

Matemática - 3ª Série do Ensino Médio - 1º bimestre
Ano: 2013

Plano de Trabalho

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Tarefa: 1
Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga
Tutor: Edeson dos Santos Silva

Curso de Formação Continuada - CECIERJ

Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga

3ª série do Ensino Médio -

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

Introdução

A Análise Combinatória se constitui ferramenta para diversas áreas do conhecimento científico, graças ao seu vasto campo de aplicações. Além disso, permite a elaboração de situações problemas que podem ser discutidas através da construção de conjecturas e discussão de ideias, promovendo o desenvolvimento da capacidade de argumentação em diferentes níveis de ensino.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam, dentre outras coisas, a importância do raciocínio combinatório na formação dos alunos do Ensino Médio e o cuidado que nós, professores, devemos ter ao procurar desenvolvê-lo.

O plano de trabalho tem como introdução abordar a história da Matemática, em especial a história do surgimento da Análise Combinatória. Logo após trabalharemos com o conceito de Análise Combinatória bem como resoluções de problemas envolvendo esses conceitos.

Para melhor fixação e abordagem do conteúdo utilizar-se-á os Roteiros de Ação 1 e 2 sugeridos na plataforma do curso de formação continuada bem como vários exercícios graduados em suas complexidades com o objetivo de fixação do conteúdo ministrado.

A avaliação dar-se-á de forma direta e indireta.

Desenvolvimento

Atividade 1

Recursos utilizados: Data Show – folhas de papel

Tempo de duração: 200 minutos

Objetivo: Através de uma abordagem histórica levar os alunos à compreensão da necessidade e do surgimento de tais conteúdos.

Desenvolver o raciocínio combinatório

Descritores 32: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noção de permutação simples, arranjos simples ou/e combinação simples.

Metodologia

A introdução do tema dar-se-á através da história do surgimento da Análise Combinatória onde o conteúdo estará sintetizado em PowerPoint. Este será o marco inicial para desenvolvimento do assunto. Será dada oportunidade para que o aluno interaja com o texto e todos os participantes da aula. Logo após será utilizado o Roteiro de Ação 1 disponibilizado na plataforma do Curso de formação continuada. O Roteiro será utilizado na íntegra, haja vista, que a metodologia é relevante para aquisição de conhecimento do discente. As atividades contidas no roteiro serão desenvolvidas em grupo. Para melhor fixação do conteúdo abordado os alunos levarão para casa uma bateria de exercícios para serem realizados.

Roteiro de Ação 1 – Comemorando o aniversário de Pedro.

✎ **DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

✎ **ÁREA DE CONHECIMENTO:** matemática.

✎ **ASSUNTO:** Análise combinatória .

✎ **OBJETIVOS:** Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.

✎ **PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.

✎ **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis e borracha.

✎ **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

✎ **DESCRITORES:**

- Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

Este Roteiro de Ação é uma sugestão de introdução aos estudos da Análise Combinatória abordando o ensino do Princípio Multiplicativo (Princípio Fundamental da Contagem) por meio de uma aplicação real. Nosso foco é oferecer ao aluno atividades que apresentem uma visão da construção de ideias envolvidas na compreensão de questões da análise combinatória no Ensino Médio. O assunto é abordado de maneira contextualizada, com vistas a gerar um maior interesse do aluno em seus primeiros contatos com os temas e ideias que julgamos necessários.

A necessidade de contar o número de possibilidades de realizar determinada tarefa é muito importante na tomada de decisão em nosso cotidiano.

- Você poderia listar pelo menos duas situações em que isso acontece?



Professor aqui você poderia pedir que o aluno citasse pelo menos duas situações em que condições externas imponham uma tomada de decisão. Deixe seus alunos conjecturar possibilidades, mas controle o tempo que levarão para escrever as situações.

Para ajudar seu aluno

Para prosseguir com a atividade anote no quadro pelo menos 03 respostas diferentes de seus alunos analisando se as mesmas tratam de problemas que requerem o uso da contagem.



Agora que você já tem a ideia de que tipos de situações são possíveis resolver por meio de contagem, vamos resolver as situações abaixo.

Atividade 1

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair.

Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:

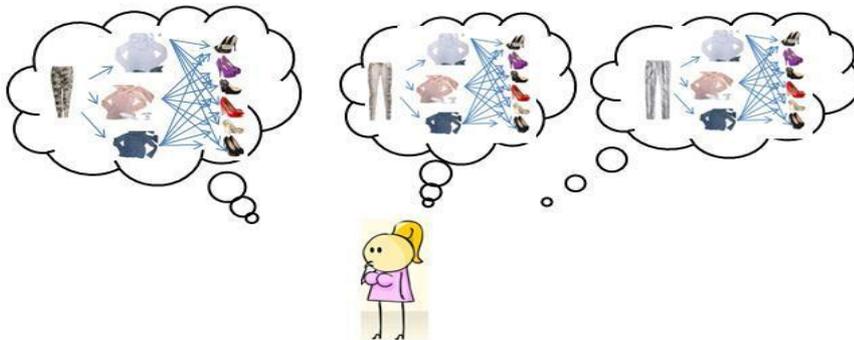


3 calças

3 camisas

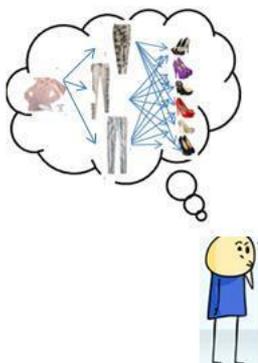
6 pares de sapato

1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?



Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa.
Pedi a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?



As respostas dos itens 1 e 2 são:

Resposta do item 1

$$\boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{6} = 54 \text{ possibilidades}$$

Opções de Camisas Opções de Calças Opção de Pares de Sapatos

Resposta do item 2

$$\boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{6} = 18 \text{ possibilidades}$$

Somente a Camisa Rosa Opções de Calças Opção de Pares de Sapatos

Após a sugestão de Pedro, Deise decidiu qual roupa usar e o casal saiu para comemorar o aniversário de Pedro. Eles escolheram jantar no Restaurante Coma Feliz.

Ao chegarem nesse restaurante, um garçom lhes forneceu o cardápio que apresentava três tipos de pratos: Carnes, Lasanhas e Massas. Veja a seguir as opções do cardápio desse restaurante:

Tipos de Pratos

Carnes (Arroz, feijão, farofa)	Lasanha (Salada)	Massas
Filé mignon	Frango	Ravioli
Alcatra ao molho	Bolonhesa	Espaguete
Contra filé ao molho	4 queijos	Fusilli
Carne assada	Palmito	Canelone
Chuleta na brasa		Capelete
Picanha acebolada		
Bife à role		

Composição

Acompanhamento	Sobremesa	Bebida
Batata Frita	Sorvete de Morango	Suco de Maracujá
Nhoque	Sorvete de Chocolate	Suco de Laranja
Salada de Maionese	Sorvete Napolitano	Suco de Uva
Purê de Batata	Sorvete de Creme	Suco de Acerola
Purê de Aipim	Sorvete de Flocos	Suco de Melancia
Salada de Feijão Fradinho	Pudim	Refrigerante de Cola
	Mousse de Limão	Refrigerante de Limão
	Mousse de Maracujá	Refrigerante de Laranja
	Mousse de Chocolate	Refrigerante de Uva
	Pavê de Chocolate	Refrigerante de Guaraná
		Chopp
		Água Mineral

Deise escolheu comer lasanha acompanhada de uma bebida e um pudim.

3 - De quantas maneiras diferentes Deise pode fazer sua escolha?

Pedro escolheu comer uma carne, acompanhado de batata frita; uma bebida e uma sobremesa.

4 - De quantas maneiras diferentes Pedro pode fazer sua escolha?

5 - Nesse restaurante, é possível um cliente, comer um prato diferente por dia, acompanhado de uma bebida, durante um ano? Justifique sua resposta.

As respostas desta última parte são:

Resposta do item 4

$$\boxed{4} \times \boxed{12} \times \boxed{1} = 48 \text{ possibilidades}$$

Opções de Lasanhas Opções de Bebidas Opção de Pudim

Resposta do item 4

$$\boxed{7} \times \boxed{1} \times \boxed{10} \times \boxed{12} = 840 \text{ possibilidades}$$

Opções de Carnes Opções de Fritas Opções de Bebidas Opção de Sobremesas

Resposta do item 5

$$\boxed{16} \times \boxed{12} = 192 \text{ possibilidades}$$

Opções de Prato Opções de Bebidas



Exercícios de fixação



1. Quantos sanduíches pode ter o menu de uma lanchonete se ela dispõe de 3 tipos de pão e 5 recheios?
2. Se a lanchonete ganhar mais 1 opção de pão e 3 de recheio, quantos tipos de sanduíche podem ser feitos?
3. Organize a informação numa tabela de dupla entrada ou em um diagrama. Veja:

