



Matemática - 3ª Série do Ensino Médio - 1º bimestre  
Ano: 2013

## **Plano de Trabalho**

### **Introdução a Probabilidade**

Tarefa 2

Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga

Tutor: Edeson dos Anjos Silva



Curso de Formação Continuada - CECIERJ

Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga

3ª série do Ensino Médio - Grupo: 2

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

## Introdução

Nos PCNs diz-se que a probabilidade desenvolve nos alunos formas particulares de pensamentos e raciocínios, envolvendo fenômenos aleatórios, e certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico, o fazer previsões e tomar decisões.

O Plano de trabalho em questão introduzirá o tema probabilidade explanando a parte história do seu surgimento e suas aplicações em várias áreas utilizando para tal o datashow como ferramenta de trabalho. Explorar após o texto exemplos vivenciados no cotidiano que levem o aluno a trabalhar de forma intuitiva o conceito de probabilidade. Em outro momento disponibilizar, as atividades contidas no Roteiro de Ação 4 e 5 disposto na plataforma do Curso de Formação Continuada.

Será descrito de maneira formal e sucinta o conceito de probabilidade. Para tal atividade será utilizado o quadro branco solicitando logo após os alunos a realizações de atividades em grupo colocando em prática o que puderam ver na teoria.

A correção das atividades será realizada durante as aulas explorando e instigando o conhecimento adquirido.

Durante todo o Plano de Trabalho caberá ao professor avaliar de forma direta e indireta a participação dos alunos.



## Desenvolvimento

### Atividade 1

**Recursos utilizados:** Data Show, Xerox dos Roteiros de Ação 4 e 5

**Tempo de duração:** 250 min

**Objetivo:** Compreender o conceito fundamental para o cálculo de Probabilidades.

- Desenvolver o cálculo mental aproximado na resolução de problemas probabilísticos.
- Conhecer fatos históricos sobre o surgimento da Teoria das Probabilidades.

### Metodologia

O pequeno texto contido no Baú de histórias registrado no link <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1095> será disposto em PowerPoint e logo após será apresentado o vídeo “Coisas de passarinho” sendo o marco inicial para o desenvolvimento do conteúdo – probabilidade. Após exposição do texto e do vídeo abrir breve discussão sobre os pontos relevantes dos mesmos. Lançar, então a problematização:

Vamos aos desafios.

Desafie os alunos a responderem as seguintes questões:

## ***Momento 1 -***

- Tenho aqui uma moeda. Se jogá-la para o alto qual a chance de sair coroa?
  - Peça a um dos alunos que respondeu a questão que relate como pensou.
  - Interrogue os alunos até que eles cheguem a uma conclusão que relacione o todo (100%) e as partes (50%).
- 
- Previamente construa um tetraedro e indague os alunos quanto à chance de sair uma das faces, depois de numerá-las.
- 
- Agora na mesma linha de raciocínio utilize um dado, quais as chances de ao lançar o dado se obter um número maior que 4?

A partir dessas indagações construídas a partir do conhecimento prévio dos alunos apresente o Roteiro de Ação 5 que deverá ser realizado em grupo. Todas as atividades serão corrigidas em sala tendo o cuidado de reafirmar pontos que sejam relevantes a aquisição do conhecimento do estudo de probabilidade.

## **Roteiro de Ação 5 – Jogando na Mega Sena**

*MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividade, lápis e borracha.*

*ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.*

-  *DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos.*
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática.*
-  *ASSUNTO: Análise Combinatória.*
-  *OBJETIVOS: Resolver problemas com Combinação e probabilidade.*
-  *PRÉ-REQUISITOS: Combinação e definição de probabilidade no contexto dos*
-  *jogos da Mega Sena.*
- 
- 



O estudo da análise combinatória e da probabilidade é um assunto essencial no Ensino Médio. Esses conteúdos oportunizam ao aluno, conhecimentos sobre levantamentos de possibilidades, cálculos de chances e incertezas em diversas situações do nosso cotidiano. Uma das aplicações possíveis referem-se às chances de se prever os resultados num jogo de azar, como jogos de loterias, apostas, bingos, etc. Nesse roteiro apresentamos atividades baseadas no jogo da Mega Sena.



**Figura 1** – Quer saber suas chances de ganhar em um jogo? Então, vamos estudar probabilidade!

**Fonte dados:** <http://www.sxc.hu/photo/1330272> -

**Autor:** Andrzej Pobiedziński

**Fonte bingo:** <http://www.sxc.hu/photo/1157660> -

**Autor:** Alexander Chechetkin

**Fonte loteria:** <http://www.sxc.hu/photo/458523> -

**Autor:** Dimitris Petridis



A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de apostadas	de	dezenas	6	7	8	9	10
Valor em R\$			2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

**1.** Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

---

---

---

---

---

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

**2.** Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

---

---

---

**3.** Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

---

---

---

A resposta do item 2 é sim. Com 7 dezenas produzem-se 7 sequências simples de 6 dezenas. Como cada sequência simples custa R\$ 2,00 então temos  $7 \times R\$ 2,00 = R\$ 14,00$ .

