

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

**COLÉGIO: CIEP BRIZOLÃO 283 MARIA AMELIA PACHECO**

**PROFESSOR: RAFAEL SANCHES BORGES**

**MATRÍCULA: 09154410**

**SÉRIE: 3º ANO**

**GRUPO : 3**

**TUTOR : SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA**

## **AVALIAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2**

Todas as atividades do Plano de trabalho 2 foram executadas com certa facilidade por todos os alunos. Estes se mostraram bem empolgados na realização das tarefas. Os objetivos foram alcançados de maneira satisfatória. Pude notar que os alunos se mostram mais interessados e participativos quando trabalhamos de forma prática, com atividades mais concretas e dentro de suas realidades.

Nas atividades, os alunos se interessaram bastante, pois puderam notar que a **Probabilidade** pode ser utilizada para resolver situações-problema do dia-a-dia. Pude notar que os discentes construíram o conceito e aprenderam o conteúdo exigido por esta atividade. Sempre trabalhei com atividades praticas e isso facilitou o bom andamento da aula, pois não era nenhuma novidade e os alunos participaram de modo adequado.

A atividade seguinte também foi muito produtiva. Os alunos se mostraram motivados e empolgados em realizá-la. Foi um momento muito gostoso e de grande importância para o aprendizado. Notei nesta atividade que os alunos possuem muita dificuldade na interpretação de problemas, muitas vezes tive que ler parte por parte da situação-problema para que eles conseguissem montar a fórmula que representasse tal situação. Todos os grupos conseguiram realizar as atividades, alguns com facilidade outros com bastante dificuldade, mas todos demonstraram vontade em aprender e acertar e isso é fundamental para que haja aprendizado.

Achei válida a experiência e, com certeza, me utilizarei de atividades mais dinâmicas para abordar todos os outros conteúdos. É meio utópico querer que todos os alunos aprendam e participem de forma ativa de todas as atividades, mas fico feliz em ver que a grande maioria se mostrou interessada, participativa e com vontade de aprender.

## 1. Introdução:

### PROBABILIDADE

O interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades fez surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, na ocasião também era utilizado no intuito de antecipar o futuro.

O desenvolvimento das teorias da probabilidade e os avanços dos cálculos probabilísticos devem ser atribuídos a vários matemáticos. Atribui-se aos algebristas italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia (séc. XVI) as primeiras considerações matemáticas acerca dos jogos e das apostas. Através de estudos aprofundados, outros matemáticos contribuíram para a sintetização de uma ferramenta muito utilizada cotidianamente. Dentre os mais importantes, podemos citar:

*Blaise Pascal (1623 – 1662)*

*Pierre de Fermat (1601 – 1655)*

*Jacob Bernoulli (1654 – 1705)*

*Pierre Simon Laplace (1749 – 1827)*

*Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)*

*Lenis Poisson (1781 – 1840)*

Os alicerces da teoria do cálculo das probabilidades e da análise combinatória foram estabelecidos por Pascal e Fermat, as situações relacionando apostas no jogo de dados levantaram diversas hipóteses envolvendo possíveis resultados, marcando o início da teoria das probabilidades como ciências.

As contribuições de Bernoulli enfatizaram os grandes números, abordando as combinações, permutações e a classificação binomial. Laplace formulou a regra de sucessão e Gauss estabelecia o método dos mínimos quadrados e a lei das distribuições das probabilidades.

Atualmente, os estudos relacionados às probabilidades são utilizados em diversas situações, pois possuem axiomas, teoremas e definições bem contundentes. Sua principal aplicação diz respeito ao estudo da equidade dos jogos e dos respectivos prêmios, sendo sua principal aplicação destinada à

Estatística Indutiva, na aceção de amostra, extensão dos resultados à população e na previsão de acontecimentos futuros.

Ao começarmos o estudo da probabilidade, normalmente a primeira ideia que nos vem à mente é a da sua utilização em jogos, mas podemos utilizá-lo em muitas outras áreas. Um bom exemplo é na área comercial, onde um site de comércio eletrónico pode dela se utilizar, para prever a possibilidade de fraude por parte de um possível comprador.