	PÃO FRANCÊS	PÃO DE FORMA	PÃO DE HAMBÚRGUER
PRESUNTO			
QUEIJO			
MANTEIGA			
SALAME			
TOMATE			

4. Edeson e Carla já namoram há bastante tempo, entretanto todas as vezes que Edeson convida Carla para sair ele sabe que terá que espera muito, pois Carla é extremamente indecisa quanto à escolha de roupas. Por isso, sempre que isso acontece Edeson leva um livro de Matemática senta no sofá e se distrai resolvendo problemas matemáticos enquanto Carla se apronta para saírem. Hoje Carla tem as seguintes opções: 4 calças compridas nas cores : jeans, preta, marrom e branca, 5 blusas de modelos iguais, mas cores diferentes: preta, vermelha, amarela, azul e verde. 3 pares de calçados também iguais, entretanto de cores diferentes: marrom, bege e preto. Enquanto Edeson quebra a cabeça resolvendo alguns problemas do livro, Carla se encontra indecisa no meio daquele turbilhão de roupas, mas já decidiu quanto a blusa usará a de cor preta! Então pergunto a você: Que tal ajudar a Carla mostrando as diferentes maneiras que ela tem para se vestir?

5. Mariana desenhou uma bandeira retangular de 3 listras e deseja pintá-la, de modo que duas listras consecutivas não sejam pintadas da mesma cor. Se ela possui 4 lápis de cores diferentes, de quantas maneiras poderá pintar sua bandeira?

Atividade 2

Recursos utilizados: folhas de papel, laboratório de informática, quadro branco

Tempo de duração: 200 min

Objetivos: Compreender que a Análise Combinatória está inserida no nosso meio como um Ramo da matemática que tem por objetivo resolver problemas que consistem, basicamente em escolher e agrupar os elementos de um conjunto. Possui aplicação direta no cálculo das probabilidades, sendo instrumento de vital importância para as ciências aplicadas, como a Medicina, a Engenharia e a estatística entre outras.

Descritores 32: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noção de permutação simples, arranjos simples ou/ combinação simples.

Metodologia:

A educação matemática propõe um ensino baseado na construção, desenvolvimento e aplicação de idéias e conceitos matemáticos, sempre compreendendo e atribuindo significado ao que o aluno está fazendo, evitando a simples memorização e mecanização. O sucesso deste ensino é atingido a partir de situações-problema contextualizadas e, posteriormente, aplicando os conceitos em situações cotidianas ou em outras áreas do conhecimento.

A atividade proposta iniciará com o Roteiro de Ação 2 onde os exercícios serão desenvolvidos em grupos. A ida ao laboratório é para que os alunos em dupla (o laboratório não possui muitas máquinas) façam uma pesquisa onde eles buscarão o conceito de análise combinatória, bem como a aplicabilidade desse conteúdo no cotidiano. As duplas deverão resumir pesquisa utilizando o diário de bordo (caderneta). As informações deverão ser compartilhadas com as outras duplas bem como com o professor que fará as considerações finais. Como último momento cada aluno receberá uma folha com exercícios para serem feitos em casa e corrigidos na próxima aula pelo professor.

Roteiro de Ação 2 – Mudanças de números de celulares

-  **DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos
-  **ÁREA DE CONHECIMENTO:**
-  **Matemática ASSUNTO:** Análise
-  **Combinatória**
-  **OBJETIVOS:** Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo
-  **PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum
-  **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis e borracha.
-  **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
-  **DESCRITORES:**
 - Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

Neste Roteiro de Ação vamos analisar situações recentes ocorridas em algumas cidades brasileiras, nas quais os alunos poderão identificar a necessidade de realizar contagens. Ele apresenta uma atividade envolve o aumento de um dígito nos números de telefones celulares. É importante que o aluno identifique os tipos de agrupamentos na qual a ordem dos elementos é importante na composição de cada grupo.



Em 2012, a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) determinou que fosse acrescentado mais um dígito em todos os telefones móveis da região metropolitana do Estado de São Paulo. Esse aumento no número de dígitos possibilitará a criação de milhões de números de celulares a mais em todo o território nacional, já que a medida, aos poucos, será adotada em todos os Estados.

Para estar mais bem inteirado sobre este assunto, que será abordado na primeira parte da atividade, sugerimos acessar o seguinte link, disponibilizado pelo próprio site da Anatel:

<http://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalNivelDois.do?org.apache.struts.taglib.html.TOKEN=80ce370e1bd1228e95bcf62ae855843c&acao=carregaCombos&codItemCanal=1746&nomeVisao=Cidad%E3o&nomeCanal=Nono+D%EDgito&nomeItemCanal=&nomePastaSelecionada=Perguntas+Frequentes&nomePastaNivelDoisSelecionada=&pastaSelecionada=2862&conjuntoPalavrasPesquisa=&pastaSelecionadaCopia=&especieSelecionadaCopia=&especialidadeSelecionadaCopia=&palavraCopia=&numeroCopia=&mesCopia=&anoCopia=#01>

Atividade 1



Fonte - <http://www.sxc.hu/photo/1307593> - **Autor:** Jakub Krechowicz

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.



