

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2

INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE

Ponto positivo

Os alunos atenderam as expectativas, ou seja, se interagiram na aula alcançando os objetivos. Aulas mais dinâmicas e que usam da tecnologia e do cotidiano, tornam-se mais produtiva por despertar a atenção. A classe compreendeu perfeitamente o conceito de probabilidade, sua aplicabilidade na ciência e no cotidiano, conceito que foi fundamental para compreensão de algumas atividades do livro didático. Todos os alunos perceberam que a probabilidade não significa a certeza do acontecimento de um evento, mais apenas uma estimativa das chances da ocorrência. As turmas se interessaram bastante pelo assunto por ter sido introduzido através de uma situação cotidiana que é o tão sonhado jogo da Mega Sena, porém, ao final da aula ficaram muito desmotivados em jogar, pois perceberam que probabilidade é muito pequena se fizermos poucos jogos, e para ter uma chance significativa teria de investir muito dinheiro correndo o risco de repartir o prêmio com inúmeras pessoas. Vejo essa desmotivação em jogar como ponto positivo para a sociedade, pois se sabe que muitas pessoas viciam-se em apostas sem ter a noção da quão pequena é a possibilidade de ganhar. Acredito que depois dessa aula, meus alunos não irão arriscar a sorte, pelo menos com a Mega Sena.

Ponto negativo

A carga horária é insuficiente para exercermos uma boa prática. Em aulas como propostas pelos roteiros, temos que dedicar um bom tempo fugindo do previsto. Faz com que utilizemos o livro didático ainda de forma mais resumida deixando para trás muitas atividades que seriam essenciais para uma aplicação mais completa de um conteúdo. Há muitas questões de vestibular que poderiam ser discutidas, mas infelizmente o número de aulas é pouco para exercer tal trabalho.

Alterações,

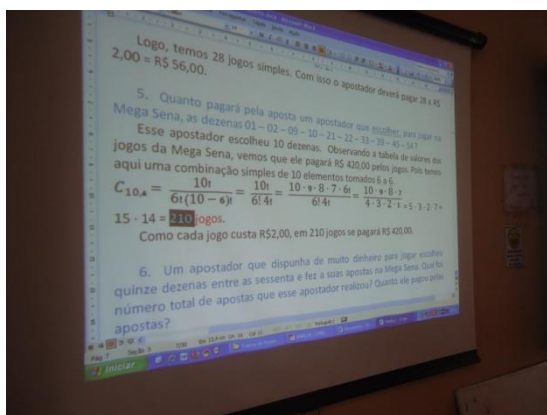
A alteração que fiz foi a resolução mais detalhada das atividades propostas pelo roteiro e o anexo dessas atividades para serem discutida com a classe, que se encontra na última página desse plano. Pois percebi que alguns alunos tiveram dificuldades em entender a resolução tão direta como estava. Também acrescentei uma reportagem e mais duas questões sobre o assunto da Mega Sena:

- 12. Se a cada bilhete é permitido escolher no máximo 15 dezenas. Quantos bilhetes se devem comprar no mínimo para realizar todos os jogos possíveis?
- Reportagem: “Os 10 maiores prêmios já pagos pela Mega Sena” de 29/12/2011 às 18h10min
- 13. Sabendo-se que o maior prêmio pago até 2011 foi de R\$194.395.200,04, você teria coragem de apostar em todas as combinações possíveis de 6 dezenas, sabendo que gastaria o R\$100.127.720.

Como pedido pela tutora, digitei as partes digitalizadas do livro e retirei algumas atividades por ter iniciado com o plano após a data prevista..

Impressões dos alunos

A classe se interessou pelo assunto, gostaram da aula, envolveram-se com as atividades, ou seja, atingiram os objetivos. Adoraram aprender como determinar as chances que tem de ganhar um jogo em função do número e eventos favoráveis. Relataram também que todos os conteúdos de matemática deveria ter uma aplicação prática tão clara como a probabilidade. Durante e após a atividade 1, alguns alunos disseram: “...quero descobrir como ganhar na Mega Sena...”; “...assim não compensa jogar não...”; “...é praticamente impossível ganhar com apenas um bilhete....”





Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 3º Ano – 1º Bimestre/2013
Plano de Trabalho

Probabilidade

Tarefa 2

Cursista: José Renato Paveis Coelho

Tutora: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

Grupo: 3

Sumário

INTRODUÇÃO	06
DESENVOLVIMENTO	07
AVALIAÇÃO	24
ANEXO DA ATIVIDADE 1	25
DADOS BIBLIOGRÁFICOS	26

Introdução

O objetivo deste plano de trabalho é fazer com que os alunos percebam as aplicações do estudo das “Probabilidades” no cotidiano e na resolução de problemas, e como a análise combinatória se envolve nesse processo. Serão utilizados como ferramentas para ministração do conteúdo: livro didático, folha de atividades, data show, caixa de som e notebook.

Na atividade 1, será aplicado o roteiro de ação 5, espera-se que as atividades contribuam para a melhor compreensão do tema. Esses conteúdos oportunizam ao aluno, conhecimentos sobre levantamentos de possibilidades, cálculos de chances e incertezas em diversas situações do nosso cotidiano. Uma das aplicações possíveis refere-se às chances de se predizer os resultados num jogo de azar, como jogos de loterias, apostas, bingos, etc. Essa é uma atividade baseada no jogo da Mega Sena.

