

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA- 3ª Serie– 1º Bimestre/2013

Tutora: SÚSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

Grupo: 3

Cursista: SANDRA MARIA SOARES MUNIZ CUNHA

Plano de Trabalho 1 – Análise Combinatória **REFEITO**

Pontos Positivos

Percebi o envolvimento e compromisso dos alunos com relação às tarefas solicitadas e a pertinência das discussões a respeito do tema, bem como do registro por eles sobre as questões trabalhadas. O que facilitou o entendimento do Princípio Fundamental da contagem.

Pontos negativos

Os alunos mostraram dificuldades na interpretação de problemas e pouca agilidade na resolução dos mesmos.

Alterações

Acrescentei a definição e exemplos de diversos problemas com o Princípio Fundamental da Contagem e uma lista de atividades para serem feitas em casa, o que na verdade já havia feito em sala, só não tinha colocado no meu plano. Foi nos exemplos que percebi a dificuldade de interpretação de muitos alunos.

Impressões dos alunos

Ficaram bem interessados e participaram ativamente das atividades 1 e 2 (tiradas do roteiro de Ação 1 e 2). Quando passei para os exemplos com outros problemas mais abstratos, alguns alunos apresentaram dificuldade de interpretação e queriam que eu desse uma fórmula para resolver todos os problemas.

Introdução

No dia a dia, percebemos a rejeição que ocorre quando os alunos se deparam com a disciplina de Matemática. Em todos os níveis de ensino, e para qualquer tema trabalhado, sempre encontramos alguns alunos com essa rejeição e percebemos isso com a afirmação de que a Matemática é difícil.

Diante desta realidade desenvolvi um plano de trabalho, mostrando a história do surgimento da Análise Combinatória e a importância do seu estudo. O objetivo é incentivar, criar métodos e diversificar ações no sentido de reverter esta situação. É primordial usar assuntos agradáveis, sedutores e se possível recursos da web para desempenhar um papel estimulante e facilitador, para o ensino-aprendizagem.

Tratarei o assunto de forma intuitiva e com interpretações de problemas usando o Princípio Fundamental da Contagem. Abordando o assunto de maneira contextualizada com o objetivo de despertar o interesse do aluno para a construção dos conceitos da análise combinatória.

Desenvolvimento

Atividade 1

- HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.
- PRÉ-REQUISITOS: operações com números naturais.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático adotado pela escola, quadro e folha extra de atividades e lápis.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: em dupla.
- OBJETIVOS: Apresentar uma resumida história do conteúdo e resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.
- METODOLOGIA ADOTADA:
 - Coloque os alunos em dupla
 - Leia as questões com os alunos e peça que discutam e anotem as conclusões.
 - Contar algumas curiosidades da história do assunto.

Um grande desenvolvimento da Análise Combinatória ocorreu devido aos problemas originados com os jogos de azar. Os jogadores queriam achar maneiras seguras de ganhar em jogos de cartas, dados ou moedas. Entre eles, podemos citar o cavalheiro De Meré, um homem que ficou na história como escritor. De Meré discutia com Pascal problemas relativos à probabilidade de ganhar em certos jogos de cartas e dados. Um dos problemas era saber qual o número mínimo de vezes necessário para que se obtenha um “doble seis” (6 e 6) no lançamento de 2 dados um certo número de vezes. Estava nascendo então a teoria das probabilidades, terreno fértil para o desenvolvimento de novas técnicas da Análise Combinatória.

A Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar - de uma forma indireta - o número de elementos de um conjunto, estando esses elementos agrupados sob certas condições.

2º Usar o roteiro de ação 1.