Para iniciarmos o estudo da probabilidade, vamos a seguir definir alguns conceitos importantes sobre a matéria.

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

### **Experimento Aleatório**

Se lançarmos uma moeda ao chão para observarmos a face que ficou para cima, o resultado é imprevisível, pois tanto pode dar **cara**, quanto pode dar **coroa**.

Se ao invés de uma moeda, o objeto a ser lançado for um dado, o resultado será mais imprevisível ainda, pois aumentamos o número de possibilidades de resultado.

A experimentos como estes, ocorrendo nas mesmas condições ou em condições semelhantes, que podem apresentar resultados diferentes a cada ocorrência, damos o nome de **experimentos aleatórios**.

### **Espaço Amostral**

Ao lançarmos uma moeda não sabemos qual será a face que ficará para cima, no entanto podemos afirmar com toda certeza que ou será **cara**, ou será **coroa**, pois uma moeda só possui estas duas faces. Neste exemplo, ao conjunto { **cara**, **coroa** } damos o nome de **espaço amostral**, pois ele é o conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer neste experimento.

Representamos um **espaço amostral**, ou **espaço amostral universal** como também é chamado, pela letra **S**. No caso da moeda representamos o seu **espaço amostral** por:

$$S = \{ \text{cara}, \text{coroa} \}$$

Se novamente ao invés de uma moeda, o objeto a ser lançado for um dado, o **espaço amostral** será:

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

### **Evento**

Quando lançamos um dado ou uma moeda, chamamos a ocorrência deste fato de **evento**. Qualquer subconjunto de um espaço amostral é um evento.

Em relação ao **espaço amostral** do lançamento de um dado, veja o conjunto a seguir:

$$A = \{ 2, 3, 5 \}$$

Note que  $A \subset S$  (  $A$  está contido em  $S$ ,  $A$  é um subconjunto de  $S$  ). O conjunto **A** é a representação do evento do lançamento de um dado, quando temos a face para cima igual a um número primo.

## Classificação de Eventos

Podemos classificar os eventos por vários tipos. Vejamos alguns deles:

### Evento Simples

Classificamos assim os eventos que são formados por um único elemento do espaço amostral.

$A = \{ 5 \}$  é a representação de um **evento simples** do lançamento de um dado cuja face para cima é divisível por 5. Nenhuma das outras possibilidades são divisíveis por 5.

### Evento Certo

Ao lançarmos um dado é certo que a face que ficará para cima, terá um número divisor de 720. Este é um **evento certo**, pois  $720 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ , obviamente qualquer um dos números da face de um dado é um divisor de 720, pois 720 é o produto de todos eles.

O conjunto  $A = \{ 2, 3, 5, 6, 4, 1 \}$  representa um evento certo pois ele possui todos os elementos do espaço amostral  $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ .

## Atividade 1: Vídeo: PROBABILIDADE

### Habilidade relacionada:

- **-requisitos: Divisão , Porcentagem e Análise Combinatória**
- **Tempo de Duração:** 4aulas/200 min
- **Recursos Educacionais Utilizados:**
  - Vídeo;
  - Power Point;
  - Lista de situações-problemas.
- **Organização da turma:**
  - Pequenos grupo de 2 ou 3 alunos;
- **Objetivos:**
  - Efetuar a adição de dois ou mais números complexos na forma algébrica;
  - Efetuar a subtração de dois ou mais números complexos na forma algébrica;
  - Efetuar a multiplicação de dois ou mais números complexos na forma algébrica;
- **Metodologia adotada:**

Exibição do vídeo: PROBABILIDADE – Parte 1

[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=SLzIbZ-7SBM](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=SLzIbZ-7SBM)

Após a exibição do vídeo, debater com os alunos sobre a importância dos números complexos

Em seguida, dividir a turma em pequenos grupos de 2 ou 3 alunos. Cada grupo receberá uma situação-problema para ser resolvida e após, compartilhada com os demais grupos.

