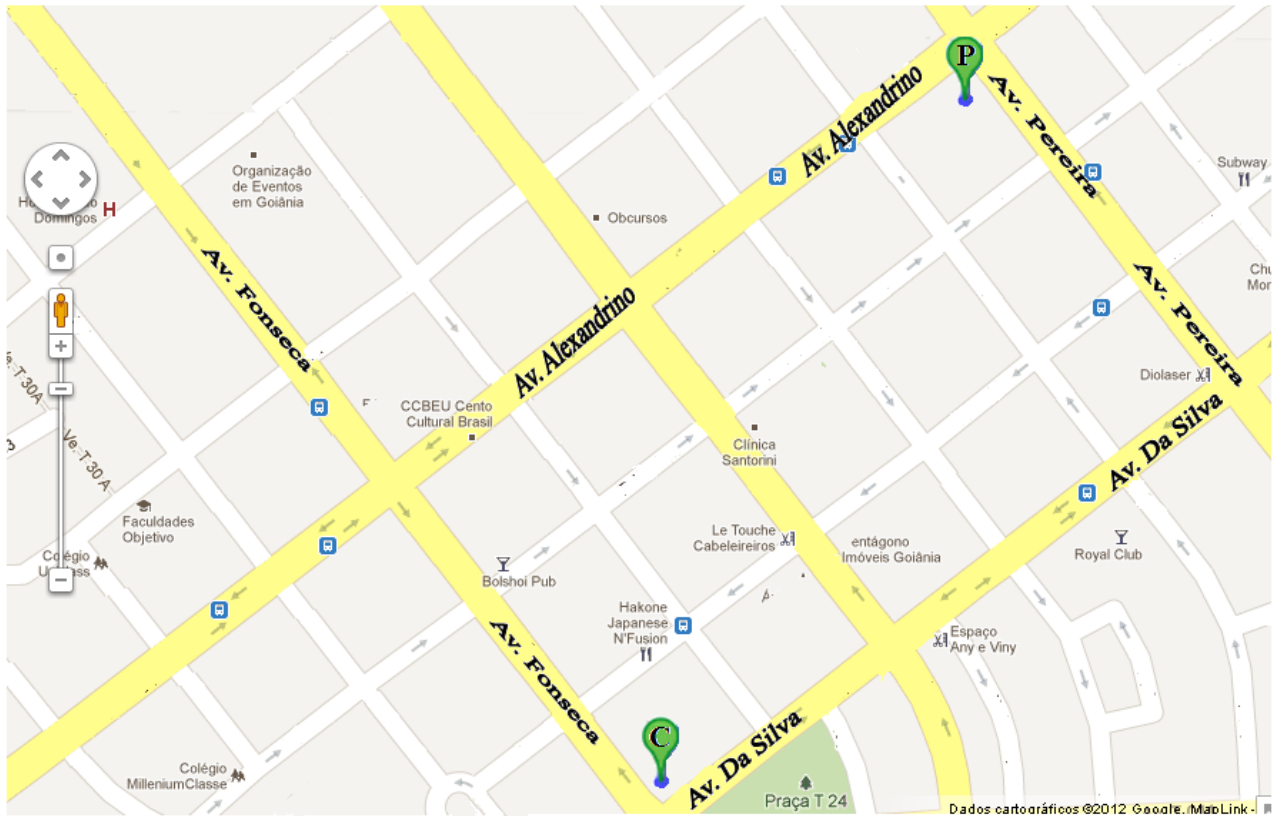
Nesse roteiro apresentamos uma atividade baseada

- **Metodologia adotada:**

Antes de iniciar a atividade é importante passar os cálculos de Fatoriais, pois esses podem facilitar a resolução das questões propostas.

## 1ª PARTE – O trajeto de Camila

O mapa a seguir apresenta as ruas e avenidas do bairro da residência de Camila. Sua casa encontra-se na esquina das Avenidas Fonseca e Da Silva. Semanalmente, Camila vai ao Supermercado Promocional que fica na esquina das Avenidas Alexandrino e Pereira. Veja o mapa a seguir.