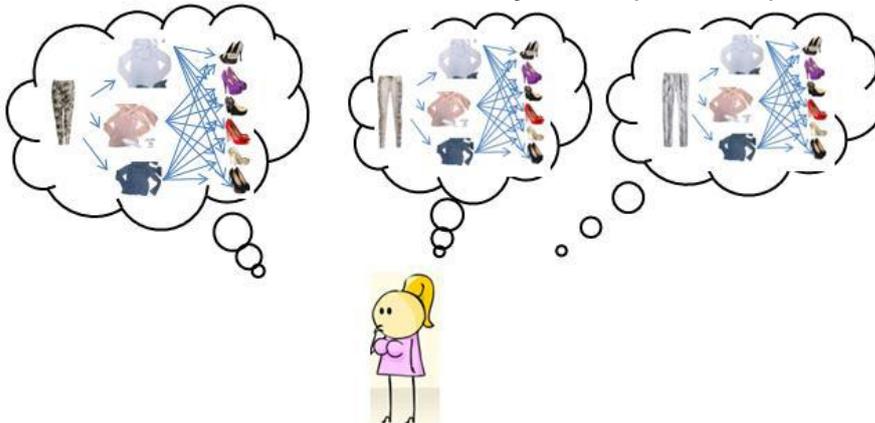
Contar o número de possibilidades de realizar determinada tarefa é muito importante na tomada de decisão no dia a dia.

Atividade 1

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair. Ainda nervosa Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:



1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?



-

Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa. Pediu a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?

-

Após a sugestão de Pedro, Deise decidiu qual roupa usar e o casal saiu para comemorar o aniversário de Pedro. Eles escolheram jantar no Restaurante Coma Feliz. Ao chegarem nesse restaurante, um garçom lhes forneceu o cardápio que apresentava três tipos de pratos: Carnes, Lasanhas e Massas. Veja a seguir as opções do cardápio desse restaurante:

Tipos de Pratos

Carnes (Arroz, feijão, farofa)

Filé mignon
Alcatra ao molho
Contra filé ao molho
Carne assada
Chuleta na brasa
Picanha acebolada
Bife à role

Lasanha (Salada)

Frango
Bolonhesa
4 queijos
Palmito

Massas

Ravioli
Espaguete
Fusilli
Canelone
Capelete

Acompanhamento

Batata Frita
Nhoque
Salada de Maionese
Purê de Batata
Purê de Aipim
Salada de Feijão
Fradinho
Mousse de Limão
Mousse de Maracujá
Mousse de Chocolate
Pavê de Chocolate

Composição

Sobremesa

Sorvete de Morango
Sorvete de Chocolate
Sorvete Napolitano
Sorvete de Creme
Sorvete de Flocos
Pudim

Bebida

Suco de Maracujá
Suco de Laranja
Suco de Uva
Suco de Acerola
Suco de Melancia
Refrigerante de Cola

Refrigerante de Limão
Refrigerante de Laranja
Refrigerante de Uva
Guaraná
Chopp
Água Mineral

Deise escolheu comer lasanha acompanhada de uma bebida e um pudim.

3 - De quantas maneiras diferentes Deise pode fazer sua escolha?

-

Pedro escolheu comer uma carne, acompanhado de batata frita; uma bebida e uma sobremesa.

4 - De quantas maneiras diferentes Pedro pode fazer sua escolha?

5 - Nesse restaurante, é possível um cliente, comer um prato diferente por dia, acompanhado de uma bebida, durante um ano? Justifique sua resposta.

Atividade 2

- HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.
- PRÉ-REQUISITOS: operações com números naturais.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático adotado pela escola, quadro e folha extra de atividades e lápis.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: em dupla.
- OBJETIVOS: resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.
- METODOLOGIA ADOTADA:
 - Coloque os alunos em dupla
 - Leia as questões com os alunos e peça que discutam e anotem as conclusões.
 - Nesta atividade vamos analisar situações recentes ocorridas em algumas

idades brasileiras, nas quais os alunos poderão identificar a necessidade de realizar contagens. Ele apresenta uma atividade envolve o aumento de um dígito nos números de telefones celulares. É importante que o aluno identifique os tipos de agrupamentos na qual a ordem dos elementos é importante na composição de cada grupo.

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.

1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

(Lembre aos alunos que se tivéssemos números começando com o prefixo “90” teríamos um inconveniente, pois é o mesmo prefixo usado para as ligações a cobrar, o que poderia causar enorme confusão.)

Leia atentamente a notícia a seguir divulgada por uma agência de notícia no Estado de São Paulo:

“A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono.”

Fonte: Agência Estado

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos?