Exemplo 1 : Um dado é lançado, e é observada a face de cima.  
O espaço amostral é { 1, 2, 3, 4, 5, 6}

- a- Ocorrência de um número par. Assim o evento é { 2, 4, 6}.
- b- Ocorrência de um número primo. Assim o evento é { 2, 3, 5}.
- c- Ocorrência de um número ímpar maior que 3. Assim o evento é {5}.
- d- Ocorrência de um número primo maior que 5. Assim o evento é { }.

Consequência importante se definirmos o espaço amostral com n elementos, teremos sempre uma quantidade  $2^n$  de eventos possíveis, com a existência sempre do conjunto vazio { }.

Para definirmos probabilidade agora iremos utilizar os fatos descritos acima, assim sendo, probabilidade é o número associado à possibilidade de ocorrência de um determinado evento aleatório, escolhido, dentro dos de um espaço amostral.

$P(n) = \frac{n}{\Omega}$ , sendo sempre n e  $\Omega$  a quantidade de elementos do evento e do espaço amostral respectivamente.

Exemplo: Um dado é lançado, e é observada a face de cima. O espaço amostral é { 1, 2, 3, 4, 5, 6}

a- probabilidade de ocorrência de um número par. Evento: { 2, 4, 6} , sendo n = 3 e  $\Omega = 6$  temos que:

$$P(n) = \frac{n}{\Omega} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

b- probabilidade de ocorrência de um número ímpar maior que 3. Assim o evento é {5}, sendo n = 1 e  $\Omega = 6$  temos que:

$$P(n) = \frac{n}{\Omega} = \frac{1}{6} \cong 17\% .$$

## EXEMPLO 2

Dos 30 funcionários de uma empresa, 10 são canhotos e 25 vão de ônibus para o trabalho. Escolhendo ao acaso um desses empregados, qual a probabilidade de que ele seja canhoto e vá de ônibus para o trabalho?

Solução:

Considere os eventos:

A : ser canhoto

B : ir de ônibus para o trabalho

É claro que A e B são eventos independentes, portanto um não depende em nada do outro. A probabilidade de os dois eventos (A e B) ocorrerem simultaneamente é calculada por  $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$ .

Calculando:

$$P(A) = 10/30 = 1/3$$

$$P(B) = 25/30 = 5/6$$

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B) = 1/3 \cdot 5/6 = 5/18$$

A probabilidade de que ele seja canhoto e vá de ônibus para o trabalho é de 5

### Exemplo 3

Voltando ao lançamento de moedas. Já verificámos no post anterior que a probabilidade de sair cara ou coroa no lançamento de uma moeda era 50% para cada caso.

Coloquemos uma situação um pouco diferente. Lancemos simultaneamente 5 moedas iguais. Qual é probabilidade de obtermos, pelo menos, 4 caras?

Para resolver esta questão, basta um pequeno raciocínio e a construção de uma tabela:

- A primeira questão a saber é de quantas maneiras diferentes podem cair as 5 moedas?

A - se for uma moeda são 2 maneiras, ou seja  $2^1$ :

cara	coroa
------	-------

B - se forem duas moedas são 4 maneiras, ou seja  $2^2$ :

cara,cara	coroa,coroa
cara,coroa	coroa,cara

C - se forem três moedas, já parece evidente que serão 8 maneiras, ou seja  $2^3$ :

cara,cara,cara	coroa,coroa,coroa
cara,cara,coroa	cara,coroa,cara
coroa,cara,cara	cara,coroa,coroa
coroa,cara,coroa	coroa,coroa,cara

Parece evidente que se forem quatro moedas são 16 maneiras e cinco moedas darão 32 maneiras diferentes, ou seja  $2^5$ .

### Exemplo 4 .

Qual é a chance de uma pessoa ganhar jogando apenas uma cartela preenchida com seis números?

As chances de acerto dos seis números são calculadas através de uma combinação simples de sessenta elementos tomados seis a seis,  $C_{60,6}$ . Os possíveis números de combinações são calculados de acordo com a seguinte expressão matemática:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Lembrando que combinações simples são agrupamentos de elementos distintos que se diferem entre si pela natureza dos elementos. Nos cálculos envolvendo combinações utilizamos o fatorial de um número natural que consiste na multiplicação desse número por todos os seus antecessores até o número um, por exemplo:  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .

