

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

PLANO DE TRABALHO 2 -1º BIMESTRE/2013

Probabilidade

[Cláudia Márcia de Azevedo Pinto Rocha]

[claudiamarcia.rocha@yahoo.com.br]

COLÉGIO: Liceu de Humanidades de Campos

PROFESSOR: Cláudia Márcia de Azevedo Pinto Rocha

SÉRIE: 3ª

TUTOR: EDESON DOS ANJOS SILVA

1 – Introdução:

O assunto Probabilidade faz o aluno perceber que seus conhecimentos matemáticos são necessários nas mais variadas situações, auxiliando-o na interpretação e compreensão de determinadas informações.

Para a introdução do assunto utiliza-se o “Roteiro de Ação 5 – Jogando na Mega Sena” por se tratar de uma situação do nosso cotidiano.

No segundo momento, são propostos cinco exemplos (exercícios resolvidos) do livro didático da escola “Gelson Iezzi e outros, Matemática - Ciência e Aplicações”. Não utiliza-se exercício que fala sobre cartas de baralho por gerar muita polêmica. A definição de Espaço Amostral e Evento são apresentadas nesse momento através desses exemplos.

No terceiro momento encontra-se uma relação de doze problemas dos quais oito serão resolvidos em sala de aula e quatro terminados em casa, todos tirados do livro didático adotado pela escola.

Como encerramento do plano temos o quarto momento composto de duas etapas. Na primeira etapa, tira-se as dúvidas de todos os exercícios propostos para casa e numa segunda etapa faz-se uma atividade avaliativa.

Para a totalização do plano, serão necessários sete tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento do conteúdo mais um tempo para a avaliação da aprendizagem.

2 – Desenvolvimento

Atividade - Estudo da Análise Combinatória.

Habilidade relacionada:

Resolver Problemas com Combinação e Probabilidade.

Pré-requisitos:

Combinação, definição de probabilidade no contexto dos jogos da Mega Sena.

Tempo de duração:

400 min

Recursos educacionais utilizados:

Folha de atividades, lápis e borracha e livro didático.

Organização da turma:

Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

Objetivos:

Resolver problemas com combinação e probabilidade.

Metodologia adotada:

Com os alunos organizados em dupla, distribuir as folhas de atividades com problemas envolvendo Combinação e definição de probabilidade no contexto dos jogos da Mega Sena, conforme descritas abaixo.

Roteiro de Ação 5 – Jogando na Mega Sena

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 ($7 \times \text{R\$ } 2,00$). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 ($8 \times \text{R\$ } 2,00$) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 - 02 - 09 - 10 - 21 - 22 - 33 - 39 - 45 - 54 ?

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas? Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

Exercícios Resolvidos

- 1- Uma urna contém 15 bolas numeradas de 1 a 15. Uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número maior ou igual a 11?

Solução:

Temos:

- $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$; observe que esse espaço amostral é equiprovável.
- Seja o evento E : "o número da bola sorteada é maior ou igual a 11". Temos: $E = \{11, 12, 13, 14, 15\}$.

Assim:

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \cong 33,3\%$$

- 2- Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Qual é a probabilidade de:

- a) ocorrer 5 no primeiro lançamento e um número par no segundo?
- b) o produto dos pontos obtidos ser maior que 12?

Solução:

Como vimos, o conjunto dos resultados possíveis é formado por $6 \cdot 6 = 36$ elementos, todos com a mesma chance de ocorrer.

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$$

- a) O evento que nos interessa é $E = \{(5, 2), (5, 4), (5, 6)\}$.

$$\text{Assim, } p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

- b) O evento que nos interessa é $E = \{(3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$.

$$\text{Então, } p(E) = \frac{13}{36}.$$

- 3- Na tabela seguinte está representada a distribuição por turno dos alunos do curso de Economia de uma faculdade.

	Manhã	Noite
Homens	20	23
Mulheres	25	12

Escolhendo ao acaso um aluno desse grupo, qual é a probabilidade de que seja:

- a) mulher?
- b) do curso noturno?
- c) homem do curso diurno?

Solução:

Vejamos: o número total de alunos no curso é $20 + 23 + 25 + 12 = 80$; assim, $n(\Omega) = 80$.

- a) O evento "ser mulher" possui $25 + 12 = 37$ elementos; assim, a probabilidade é $\frac{37}{80}$.

- b) O evento "ser do curso noturno" possui $23 + 12 = 35$ elementos, e a probabilidade é $\frac{35}{80} = \frac{7}{16}$.