Para ajudar seu aluno

Para saber mais sobre o tema, leia a reportagem em:
<http://cbn.globoradio.globo.com/sao-paulo/2012/07/25/CELULARES-DE-SAO-PAULO-TERAO-UM-DIGITO-A-MAIS-A-PARTIR-DO-PROXIMO-DOMINGO.htm>

1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

Lembre aos alunos que se tivéssemos números começando com o prefixo “90” teríamos um inconveniente, pois é o mesmo prefixo usado para as ligações a cobrar, o que poderia causar enorme confusão.



Leia atentamente a notícia a seguir divulgada por uma agência de notícia no Estado de São Paulo:

Fonte imagem: <http://www.anatel.gov.br>

“A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono.”

Fonte: Agência Estado

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos?

Para a resolução dos itens de 1 a 5 esperamos que os alunos percebam que podem usar como estratégia de resolução o Princípio Multiplicativo. Na resolução do item 3, esperamos que eles percebam que o número formado possui 9 algarismo e que cada algarismo pode ser escolhido de 10 formas diferentes, com exceção do 1º algarismo, que só

Para a resolução desses itens esperamos que os alunos utilizem, inicialmente, as mesmas estratégias utilizadas na resolução dos itens 4 e 5. Além disso, na resolução do item 6, eles precisam identificar que, após os cálculos da quantidade de números de celulares que comecem com cada sequência dada, eles precisam realizar uma soma para garantir a resposta ao problema. Na resolução do item 7, os alunos precisam tomar cuidado, pois não é possível formar nenhum número de telefones celulares começando por 919 e que contenham todos os algarismos distintos. Isso ocorre, pois o 919 já possui dois algarismos iguais. Portanto teremos as seguintes respostas:

Resposta do item 6

Começando com 917:

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10}$$

= 1.000.000 possibilidades

Analogamente, começando com 918 e 919 teremos um total de 1.000.000 possibilidades para cada um. Logo, o total de números de celulares será $3 \times 1.000.000 = 3$ milhões de números de celulares.

Resposta do item 7

Começando com 917:

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{7}{7} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2}$$

= 5040 possibilidades

Analogamente, para os números começando com 918 teremos um total de 5.040 possibilidades. Já os números de celulares com todos os dígitos diferentes, começando com 919 são impossíveis de obterem, uma vez que o próprio prefixo 919 já possui números iguais, contrariando a hipótese do enunciado. Com isso teremos $5.040 \times 2 = 10.080$ números de celulares.

Exercícios de fixação:

1. Em uma carteira escolar temos quatro livros de diferentes matérias, empilhados de cima para baixo nesta exata ordem: Português, matemática, história geografia. Incluindo a ordem atual, de quantas maneiras no total podemos empilhar tais livros nesta carteira?

2. De quantas formas diferentes 6 pessoas podem formar uma fila?
3. Um campeonato municipal de futebol de salão amador será disputado por cinco times: Bola Murcha Esporte Clube; Tabajara Futebol Clube, Clube de Regatas Falência; Perna de Pau Futebol Clube e Saci Pererê Esporte Clube. Qual é o número de resultados possíveis para os três primeiros lugares, considerando a ordem de classificação?
4. Alice decidiu comprar um carro novo, e inicialmente ela quer se decidir qual o modelo e a cor do seu novo veículo. Na concessionária onde Alice foi há 3 tipos de modelos que são do interesse dela: Siena, Fox e Astra, sendo que para cada carro há 5 opções de cores: preto, vinho, azul, vermelho e prata. Qual é o número total de opções que Alice poderá fazer?



Avaliação

É fato que a avaliação deve ser orientada para promoção da aprendizagem onde professor e aluno interajam para a aquisição de conhecimento e reconhecimento do mérito de aprender e ensinar.

Deste modo a avaliação se dará através das atividades propostas e da participação dos alunos. Ressalto que todas as atividades propostas estão coerentes com o descritor do currículo mínimo. As atividades propostas bem como os Roteiros de Ação 1 e 2 ajudarão os alunos a praticarem o que foi construído e ensinado enriquecendo os conhecimentos adquiridos utilizando-os como ferramenta de aprendizagem.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3001,3002 e 3003 do Colégio Estadual Hélio Rangel no ano letivo em curso- 2013 e o grau de conhecimento dos alunos.

Referências bibliográficas

ROTEIROS DE AÇÃO – Análise Combinatória e Probabilidade – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do ensino médio –1º bimestre/2013. Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br>

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática – Ciência e Aplicações**, 2ª série, volume 2, Ensino médio: livro do professor. São Paulo: Saraiva, 2010.

Endereços eletrônicos acessados para pesquisa:

www.brasilecola.com.br

www.somatematica.com.br

www.portaldoprofessor.mec.gov.br

www.colegioweb.com.br

www.pdfonline.com.br