Dessa forma, vamos calcular as possíveis combinações existentes na Mega Sena:

$$\begin{aligned}
 C_{60,6} &= \frac{60!}{6!(60-6)!} \Rightarrow \frac{60!}{6!54!} \Rightarrow \frac{60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55 \cdot 54!}{6!54!} \Rightarrow \\
 C_{60,6} &= \frac{60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \Rightarrow \\
 C_{60,6} &= \frac{3604597920}{720} = 50.063.860
 \end{aligned}$$

Existem 50 063 860 (cinquenta milhões sessenta e três mil oitocentos e sessenta) modos diferentes de se escolher os seis números de 1 a 60. Veja algumas possíveis combinações:

$12 - 15 - 35 - 42 - 49 - 51$   
 $03 - 06 - 12 - 22 - 28 - 46$   
 $14 - 19 - 23 - 36 - 39 - 53$

As chances de uma pessoa acertar apostando apenas um cartela simples é de 1 em 50 063 860, isto corresponde a  $1/50\,063\,860 = 0,00000002$  que corresponde a 0,000002%.

## EXERCÍCIOS

- 1) Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a probabilidade desta bola ser verde?
- 2) Três moedas são lançadas ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de as três moedas caírem com a mesma face para cima?
- 3) Um casal pretende ter filhos. Sabe-se que a cada mês a probabilidade da mulher engravidar é de 20%. Qual é a probabilidade dela vir a engravidar somente no quarto mês de tentativas?
- 4) Um credor está à sua procura. A probabilidade dele encontrá-lo em casa é 0,4. Se ele fizer 5 tentativas, qual a probabilidade do credor lhe encontrar uma vez em casa?
- 5) Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?

- 6) Alguns amigos estão em uma lanchonete. Sobre a mesa há duas travessas. Em uma delas há 3 pastéis e 5 coxinhas. Na outra há 2 coxinhas e 4 pastéis. Se ao acaso alguém escolher uma destas travessas e também ao acaso pegar um dos salgados, qual a probabilidade de se ter pegado um pastel?
- 7) O jogo de dominó é composto de peças retangulares formadas pela junção de dois quadrados. Em cada quadrado há a indicação de um número, representado por uma certa quantidade de bolinhas, que variam de nenhuma a seis. O número total de combinações possíveis é de 28 peças. Se pegarmos uma peça qualquer, qual a probabilidade dela possuir ao menos um 3 ou 4 na sua face?
- 8) Em uma caixa há 4 bolas verdes, 4 azuis, 4 vermelhas e 4 brancas. Se tirarmos sem reposição 4 bolas desta caixa, uma a uma, qual a probabilidade de tirarmos nesta ordem bolas nas cores verde, azul, vermelha e branca?
- 9) Em uma escola de idiomas com 2000 alunos, 500 alunos fazem o curso de inglês, 300 fazem o curso de espanhol e 200 cursam ambos os cursos. Selecionando-se um estudante do curso de inglês, qual a probabilidade dele também estar cursando o curso de espanhol?
- 10) De uma sacola contendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 retira-se uma bola. Qual é a probabilidade desta bola ser divisível por 3 ou divisível por 4?

## **2. Avaliação:**

**Atividade 1** – Os alunos serão avaliados em dois momentos. De forma escrita, na resolução da situação-problema sugerida e de forma oral, na explicação da resolução do problema para os outros alunos na lousa. Também será avaliada a participação no debate relativo ao vídeo proposto.

**Atividade 2** – A avaliação será escrita e individual com resolução de problemas .

## **3. Referências:**

- PAIVA, Manoel; Matemática Paiva . Volume 3 1ª edição . São Paulo: Editora Moderna , 2009.

- Vídeos Youtube. Disponível em:< > acesso em 28/02/2013.

**[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=SLzIbZ-7SBM](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=SLzIbZ-7SBM)**

- BENIGNO Barreto Filho, Claudio Xavier da Silva . Matemática Aula Por Aula ..1ª edição Volume Único .São Paulo: Editora FDT, 2000.

- GIOVANNI, José Rui;; GIOVANNI JR., José Rui. Matemática Completa . 3ª série do Ensino Médio.2ª edição. São Paulo: FTD, 2009.