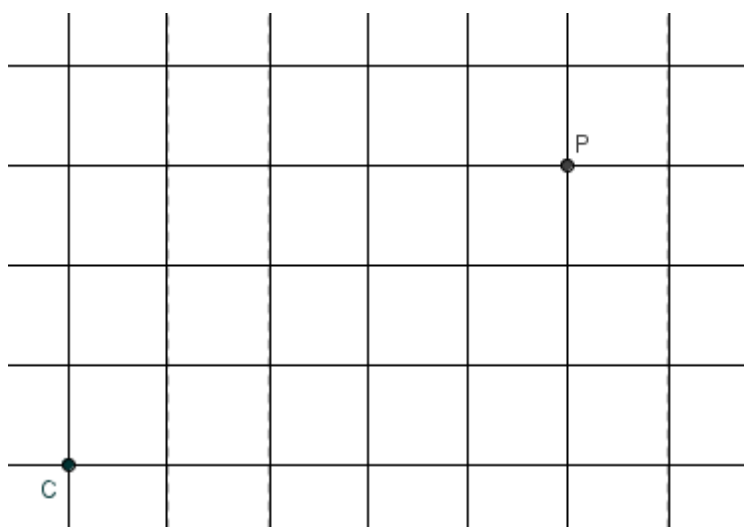


**Figura 1** - Mapa do trajeto de Camila

**Fonte:** <https://maps.google.com.br/>

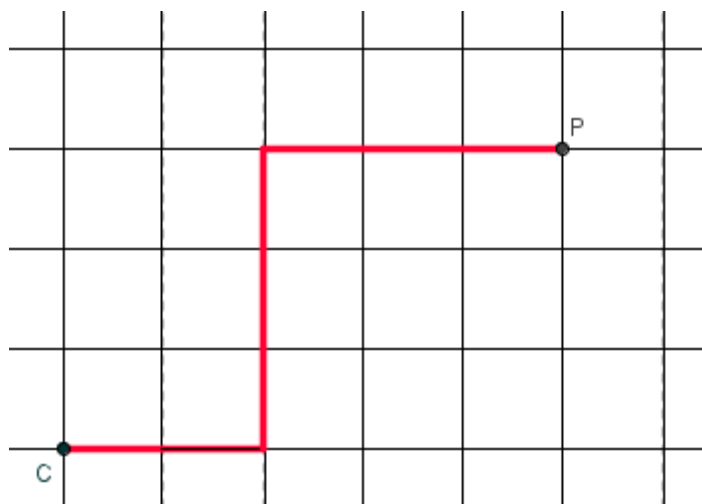
No mapa considerado, todos os quarteirões são quadrados congruentes e chamaremos de “quadra” a distância entre uma esquina e outra de uma mesma rua ou avenida.

Essa situação pode ser modelada por uma malha quadriculada representando as ruas e avenidas desse bairro. Indicaremos pelo ponto **C** a localização da casa de Camila e pelo ponto **P** a localização do Supermercado Promocional. Veja a seguir a representação dessa situação:



**Figura 2** – Representação do mapa em malha quadriculada

Indicando pela letra X o trajeto de uma quadra feito na horizontal e pela letra Y o trajeto de uma quadra feito na vertical, podemos indicar como um dos possíveis caminhos de Camila chegar ao supermercado partindo de sua casa (C) o percurso **XXYYYYXXX**. Veja na malha abaixo como seria esse percurso.



1. Indique outros cinco caminhos para chegar ao ponto P partindo do ponto C e seu respectivo número de quadras.

---

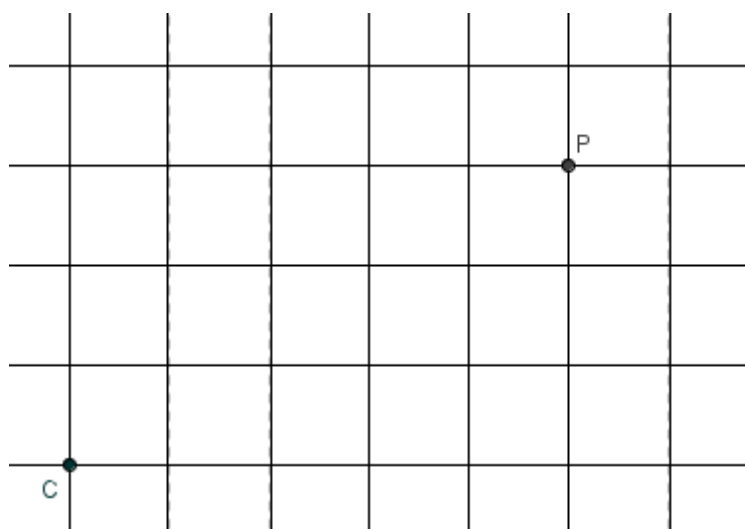
---

2. Qual é a menor distância (em número de quadras) percorrida por Camila para chegar ao Supermercado Promocional, no ponto P, partindo de sua casa, no ponto C, marcados na malha?

---

---

Trace na malha a seguir pelo menos 05 caminhos diferentes que possuam a menor distância entre si.



3. Qual é o número total de caminhos, de menor distância, que Camila poderá tomar para chegar ao supermercado no ponto P, partindo de sua casa no ponto C marcados na malha?