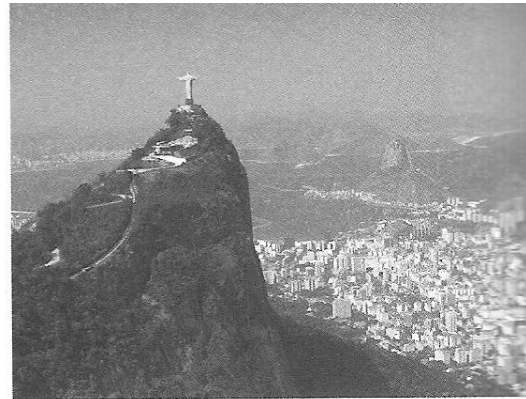
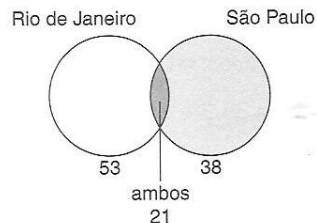
- c) O evento "ser homem do curso diurno" tem 20 casos "favoráveis" e a probabilidade é $\frac{20}{80} = \frac{1}{4}$.

- 4- Em um grupo de 80 pessoas, todas de Minas Gerais, 53 conhecem o Rio de Janeiro, 38 conhecem São Paulo e 21 já estiveram nas duas cidades. Uma pessoa do grupo é escolhida ao acaso. Qual é a probabilidade de que ela tenha visitado apenas uma dessas cidades?

Solução:

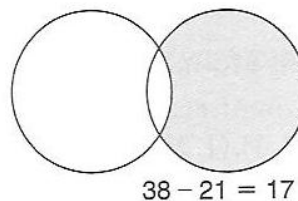
Para facilitar o entendimento, acompanhe os cálculos observando os diagramas ilustrativos:

- Há 21 pessoas na interseção de São Paulo e Rio de Janeiro.

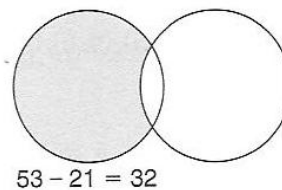


O Rio de Janeiro é um dos pontos turísticos mais famosos do mundo.

- O número de pessoas que conhecem exclusivamente São Paulo é $38 - 21 = 17$.



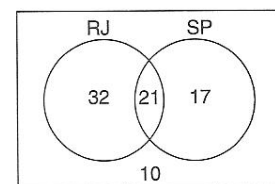
- O número de pessoas que conhecem exclusivamente o Rio de Janeiro é $53 - 21 = 32$.



Note que $21 + 17 + 32 = 70$. Assim, há $80 - 70 = 10$ pessoas que não conhecem nenhuma das duas cidades.

Temos:

- $n(\Omega) = 80$
- Considerando E o evento "a pessoa conhece apenas uma das duas cidades", então $n(E) = 32 + 17 = 49$.
- A probabilidade pedida é $\frac{49}{80} = 0,6125$ (61,25%).



- 5- Um ônibus de excursão com vinte brasileiros e seis estrangeiros é parado pela Polícia Federal de Foz do Iguaçu para vistoria da bagagem. O funcionário escolhe, ao acaso, três passageiros para terem as malas revistadas. Qual é a probabilidade de que todos sejam brasileiros?

Solução:

O espaço amostral é formado por todos os grupos de três passageiros quaisquer que podemos formar com os 26 turistas. Temos, então, $n(\Omega) = C_{26,3} = 2600$.

O evento E que nos interessa é formado pelos grupos de três turistas brasileiros que podemos formar. Desse modo, $n(E) = C_{20,3} = 1140$.

Por fim, $p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1140}{2600} \cong 0,438 = 43,8\%$.



CHRISTIAN RIZZI/FOLHA IMAGEM

Exercícios Propostos (casa)

- 1- Uma urna contém 100 bolas numeradas de 1 a 100. Uma delas é extraída ao acaso. Qual é a probabilidade de o número sorteado ser:
 - a) 18?
 - b) maior que 63?
- 2- Ao lançarmos um dado duas vezes sucessivamente, qual é a probabilidade de que:
 - a) o número 1 ocorra em ao menos um lançamento?
 - b) a soma dos pontos obtidos seja 7?
 - c) os números obtidos sejam diferentes?
- 3- Para formar uma senha bancária, Milu vai escolher um número de cinco algarismos. Já decidiu os quatro primeiros, que correspondem ao ano de nascimento de sua mãe: 1958. Se Milu escolher ao acaso o algarismo que falta, qual é a probabilidade de que seja formado um número:
 - a) com algarismos distintos?
 - b) múltiplo de 3?
- 4- Vinte esfihas fechadas, todas com a mesma forma, são colocadas em uma travessa; são sete de queijo, nove de carne e quatro de escarola. Alguém retira uma esfiha da travessa ao acaso. Qual é a probabilidade que seja retirada uma esfiha de carne?



FERNANDO FAVORETTO/
CRIAR IMAGEM

5- Uma moeda é lançada três vezes sucessivamente. Qual é a probabilidade de sair cara mais de uma vez?