A atividade 2, trata-se do conteúdo apresentado pelo livro didático, onde o aluno verá mais exemplos das aplicações da probabilidades e realizará alguns exercícios específicos ao assunto juntamente com seus sub tópicos. O aluno terá a oportunidade de ver como tais questões são tratadas em no vestibular, e será estimulado sobre o que aprenderam através das vídeo aulas do novo telecurso2000. Em seguida terão acesso a um banco de questões de revisão sobre probabilidade.

Desenvolvimento

HABILIDADE RELACIONADA:

- Resolver problemas com Combinação e probabilidade.

PRÉ-REQUISITOS:

- Combinação e definição de probabilidade no contexto dos jogos da Mega Sena.

TEMPO DE DURAÇÃO:

800 minutos (16 aulas)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:

- Folha de atividades, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

- Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

METODOLOGIA ADOTADA:

- Na implementação dos roteiros de ação 5, será utilizado o datashow para exibir as atividades, e os alunos terão uma folha com as questões propostas para estudo.
- Por fim também será trabalhado as atividades proposta pelo livro didático.

ASSUNTO:

- Conceito
- Resolução de atividades

Atividade 1

Implementação do roteiro de ação 5.

O estudo da análise combinatória e da probabilidade é um assunto essencial no Ensino Médio. Esses conteúdos oportunizam ao aluno, conhecimentos sobre levantamentos de possibilidades, cálculos de chances e incertezas em diversas situações do nosso cotidiano. Uma das aplicações possíveis referem-se às chances de se prever os resultados num jogo de azar, como jogos de loterias, apostas, bingos, etc. Nessa atividade apresentamos atividades baseadas no jogo da Mega Sena.



Figura 1 – Quer saber suas chances de ganhar em um jogo? Então, vamos estudar probabilidade!

Fonte dados: <http://www.sxc.hu/photo/1330272>

Autor: Andrzej Pobiedziński

Fonte bingo: <http://www.sxc.hu/photo/1157660>

Autor: Alexander Chechetkin

Fonte loteria: <http://www.sxc.hu/photo/458523>

Autor: Dimitris Petridis

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Não. Apenas é necessário que o jogador acerte as dezenas sem se preocupar com a ordem. Se a ordem importasse, aumentaria e muito o grau de dificuldade para acerto, assim, as seis dezenas escolhidas, poderiam ser expressas de 6! formas diferentes, ou seja, há 720 maneiras de organizar seis dezenas.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

São possíveis formar 7 sequências diferentes de 6 dezenas.

05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37

05 – 09 – 13 – 35 – 37 – 57

05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 57

05 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57

05 – 09 – 12 – 13 – 37 – 57

09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57

05 – 09 – 12 – 35 – 37 – 57

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

Sim. Com 7 dezenas produzem-se 7 sequências simples de 6 dezenas. Como cada sequência simples custa R\$ 2,00 então temos $7 \times R\$ 2,00 = R\$ 14,00$.

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

Isso ocorre porque o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 6 a 6. Assim teremos:

$$\frac{8!}{6!(8-6)!} = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

Logo, temos 28 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $28 \times R\$ 2,00 = R\$ 56,00$.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?

Esse apostador escolheu 10 dezenas. Observando a tabela de valores dos jogos da Mega Sena, vemos que ele pagará R\$ 420,00 pelos jogos. Pois temos aqui uma combinação simples de 10 elementos tomados 6 a 6.

$$\frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 15 \cdot 7 = 210 \text{ jogos.}$$

Como cada jogo custa R\$2,00, em 210 jogos se pagará R\$ 420,00.

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

Como esse apostador escolheu 15 dezenas temos que o número de aposta é dado por:

$$\frac{15!}{6!(15-6)!} = \frac{15!}{6!9!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = 5005$$

Logo, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $5005 \times R\$ 2,00 = R\$10.010,00$.

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Como esse apostador escolheu n dezenas pagando 924 reais, temos que ele realizou 462 jogos simples. Basta fazer $924 \div 2$. Com isso, para calcular o número n de dezenas deve-se resolver a seguinte equação:

$$C_{n,6} = 462 \Rightarrow \frac{n!}{6!(n-6)!} = 462$$

Para evitar resolver uma equação do 6º grau, com apoio a tabela de valores dos jogos da Mega Sena verificamos que $C_{11,6} = 210$. Logo, fazendo $n=11$ temos:

$$\frac{11!}{6!(11-6)!} = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 33 \cdot 14 = 462$$

$$11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 33 \cdot 14 = 462$$

Portanto o apostador pagou 924 reais por 462 jogos simples, pois escolheu **11 dezenas**.

Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas?

Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por

$$10 \cdot 59 \cdot 29 \cdot 19 \cdot 14 \cdot 11 = \mathbf{50.063.860}$$

Esse número é da ordem de 50 milhões.

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{n^{\circ} \text{ de resultados favoráveis}}{n^{\circ} \text{ total de possibilidades}}$$

$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$

10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

A probabilidade não é igual a zero, pois há ao menos uma chance, apesar de ser muito remota.