---

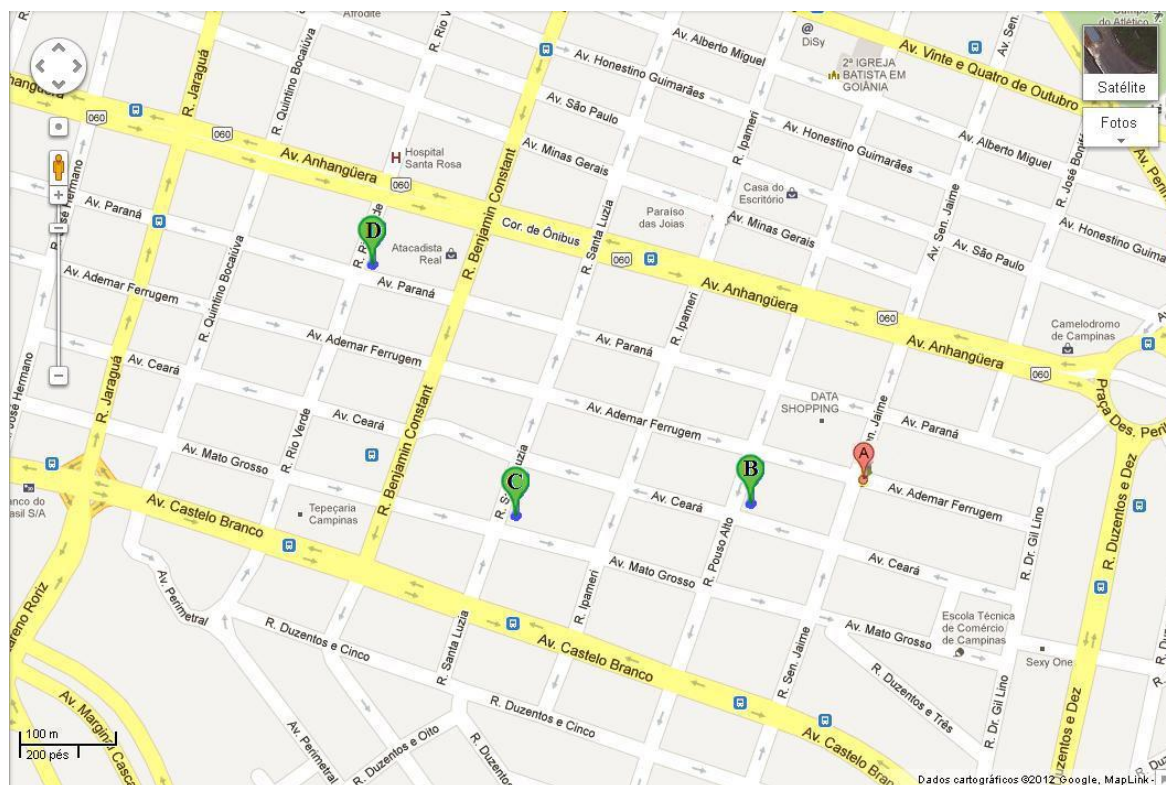
---

## 2ª PARTE – O problema do Carteiro

O mapa a seguir apresenta uma visão de satélite das ruas e avenidas do Setor Campinas, um bairro de Goiânia – GO. Um carteiro partindo de sua Agência dos Correios (Ponto A do mapa) realizará a entrega de Sedex em 03 residências nesse bairro.



Figura 4 - Mapa do roteiro do Carteiro



Fonte: <https://maps.google.com.br/>

No mapa da Figura 4 você pode observar as ruas que o carteiro poderá percorrer, partindo do ponto A, a fim de realizar a entrega dos Sedex nas residências indicadas pelos pontos B, C e D. Chamaremos de “quadra” a distância entre uma esquina e outra de uma mesma rua.

Indicamos por A–B–C–D um dos percursos possíveis que o carteiro pode escolher para realizar as entregas dos Sedex. Nesse percurso, o carteiro sai do ponto A, com destino ao B. Em seguida se dirige a C. De C, parte para D, sempre realizando as entregas dos respectivos Sedex.

4. Qual é o número total de percursos possíveis que esse carteiro pode escolher para realizar as entregas dos Sedex, até o último destino?

5. Qual é a menor distância (em número de quadras) que um carteiro poderia percorrer para seguir do ponto A até a residência em B?

6. E do ponto B ao ponto C?

7. E do ponto C ao ponto D?

---

8. E do ponto D ao ponto A?

---

Considerando que o caminho com o menor número de quadras possibilita ao carteiro o menor tempo para entrega dos sedex, tomando como percurso de entrega A–B–C–D:

9. Qual é a menor distância (em números de quadras) que esse carteiro poderá tomar para entregar os Sedex e, após essa entrega, retornar a sua agência no ponto A?

---

10. Qual é o número máximo de caminhos, de menor distância, que ele poderá realizar?

Para

---

### **3. Avaliação:**

A participação efetiva dos alunos no desenvolvimento das atividades é considerada como um dos aspectos da avaliação.

A avaliação deverá ser em uma única prova, e a turma será organizada em duplas, com um grau de dificuldade mais elevado.

### **4. Referências:**

MATEMATICA PAIVA, Volume 2/Manoel PAIVA – 1º Edição – São Paulo:

Moderna, 2009.

CEDERJ, FUNDAÇÃO CECIERJ. Análise Combinatória. Textos:

Revisitando- Repensando - Amarrando Ideias. Matemática. 3º Série. 1º Bimestre.

Rio de Janeiro. 2013. Disponível em

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado de 12/02/2013 a 15/02/2013.

CEDERJ, FUNDAÇÃO CECIERJ. Roteiro de ação 1, 2, 3 e 4. Matemática. 3º Ano.

1º Bimestre. . Rio de Janeiro. 2013. Disponível em

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado de 12/02/2013 a 15/02/2013