6- Numa prova com três questões (A, B e C), verificou-se que:

- 5 alunos acertaram as três questões;
- 15 alunos acertaram as questões A e C;
- 17 alunos acertaram as questões A e B;
- 12 alunos acertaram as questões B e C;
- 55 alunos acertaram a questão A;
- 55 alunos acertaram a questão B;
- 64 alunos acertaram a questão C;
- 13 alunos erraram as três questões.

Um aluno é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele ter acertado:

- a) pelo menos duas questões?
- b) exatamente uma questão?

7- Uma pesquisa sobre o estudo de línguas estrangeiras em um colégio revelou que:

- 300 jovens estudam inglês;
- 100 jovens estudam francês;
- n jovens estudam inglês e francês;
- cada um dos entrevistados estuda ao menos uma língua.

Escolhe-se, ao acaso, um dos estudantes do colégio. A probabilidade de que a pessoa escolhida estude exclusivamente inglês é igual a $\frac{5}{7}$. Determine n .

8- Um anagrama formado a partir de CARDUME é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele começar e terminar por vogal?

- 9- Um número de três algarismos é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele ser formado por algarismos distintos?
- 10- Um partido político pretende organizar dois eventos no ano; três cidades do Sudeste, duas do Sul e cinco do Nordeste candidataram-se a sede desses eventos. Sabendo que uma mesma cidade não pode sediar os dois eventos e que as sedes devem ser sorteadas entre as cidades candidatas, determine a probabilidade de que:
- a) os eventos sejam feitos apenas em cidades do Nordeste.
 - b) nenhum evento ocorra no Sudeste.
- 11- Um banco enviou a seus clientes uma senha de acesso à Internet formada por 5 algarismos seguidos de 3 letras. Sabendo que foram usadas apenas as dez primeiras letras do alfabeto, determine:
- a) o número de senhas distintas que podem ser formadas.
 - b) a probabilidade de um cliente receber uma senha formada por algarismos distintos e por letras também distintas.

- 12- Os alunos do primeiro ano do curso de Arte de uma universidade de Curitiba estão assim distribuídos, segundo sua origem:



LENISE PINHEIRO / FOLHA
IMAGEM

Teatro Ópera de Arame em Curitiba, Paraná.

	Rapazes	Moças
Capital	21	35
Interior	16	8

Cinco pessoas do curso são escolhidas ao acaso para formar uma comissão. Qual é a probabilidade de que:

- a) duas pessoas sejam da capital e três sejam do interior?
- b) a comissão seja composta por dois rapazes da capital, um do interior e duas moças da capital?

3- Avaliação

Será realizada em dupla

Tempo de duração:

50 min

Atividade Avaliativa

- 1- Em um estado brasileiro, todas as placas de automóveis são formadas por três letras (entre as 26 do alfabeto) e quatro algarismos e começam com a letra M.

Uma placa será confeccionada completamente ao acaso. Qual é a probabilidade de que ela seja formada por letras distintas e algarismos também distintos?

- 2- Na tabela seguinte aparece o resultado parcial do levantamento sobre hábitos alimentares realizado em uma comunidade de 200 pessoas.

	Nunca comem carne	Às vezes comem carne	Frequentemente comem carne	Total
Homens	17	a	55	94
Mulheres	b	49	26	c
Total	d	e	81	200

- a) Determine os valores de a , b , c , d e e .
- b) Escolhendo ao acaso um indivíduo da comunidade, qual é a probabilidade de que seja mulher e não consuma carne?
- c) Escolhendo ao acaso um indivíduo da comunidade, qual é a probabilidade de que ele consuma carne frequentemente?
- 3- Num grupo de 80 jovens, 10 gostam de samba, rock e música sertaneja; 24 gostam de samba e rock; 30 gostam de samba e música sertaneja; 22 gostam de rock e música sertaneja; 6 gostam somente de samba; 9 gostam somente de rock e; 5 jovens gostam somente de música sertaneja. Qual a probabilidade de, ao apontar ao acaso um desses jovens, ele gostar de samba e rock?
- 4- 5- Numa família com exatamente 3 crianças, qual a probabilidade de que duas crianças sejam meninos e a outra, menina?

(Sugestão: Faça um diagrama de árvore.)

Fontes de pesquisa:

Souza Joamir - Coleção Novo Olhar Matemática, São Paulo: FTD, 2010. Volume 2,

Ribeiro Jackson – Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia, São Paulo: Scipione, 2011. Volume 2.

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br>. Matemática 3ª série - 1º bimestres, Roteiros de ação 5.

Gelson Iezzi e outros, Matemática - Ciência e Aplicações, São Paulo: Saraiva, 2010. Volume 2, pp. 291 a 296.