6. Uma operadora de telefonia celular de SP disponibilizou para venda em de suas lojas recém inauguradas, todos os números de celulares com início 917, 918 e 919. Quantos números ela disponibilizou?

-

7. Desses números de celulares qual é a quantidade máxima que apresenta números com todos os dígitos diferentes?

Estas atividades são para contribuir para ilustrar uso do Princípio Multiplicativo (ou Princípio Fundamental da Contagem) em atividades cotidianas. Nessa atividade, objetivo não é fazer uma descrição detalhada nem um estudo completo das potencialidades didática do uso desse conteúdo no ensino da matemática, mas familiarizar o aluno com algumas de suas aplicações.

Agora será introduzido o Princípio Fundamental da Contagem com sua definição e exemplos onde é possível resolver problemas de arranjo e permutação sem uso de fórmulas.

Em uma carteira escolar temos quatro livros de diferentes matérias, empilhados de cima para baixo nesta exata ordem:

Português, matemática, história e geografia.

Incluindo a ordem atual, de quantas maneiras no total podemos empilhar tais livros nesta carteira?

Vamos pensar sobre o problema.

Na escolha do primeiro livro a ser colocado na carteira temos 4 possibilidades, pois ainda não colocamos nenhum livro nela, temos então quatro livros a escolher: Português, matemática, história e geografia.

Se começarmos a pilha com o livro de português, na escolha do próximo livro a ser colocado sobre ele, temos 3 possibilidades: matemática, história e geografia.

Se escolhermos o livro de história como o segundo livro da pilha, para o terceiro livro temos 2 possibilidades apenas: matemática e geografia.

Se colocarmos na pilha o livro de geografia, para o último livro temos obviamente 1 possibilidade: matemática.

Veja pela figura ao lado que as 4 possibilidades do primeiro livro podem ser combinadas com cada uma das 3 possibilidades do segundo livro, que podem ser combinadas com cada uma das 2 possibilidades do terceiro livro, que podem finalmente ser combinadas com 1 possibilidade do quarto livro. Matematicamente o número total de possibilidades seria:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Neste cálculo utilizamos o princípio fundamental da contagem.

Princípio Fundamental da Contagem

O princípio fundamental da contagem diz que um evento que ocorre em n situações independentes e sucessivas, tendo a primeira situação ocorrendo de m_1 maneiras, a segunda situação ocorrendo de m_2 maneiras e assim sucessivamente até a n -ésima situação ocorrendo de m_n maneiras, temos que o número total de ocorrências será dado pelo produto:

$$m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$$

Exemplos

1- Quantos são os números naturais de dois algarismos que são múltiplos de 5?

Como o zero à esquerda de um número não é significativo, para que tenhamos um número natural com dois algarismos ele deve começar com um dígito de 1 a 9, temos portanto 9 possibilidades.

Para que o número seja um múltiplo de 5, o mesmo deve terminar em 0 ou 5, portanto temos apenas 2 possibilidades.

A multiplicação de 9 por 2 nos dará o resultado desejado.

São 18 os números naturais de dois algarismos que são múltiplos de 5.

2- Eu possuo 4 pares de sapatos e 10 pares de meias. De quantas maneiras poderei me calçar utilizando um par de meias e um de sapatos?

Pelo princípio fundamental da contagem temos que multiplicar 4, que é o número de elementos do primeiro conjunto, por 10 que corresponde ao número de elementos do segundo conjunto.

Portanto:

Poderei me calçar de 40 maneiras diferentes.

Anagrama: Um anagrama é uma (outra) palavra, com sentido ou não, construída com as mesmas letras da palavra original trocadas de posição.

3- De quantas formas podemos dispor as letras da palavra FLUOR de sorte que a última letra seja sempre a letra R?

Para a última letra, segundo o enunciado temos apenas uma possibilidade que é a letra R.

Para a primeira, segunda, terceira e quarta letras temos respectivamente 4, 3, 2 e 1 possibilidades. Assim temos:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 24$$

Note que este exemplo é semelhante ao caso dos livros, explicado no início da página, só que neste caso teríamos mais um livro, digamos de ciências, que sempre seria colocado na pilha por último. Podemos dispor as letras da palavra FLUOR de 24 formas diferentes, tal que a última letra seja sempre a letra R.