11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

$$\text{_____} = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 15 \cdot 14 = \mathbf{210 \text{ jogos.}}$$

$$P(X) = \frac{n^{\circ} \text{ de resultados favoráveis}}{n^{\circ} \text{ total de possibilidades}}$$

$$\text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$$

12. Se a cada bilhete é permitido escolher no máximo 15 dezenas. Quantos bilhetes se devem comprar no mínimo para realizar todos os jogos possíveis.

Primeiro vamos novamente determinar o total de jogos que é possível realizar:

$$10 \cdot 59 \cdot 29 \cdot 19 \cdot 14 \cdot 11 = \mathbf{50.063.860} \text{ jogos distintos ao todo.}$$

Agora, vamos descobrir quantos jogos podemos realizar com cada bilhete com 15 dezenas marcadas.

$$\text{_____} = \mathbf{5005}$$

Basta agora determinarmos o quociente entre o número total de jogos e o número máximo de apostas que se pode realizar com cada bilhete.

————— 10.002,76..., ou seja, **10.003 bilhetes**. Gastando-se um total de R\$100.127.720.

Os 10 maiores prêmios já pagos pela Mega Sena

29/12/2011 18:10

Maior premiação superou os R\$ 190 milhões e foi dividida entre quatro vencedores.



São Paulo – A expectativa da Caixa Econômica Federal é que a Mega da Virada pague um prêmio de 170 milhões de reais. Se um único acertador marcar as seis dezenas sorteadas, ele leva o prêmio sozinho e o único trabalho que terá é [escolher o que comprar](#).

Apesar do prêmio ser bem alto, não é o maior já pago pela Mega Sena. Um levantamento do Sindicato dos Lotéricos de São Paulo (SINCOESP) com dados da Caixa mostra que a mais alta premiação foi paga na Mega da Virada do ano passado. Na ocasião, quatro apostadores dividiram um prêmio de 194.395.200,04 de reais.

A divisão foi feita pois o prêmio da Mega da Virada não é cumulativo. Se nenhum apostador acertar os seis números sorteados, o prêmio será distribuído entre os que acertarem as cinco dezenas e assim por diante.

Confira os 10 maiores prêmios já pagos pela Mega Sena:

Prêmio	Nº de ganhadores	Data do sorteio	Cidades das apostas vencedoras
R\$ 194.395.200,04	4	31/12/2010	Cariacica (ES), Belo Horizonte, Fazenda Rio Grande (PR) e Pinhais (PR)
R\$ 144.901.494,92	2	31/12/2009	Brasília e Santa Rita do Passa Quatro (SP)
R\$ 119.142.144,27	1	06/10/2010	Fontoura Xavier (RS)
R\$ 92.522.954,23	7	04/09/2011	Rio de Janeiro, Botucatu (SP), Manduri (SP), Osasco (SP), Praia Grande (SP), Ribeirão Preto (SP) e São Paulo
R\$ 73.451.540,26	1	25/06/2011	Santo André (SP)
R\$ 72.718.776,04	4	27/02/2010	Brasília, Conselheiro Lafaiete (MG), Jundiaí (SP) e São Paulo
R\$ 71.408.606,06	2	20/04/2011	São José dos Pinhais (PR) e Limeira (SP)

R\$ 64.905.517,65	1	10/10/1999	Salvador
R\$ 63.981.675,84	1	31/08/2011	Aracaju
R\$ 55.863.193,02	1	25/07/2009	Rio de Janeiro

Fonte: <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/os-10-maiores-premios-ja-pagos-pela-mega-sena>

13. Sabendo-se que o maior prêmio pago até 2011 foi de R\$194.395.200,04, você teria coragem de apostar em todas combinações possíveis de 6 dezenas, sabendo que gastaria o R\$100.127.720.

Essa resposta é pessoal. Sim ou não estão corretos, porém eu não teria essa coragem, pois esse prêmio foi repartido entre 4 sortudos. Para arriscar tanto, é preciso ter certeza que ninguém mais acertará as dezenas premiadas.

Atividade 2

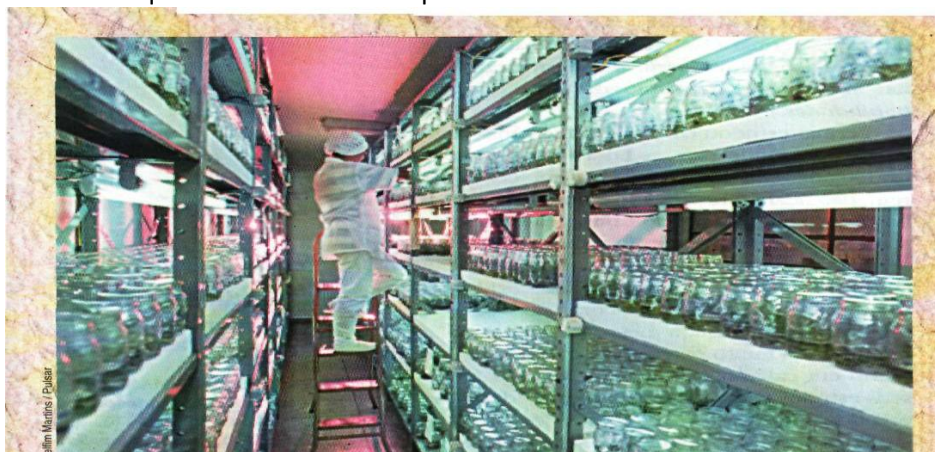
Livro didático.

A história conta

A teoria das probabilidades

Dos jogos ao laboratório à teoria das probabilidades

O estudo das probabilidades foi motivado inicialmente pelos jogos, encontrando mais tarde aplicações em outros campos, como a genética, a medicina, a economia, a política e outros setores da atividade humana em que há necessidade de prever a ocorrência de determinado fato.



As experiências genéticas - atividade que utiliza a teoria das probabilidades — têm contribuído com a agricultura, na busca de espécies mais resistentes a pragas, com melhor adaptação as condições de clima e solo e maior produtividade.



Os primeiros estudos devem-se ao matemático francês Blaise Pascal (1623-1662). Ao viajar com um jogador, viu-se diante de um problema sobre jogo de dados. Após estudá-lo, escreveu sobre suas conclusões ao colega francês Pierre de Fermat (1601-1665). As análises que ambos elaboraram a partir desse problema deram início ao que chamamos de teoria das probabilidades.

Fermat estudou Direito e tinha varias ocupações, deixando para as horas vagas os seus estudos matemáticos. Suas contribuições, porém, não ficaram restritas ao campo das probabilidades. Foi brilhante no campo da geometria analítica, ao desenvolver um trabalho independente daquele realizado por René Descartes. É considerado por alguns como o descobridor do cálculo diferencial, pois embora não tivesse o conceito de limite, seu método de máximos e mínimos era muito parecido com o que hoje é usado em cálculo. Não menos valiosos foram seus estudos para a elaboração da moderna teoria dos números.

O fato de não ter publicado seus estudos impediu seu reconhecimento na época, mas mesmo sendo um amador, foi responsável pelas principais descobertas matemáticas de seu tempo.

Pesquise mais sobre o assunto

BOYER, C. D. Historia da Matemática. São Paulo, Edgard Blücher, 1971.

KASNER, E. e NEWMAN, J. Matemática e imaginação. Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

LANCELOT, H. Maravilhas da Matemática. Porto Alegre, Globo, 1956.

1. Elementos do estudo das probabilidades

Experimento aleatório

Consideramos experimentos aleatórios os fenômenos que apresentam resultados imprevisíveis quando repetidos, mesmo que as condições sejam semelhantes.

Exemplos:

- Lançar 2 moedas e observar as faces voltadas para cima.
- Retirar 1 carta de 1 baralho com 52 cartas e observar o seu naipe.
- De uma urna contendo 4 bolas brancas e 5 vermelhas, retirar 1 bola e observar sua cor.
- Abrir 1 livro ao acaso e depois observar os números das duas páginas.

Espaço amostral

Espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer num experimento aleatório. Esse conjunto será indicado pela letra **S**.

Exemplos:

- Quando se lançam 2 moedas e se observam as faces voltadas para cima, sendo as faces da moeda cara (c) e coroa (k), o espaço amostral do experimento é:

$S = \{(c, c), (c, k), (k, k), (k, c)\}$, onde o número de elementos do espaço amostral $n(S)$ é igual a 4.

b) Lançam-se 2 dados, primeiro 1 branco e depois 1 azul, e observam-se os números das faces voltadas para cima,

Nesse experimento, o espaço amostral será composto de muitos elementos, por isso convém construir uma tabela:

Dado branco: B

Dado azul: A

B \ A	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Observamos que o espaço amostral S é o conjunto formado por todos os pares ordenados da tabela. Assim, o número de elementos $n(S)$ é igual a 36.

Evento

Evento (E) é qualquer subconjunto de um espaço amostral S . Muitas vezes um evento pode ser caracterizado por um fato.

Exemplos

a) No lançamento de 2 moedas:

E_1 : aparecerem faces iguais

$E_1: \{(c, c), (k, k)\}$

Portanto, o número de elementos do evento E_1 : é $n(E_1) = 2$.

E_2 : aparece cara com pelo menos 1 face

$E_2: \{(c, c), (c, k), (k, c)\}$, onde $n(E_2) = 3$

b) No lançamento não simultâneo de dois dados:

E_1 : aparecem números iguais

$E_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$, onde $n(E_1) = 6$

E_2 : o primeiro número é menor ou igual a 2

$E_2: \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\}$, onde $n(E_2) = 12$

E_3 : a soma dos resultados é menor ou igual a 4

$E_3: \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$, onde $n(E_3) = 6$

E_4 : o número do primeiro dado é o dobro do número do segundo dado

$E_4: \{(2, 1), (4, 2), (6, 3)\}$, onde $n(E_4) = 3$

Analisaremos alguns eventos particulares, através de exemplos.

Evento certo: evento que possui os mesmos elementos do espaço amostral, ($E = S$).

E_5 : a soma dos resultados nos 2 dados é menor ou igual a 12.

Evento impossível: evento igual ao conjunto vazio.