5- São quantos os números ímpares com três algarismos, que não possuem dígitos repetidos e que de trás para frente também são ímpares?

Os números devem ser ímpares, temos então 5 possibilidades para o último algarismo.

A história do "de trás para frente", em outras palavras quer dizer que o primeiro algarismo também é ímpar. Como um dígito ímpar já foi utilizado na última posição, temos então apenas 4 disponíveis para a primeira posição.

Para o dígito central temos apenas 8 possibilidades, pois dois dígitos ímpares já foram utilizados.

Multiplicando 4 por 8 e por 5 obtemos 160.

Critérios de avaliação

Durante a aplicação das atividades procurei a melhor forma de propor a realização das diversas atividades, atraindo a concentração dos alunos, para que pudessem aprender e desenvolver de acordo com seu ritmo. A amizade e a solidariedade foram pontos positivos importantes para a construção do conceito. Quando um aluno notava que o outro estava com dificuldade sempre se oferecia para auxiliá-lo. O desenvolvimento foi acontecendo respeitando o tempo de cada um. Ao final das atividades os alunos estão, na grande maioria, aptos a utilizar o Princípio Fundamental da contagem.

Após esta etapa e para analisar o que os alunos aprenderam, propus que fizessem uma lista com diversos problemas, em casa, e na aula seguinte seria retiradas as dúvidas. Desta forma cada aluno poderá avaliar quais são as suas dificuldades específicas e o professor poderá acompanhar o progresso de cada um.

Atividade Extra

1. Com as vogais: A,E,I,O e U, quantos grupos podem ser formados contendo as letras: A,E e I.
2. De quantos modos distintos podemos colocar 3 livros juntos em uma estante de biblioteca?
3. De quantos modos distintos 5 pessoas podem sentar-se em um banco de jardim com 5 lugares?
4. Qual é o número possível de anagramas que se pode montar com as letras da palavra AMOR?
5. Quantos números com cinco algarismos podemos construir com os números ímpares 1,3,5,7,9.
6. Quantos números com cinco algarismos podemos construir com os números ímpares 1,3,5,7,9, desde que estejam sempre juntos os algarismos 1 e 3.
7. Quantos são os anagramas possíveis com as letras: ABCDEFGHI, começando por A?
8. Quantos são os anagramas possíveis com as letras: ABCDEFGHI, começando por AB?
9. Quantos são os anagramas possíveis com as letras: ABCDEFGHI, começando por uma das letras A, B ou C?
10. Há 10 pessoas em um local, sendo 3 com camisas verdes, 3 com camisas amarelas, 2 com camisas azuis e 2 com camisas brancas. De quantos modos podemos perfilar todas essas 10 pessoas de modo que os grupos com as camisas de mesma cor fiquem juntos?
11. Com as 26 letras do alfabeto: A,B,C,D,...,Z e os algarismos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, quantas placas de carros podem ser escritas contendo 3 letras seguidas de 4 algarismos?
12. Existem quatro estradas ligando duas cidades A e B, e três estradas ligando as cidades B e C. De quantos modos diferentes uma pessoa pode se deslocar da cidade A até a cidade C?
13. Uma sala possui 3 portas. Quantas possibilidades existem para que uma pessoa possa entrar e sair desta sala?
14. A final de um torneio de nacional de vôlei é disputada por quatro times: RJ, SP, MG e SC. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?
15. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números de três algarismos podemos formar?
16. Quantos são os anagramas da palavra DOCE?
17. Com os algarismos de 1 a 9, quantas centenas pares podemos formar, sem que haja repetição?
18. Utilizando os elementos do conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$, quantos números de 4 algarismos distintos podem ser formados, de modo que estejam entre 2000 e 5000?
19. Quantos números menores que 5000, de quatro algarismos, podem ser formados com os algarismos 1,2,3,5 e 7, sem que haja repetição de algarismos?

Referências:

DANTE, Luiz Roberto José. *Matemática Contexto & Aplicações*- São Paulo: Editora Ática, 2011.

Endereços eletrônicos acessados e citados ao longo do trabalho:

<http://www.rpm.org.br>

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 2/2013.