E_6 : o número do primeiro dado é igual a 7.

$E_6 =$

Evento simples: evento que possui 1 único elemento.

E_7 : a soma dos resultados nos 2 dados é igual a 12.

$E_7 = \{(6, 6)\}$

Evento complementar: se A é um evento de um espaço amostral S, o evento complementar de A indicado por \bar{A} é tal, que $\bar{A} = S - A$.

A: o primeiro número no lançamento dos dados é menor ou igual a 2.

\bar{A} : o primeiro número no lançamento dos dados é maior que 2.

S: o espaço amostral (ver tabela anterior).

$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\}$

Como, $\bar{A} = S - A$.

$\bar{A} = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

Eventos mutuamente exclusivos: dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a ocorrência de um deles implica a não-ocorrência do outro. Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, então $A \cap B = \emptyset$.

Sejam os eventos:

A: quando se lança um dado, o número na face voltada para cima é ímpar.

$A = \{1, 3, 5\}$

B: quando se lança um dado, o número na face voltada para cima é divisível por 4.

$B = \{4\}$

Os eventos A e B são mutuamente exclusivos, pois $A \cap B = \emptyset$.

Exercício Resolvido

Considerar o experimento aleatório: uma moeda é lançada 3 vezes. Determinar:

a) espaço amostral S

Seja c = cara e k = coroa:

$S = \{(c,c,c), (c,c,k), (c,k,c), (k,c,c), (c,k,k), (k,c,k), (k,k,c), (k,k,k)\} \rightarrow n(S) = 8$

b) evento E1: sair 2 caras e 1 coroa

$E_1 = \{(c,c,k), (c,k,c), (k,c,c)\} \rightarrow n(E_1) = 3$

c) evento E2: sair 3 caras

$E_2 = \{(c,c,c)\} \rightarrow n(E_2) = 1$

d) evento E3: sair pelo menos 1 cara

$E_3 = \{(c,c,c), (c,c,k), (c,k,c), (k,c,c), (c,k,k), (k,c,k), (k,k,c)\} \rightarrow n(E_3) = 7$

e) evento E4: sair no máximo 2 coroas

$$E_4 = \{(c,c,c), (c,c,k), (c,k,c), (k,c,c), (c,k,k), (k,c,k), (k,k,c)\} \rightarrow n(E_4) = 7$$

f) evento E5: nenhuma cara

$$f) E_5 = \{(k,k,k)\} \rightarrow n(E_5) = 1$$

Exercícios Propostos

1) No lançamento de simultâneo de 2 dados, considere as faces voltadas para cima e determine:

- a) espaço amostral S.
- b) evento E₁: números cuja soma é igual a 5.
- c) evento E₂: números iguais.
- d) evento E₃: números cuja soma é um número par.
- e) evento E₄: números ímpares nos 2 lados.
- f) evento E₅: número 2 em pelo menos 1 dos dados.
- g) evento E₆: número cuja soma é menor que 12.
- h) evento E₇: números cuja soma é maior que 12.
- i) evento E₈: números divisores de 7 nos 2 dados.

2) Um casal planeja ter 3 filhos. Determine os eventos:

- a) os 3 são do sexo feminino.
- b) pelo menos 1 é do sexo masculino.
- c) os três do mesmo sexo.

3) Uma urna contém bolinhas numeradas de 1 a 20. Escolhe-se ao acaso uma bolinha e observa-se o seu número. Determine os seguintes eventos:

- a) o número escolhido é ímpar.
- b) o número escolhido é maior que 15.
- c) o número escolhido é múltiplo de 5.
- d) o número escolhido é múltiplo de 2 e de 3.
- e) o número escolhido é primo.
- f) o número escolhido é par e múltiplo de 3.
- g) o número escolhido é ímpar e múltiplo de 7.

2. Probabilidade

Considerando um espaço amostral S, não-vazio, e um evento E, sendo E \subset S, a probabilidade de ocorrer o evento E é o número real P(E), tal que:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}, \text{ sendo } 0 \leq P(E) \leq 1 \text{ e S um conjunto equiprovável, ou seja, todos os elementos tem a mesma "chance" de acontecer.}$$

n(E): número de elementos do evento E

n(S): número de elementos do espaço amostral S

Exemplo:

Lançando um dado, a probabilidade de sair um número ímpar na face voltada para cima é obtida da seguinte forma:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(S) = 6$$

$$E = \{1, 3, 5\} \quad n(E) = 3$$

$$P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(E) = \frac{1}{2} = 50\%$$

Exercício Resolvido

Escolhido caso um elemento do conjunto dos divisores de 30, determinara probabilidade de que ele seja primo.

Divisores de 30		
		1
30	2	2
15	3	3, 6
5	5	5, 10, 15, 30
1		

$$S = \{1, 2, 3, 6, 5, 10, 15, 30\}$$

$$E = \{2, 3, 5\}$$

$$P(E) = \frac{3}{8} = 37,5\%$$

Exercícios Propostos

4) Qual a probabilidade de ocorrer o número 5 no lançamento de um dado?

5) Qual a probabilidade de se obter um número par no lançamento de um dado?

6) Um disco tem urna face branca e a outra azul. Se o disco for lançado 3 vezes, qual a probabilidade de a face azul ser sorteada pelo menos urna vez?

7) Um casal planeja ter 3 filhos. Qual a probabilidade de os 3 serem do mesmo sexo?

8) (Unesp-SP) João lança um dado sem que Antonio veja. João diz que o número mostrado pelo dado é par. A probabilidade de Antonio descobrir esse número é:

a) — b) — c) — d) — e) —

9) (Vunesp) Um baralho de 12 cartas tem 4 ases. Retiram 2 cartas, urna após a outra. Determine a probabilidade de a segunda ser um ás, sabendo que a primeira é um ás.

10) (UFSCar-SP) Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, a probabilidade de não obtermos a bola número 7 é igual a:

11) Determine a probabilidade de se obterem os eventos a seguir, no lançamento simultâneo de 2 dados, observadas as faces voltadas para cima:

- números iguais
- números cuja soma é igual a 5
- números cuja soma é ímpar
- números cujo produto é par
- números cuja soma é menor que 12
- números cuja soma é maior que 12
- números primos nos 2 dados

12) Uma urna contém 2 bolas brancas e 5 bolas vermelhas. Retirando-se 2 bolas ao acaso e sem reposição, calcule a probabilidade de:

- a) as bolas serem de cores diferentes
- b) as 2 bolas serem vermelhas

13) (Mauá-SP) Urna caixa contém 11 bolas numeradas de 1 a 11. Retirando-se urna delas ao acaso, observa-se que ela tem um número ímpar. Determine a probabilidade de esse número ser menor que 5.

14) Uma bola é retirada de uma urna que contém bolas coloridas. Sabe-se que a probabilidade de ter sido retirada uma bola vermelha é $\frac{1}{4}$. Calcule a probabilidade de ter sido retirada uma bola que não seja vermelha.

3. União de dois eventos

Considerando A e B dois eventos contidos em um mesmo espaço amostral S , o número de elementos da reunião de A com B é igual ao número de elementos do evento A somado ao número de elementos do evento B , subtraído do número de elementos da intersecção de A com B .

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Se $n(S)$ o número de elementos do espaço amostral, vamos dividir os dois membros da equação por $n(S)$ a fim de obter a probabilidade $P(A \cup B)$.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Para eventos mutuamente exclusivos ($A \cap B = \emptyset$), a equação obtida fica: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Exemplo:

De uma urna com 20 bolinhas numeradas de 1 a 20, retira-se ao acaso uma bolinha. Para calcular a probabilidade de essa bolinha ter um número divisível por 2 ou por 3, consideramos:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

A : conjunto dos números divisíveis por 2

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

B : conjunto dos números divisíveis por 3

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

$A \cap B$: conjunto dos números divisíveis por 2 e por 3

$$A \cap B = \{6, 12, 18\}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2} \text{ e } P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \text{ ou } P(A \cup B) = 65\%$$

Exercício Resolvido

(Fuvest-SP) A probabilidade de que a população atual de um país seja de 110 milhões ou mais é de 95%. A probabilidade de ser de 110 milhões ou menos é de 8%. Calcule a probabilidade de ser 110 milhões.

Respostas:

Seja $P(A)$ a probabilidade de ser 110 milhões ou mais: $P(A) = 95\%$

Seja $P(B)$ a probabilidade de ser 110 milhões ou menos: $P(B) = 8\%$

$P(A \cap B)$ = a probabilidade de ser 110 milhões: $P(A \cap B) = ?$

$$P(A \cup B) = 100\% = 1$$

Aplicando a regra da união de dois eventos, temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$1 = 0,95 + 0,08 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0,95 + 0,08 - 1$$

$$P(A \cap B) = 0,03 \text{ ou } P(A \cap B) = 3\%$$

Exercícios Propostos

15) Uma urna contém 30 bolinhas numeradas de 1 a 30. Retirando-se ao acaso uma bolinha da urna, qual a probabilidade de essa bolinha ter um número múltiplo de 4 ou de 3?

16) Jogando-se um dado, qual a probabilidade de se obter o número 3

ou número ímpar?

17) Consultadas 500 pessoas sobre as emissoras de tevê que habitualmente assistem, obteve-se o seguinte resultado: 280 pessoas assistem ao canal A, 250 assistem ao canal B e 70 assistem a outros canais, distintos de A e B. Escolhida uma pessoa ao acaso, determine a probabilidade de que ela assista:

- a) ao canal A
- b) ao canal B
- c) ao canal A ou ao canal B

18) (PUCCAMP-SP) Num grupo, 50 pessoas pertencem a um clube A, 70 a um clube B, 30 a um clube C, 20 pertencem aos clubes A e B, 22 pertencem aos clubes A e C, 18 aos clubes B e C e 10 pertencem aos 3 clubes. Escolhida ao acaso uma das pessoas presentes, a probabilidade de que ela:

- a) pertencer aos três clubes é $\frac{3}{5}$
- b) pertencer somente ao clube C é zero
- c) pertencer a pelo menos dois clubes é de 60%
- d) não pertencer ao clube B é de 40%

19) De uma reunião participaram 200 profissionais, sendo 60 médicos, 50 dentistas, 32 enfermeiras e os demais nutricionistas. Escolhido ao acaso um elemento do grupo, qual é a probabilidade de ele ser médico ou dentista?

4. Probabilidade condicional

Considerando os eventos A e B de um espaço amostral S, define-se como probabilidade condicional do evento A, tendo ocorrido o evento B e indicado por $P(A|B)$, a razão:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Exemplo:

No lançamento de 2 dados, observando as faces de cima, para calcular a probabilidade de sair o número 5 no primeiro dado, sabendo que a soma dos 2 números é maior que 7, fazemos:

$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

Evento A: número 5 no primeiro dado

$A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

Evento B: a soma dos dois números é maior que 7

$B = \{(2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$A \cap B = \{(5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

$P(A \cap B) = \frac{4}{36}$

$P(B) = \frac{15}{36}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A|B) = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{4}{15}$$

Multiplicação de probabilidades

A probabilidade de ocorrer $P(A \cap B)$ é igual ao produto da probabilidade de um deles pela probabilidade do outro em relação ao primeiro.

Sendo:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) \text{ ou } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$\text{Então: } P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) \text{ ou } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Eventos independentes

Dois eventos A e B de um espaço amostral S são independentes quando $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ou $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Sendo os eventos A e B independentes, temos:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A) \quad (I) \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (II)$$

Substituindo II em I, obtemos:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Exercício Resolvido

(Mauá-SP) Lançando-se simultaneamente um dado e uma moeda, determine a probabilidade de obter 3 ou 5 no dado e cara na moeda.

$$S = \{(1, c), (1, k), (2, c), (2, k), (3, c), (3, k), (4, c), (4, k), (5, c), (5, k), (6, c), (6, k)\}$$

Evento A: 3 ou 5 no dado: $P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$$A = \{(3, c), (3, k), (5, c), (5, k)\}$$

Evento B: cara na moeda: $P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Os eventos são independentes, pois o fato de ocorrer A não modifica a probabilidade de ocorrer B. Assim, temos:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Portanto, $P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

Note que $A \cap B = \{(3, k), (5, k)\}$ e $P(A \cap B)$ poderia ser calculado por

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. No entanto, nem sempre a obtenção de $n(A \cap B)$ é simples.

Exercícios Propostos

20) Lançando-se simultaneamente dois dados, qual a probabilidade de se obter o número 1 no primeiro dado e o número 3 no segundo dado?

21) Uma urna A contém 3 bolas brancas, 4 pretas e 2 verdes. Uma urna B contém 5 bolas brancas, 2 pretas e 1 verde. Uma urna C contém 2 bolas brancas, 3 pretas e 4 verdes. Uma bola é retirada de cada urna. Qual é a probabilidade de as três bolas retiradas da primeira, segunda e terceira urnas serem, respectivamente, branca, preta e verde?

22) A probabilidade de que um aluno A resolva certo problema é $P(A) = 1/5$, a de que outro aluno B o resolva é $P(B) = 1/2$ e a de que um aluno C o resolva é $P(C) = 1/6$. Calcule a probabilidade de que os três resolvam o problema.

23) (Cesgranrio-RJ) Dois dados são lançados sobre uma mesa. A probabilidade de ambos os dados mostrarem na face superior números ímpares é:

a) $1/3$

b) $1/2$

c) $1/4$

d) $2/5$

e) $3/5$

24) (Unesp) Num grupo de 100 pessoas da zona rural, 25 estão afetadas por uma parasitose intestinal A e 11 por uma parasitose intestinal B, não se verificando nenhum caso de incidência conjunta de a e B. Duas pessoas desse grupo são escolhidas, aleatoriamente, uma após a outra. Determine a probabilidade de que, dessa dupla, a primeira pessoa seja afetada por A e a segunda por B.

25) (Unesp) Numa gaiola estão nove camundongos rotulados 1, 2, 3, ..., 9. Selecionando-se conjuntamente dois camundongos ao acaso (todos têm igual probabilidade de escolha), a probabilidade de que na seleção ambos os camundongos tenham rótulo ímpar é:

a) 0,3777....

b) 0,47

c) 0,17

d) 0,2777...

e) 0,13333...

Após a correção destas atividades farei uma revisão do conteúdo ministrado com as vídeo aula do novo telecurso2000 disponível em:

Aula 53

Parte 1 <http://www.youtube.com/watch?v=UfViB7FYsfc>

Parte 2 http://www.youtube.com/watch?v=2Xj28UqQ_1M

Aula 54

Parte 1 <http://www.youtube.com/watch?v=Xuz-nE2bOII>

Parte 2 http://www.youtube.com/watch?v=Fp2i4_a1Rjo

Aula 55

Parte 1 <http://www.youtube.com/watch?v=woohcZFaix8>

Parte 2 <http://www.youtube.com/watch?v=0ingevWrTpU>

Durante a execução farei pausas à medida que for necessário para esclarecer as informações prestadas pelos vídeos. Farei pausas também em algumas perguntas que ocorrer no vídeo aula para que os alunos reflitam e tentem responder. Cada vídeo aula dura em média 15 minutos, porém mediante as pausas para discussão, um vídeo pode demorar até 50 minutos para ser trabalhado, a previsão é de que seja necessário 3 ou 4 aulas para trabalhar com as 3 vídeo aulas.

Atividades de revisão

1) Dê o valor numérico do espaço amostral dos seguintes experimentos:

a) lançamento simultâneo de quatro moedas.

$n(S) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \rightarrow n(S) = 16$

b) lançamento simultâneo de um dado e uma moeda.

$n(S) = 6 \cdot 2 \rightarrow n(S) = 12$

c) distribuição dos cinco filhos de uma família, quanto ao sexo por ordem de nascimento.

$n(S) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \rightarrow n(S) = 32$

d) retirada sem reposição de 4 bolas de uma urna contendo 2 bolas brancas e 5 bolas verdes.

$n(S) = 7 \cdot 5 \cdot 4 \rightarrow n(S) = 840$

2) Em uma caixa há 5 papeletas, numeradas de 1 a 5. Retiram-se sem reposição duas delas ao acaso e calcula-se a soma dos números escritos. Determine:

a) o espaço amostral com seu esboço.

$S = \{(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,1); (2,3); (2,4); (2,5); (3,1); (3,2); (3,4); (3,5); (4,1); (4,2); (4,3); (4,5); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4)\}$

$n(S) = 5 \cdot 4 \rightarrow n(S) = 20$

b) obter uma soma par e múltipla de 3.

A possibilidade de obter soma par múltipla de 3 ocorrerá quando o resultado dessa adição for 6.

$E_1 = \{(1,5); (2,4); (4,2); (5,1)\} \rightarrow n(E_1) = 4$

c) obter uma soma ímpar ou múltipla de 3.

$E_2 = \{(1,2); (1,4); (1,5); (2,1); (2,3); (2,4); (2,5); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,5); (5,1); (5,2); (5,4)\} \rightarrow$

$n(E_2) = 16$

d) obter uma soma múltipla de 7.

Só ocorrerá se o resultado da soma for 7

$E_3 = \{(2,5); (5,2); (3,4); (4,3)\} \rightarrow n(E_3) = 4$

e) A probabilidade de se obter uma soma par múltipla de 3.

$P(E_1) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$ ou 20%

f) A probabilidade de obter uma soma ímpar ou múltipla de 3.

$P(E_2) = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0,8$ ou 80%

g) A probabilidade de obter uma soma múltipla de 7.

$P(E_3) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$ ou 20%

Avaliação

Os alunos serão avaliados durante as aulas mediante ao interesse e desenvolvimento das atividades. Aqueles que cumprirem as tarefas receberão vistos no caderno que determinará 10% da nota bimestral. Ao finalizar o conteúdo, será aplicada uma avaliação individual com consulta correspondente a 10% da nota bimestral para identificação dos pontos em que eles apresentam dúvidas. Após esclarecimentos, eles farão outra avaliação individual sem consulta correspondente a 30% da nota bimestral. Os outros 50% serão aplicados no próximo conteúdo.

As avaliações servirão de base para identificar as falhas e corrigi-las de modo a enriquecer o aprendizado, ressaltando que nenhuma avaliação é de caráter classificatório e ou excludente, mas sim uma maneira de identificar as carências e necessidade dos alunos. Através dela que será verificado se realmente dominaram o descritor do currículo:

- Calcular a probabilidade de um evento.

Anexo da Atividade 1

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez as suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas?

Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

12. Se a cada bilhete é permitido escolher no máximo 15 dezenas. Quantos bilhetes se devem comprar no mínimo para realizar todos os jogos possíveis?

13. Sabendo-se que o maior prêmio pago até 2011 foi de R\$194.395.200,04, você teria coragem de apostar em todas as combinações possíveis de 6 dezenas, sabendo que gastaria o R\$100.127.720.

Dados Bibliográficos

Vídeo aula 53 do novo telecurso2000, Matemática Ensino Médio. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=UfViB7FYsfc> (parte1); http://www.youtube.com/watch?v=2Xj28UgQ_1M (parte2)> acesso em 03 de março de 2013.

Vídeo aula 54 do novo telecurso2000, Matemática Ensino Médio. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=Xuz-nE2bOII>(parte1); http://www.youtube.com/watch?v=Fp2i4_a1Rjo (parte2)> acesso em 03 de março de 2013.

Vídeo aula 55 do novo telecurso2000, Matemática Ensino Médio. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=woohcZFaix8> (parte 1); <http://www.youtube.com/watch?v=0ingevWrTpU> (parte2)> acesso em 03 de março de 2013.

FILHO, Benigno Barreto e SILVA, Cláudio Xavier da. **Matemática Aula por Aula**. 1ª Ed. – São Paulo: FTD, 2003.

ROTEIRO DE AÇÃO 5 – **Análise Combinatória e Probabilidade** – Curso de Formação Continuada oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 Disponível em <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br>> acesso em 14 de Fevereiro de 2013.

Currículo Mínimo de Matemática. Curso de Formação Continuada oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013. Disponível em <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br>> acesso em 02 de Fevereiro de 2013.

“**Os 10 maiores prêmios já pagos pela Mega Sena**”. Disponível em:< <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/os-10-maiores-premios-ja-pagos-pela-mega-sena>>. Acesso em 01 de Abril de 2013.