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

---

---

---

---

Isso ocorre porque o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos:

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28 . \text{ Logo, temos 28 jogos}$$

simples. Com isso o apostador deverá pagar  $28 \times R\$ 2,00 = R\$ 56,00$ .

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 - 02 - 09 - 10 - 21 - 22 - 33 - 39 - 45 - 54 ?

---

---

---

Esse apostador escolheu 10 dezenas. Observando a tabela de valores dos jogos da Mega Sena, vemos que ele pagará R\$ 420,00 pelos jogos.

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

---

---

---

---

Como esse apostador escolheu 15 dezenas temos que o número de aposta é dado por:  $C_{15,6} = \frac{15!}{9!6!} = 5005$ . Logo, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar  $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$ .



7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

---



---



---



---

Como esse apostador escolheu  $n$  dezenas pagando 924 reais, temos que ele realizou 462 jogos simples. Basta fazer  $924 \div 2$ . Com isso, para calcular o número  $n$  de dezenas deve-se resolver a seguinte equação:

$$C_{n,6} = 462 \Rightarrow \frac{n!}{6!(n-6)!} = 462$$

Para evitar resolver uma equação do 6º grau, com apoio a tabela de valores dos jogos da Mega Sena verificamos que  $C_{10,6} = 210$ . Logo, fazendo  $n = 11$  temos:

$$C_{11,6} = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$$

Portanto, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar  $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$ .



Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas? Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.

**8.** Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

---

---

---

---

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por  $C_{60,6} = 50.063.860$ . Esse número é da ordem de 50 milhões.

**9.** Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

---

---

---

---

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de resultados favoráveis}}{\text{n}^\circ \text{ total de possibilidades}} \Rightarrow$$

$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$

10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

---

---

---

A probabilidade não é igual a zero.

Mas podemos afirmar que essa chance é muito pequena.

11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

---

---

---

---

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na mega sena, pela análise da Tabela de Valores dos jogos da Mega Sena ele realizou 210 jogos. Portanto a chance dele acertar na Mega Sena é de:

$$P(10) = \frac{210}{50.063.860} = \frac{3}{715.198}$$

Do ponto de vista teórico, é fácil ver que não vale a pena jogar na Mega Sena, ainda mais se a aposta for simples. Vale a pena discutir com os alunos sobre o assunto. Questione os alunos sobre o porquê de tantas pessoas ainda jogarem apesar de sabermos que a chance é mínima. Discuta também com seus alunos sobre qual deve ser o valor das apostas em vistas das chances de ganhar.

Para complementar a ideia dos jogos e seu envolvimento com o tema abordado, sugerimos uma visita ao link: [http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica\\_Aula.html?aula=1328](http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica_Aula.html?aula=1328). A página, do Portal do Professor, apresenta uma aula diferenciada usando como recurso um software que permite a abordagem do tema probabilidade de forma lúdica. Vale a pena uma visita!

## Atividade 2

**Recursos utilizados:** Quadro branco

**Tempo de duração:** 50 min

**Descritores:** H67 - Resolver problemas envolvendo probabilidade.

**Objetivo:**

- Desenvolver o cálculo mental aproximado na resolução de problemas

probabilísticos.

## Metodologia

A explanação da proposta de trabalho dar-se-á através da utilização do quadro branco. Logo após lançar os exercícios como meio para fixação da aprendizagem.

Abaixo exponho o texto que será utilizado.

## Introdução à Probabilidade

### Conceito

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Por, exemplo, no lançamento de um dado, um número par pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 igualmente prováveis, portanto,  $P = 3/6 = 1/2 = 50\%$

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de S}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Exercícios de fixação:

1.1 - Considere o lançamento de um dado. Calcule a probabilidade de:

- a) sair o número 3:
- b) sair um número par
- c) sair um múltiplo de 3
- d) sair um número menor do que 3

e) sair um quadrado perfeito

1.2 - Considere o lançamento de dois dados. Calcule a probabilidade de:

a) sair a soma 8.

b) sair a soma 12

1.3 – Uma urna possui 6 bolas azuis, 10 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas. Tirando-se uma bola com reposição, calcule as probabilidades seguintes:

a) sair bola azul

b) sair bola vermelha

c) sair bola amarela



## **Avaliação**

É fundamental que a avaliação seja orientada para promoção da aprendizagem onde professor e aluno interajam de forma transparente para a aquisição de conhecimento e reconhecimento do mérito de aprender e ensinar.

A avaliação será realizada no transcorrer dos questionamentos apresentados, primeiramente observando a formação de conceitos pelos alunos, analisando seus questionamentos e intervenções, procurando, por meio do diálogo, perceber se houve assimilação dos conteúdos propostos. Pela leitura das produções, ou seja, atividades dos alunos, o professor avaliará sugerindo as mudanças e adequações necessárias, estimulando as leituras e quando necessário, o feedback dos conteúdos.

## **OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO**

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3001,3002 e 3003 do Colégio Estadual Hélio Rangel no ano letivo em curso- 2013 e o grau de conhecimento dos alunos.

### **Referências bibliográficas**

ROTEIROS DE AÇÃO – Análise Combinatória e Introdução a Probabilidade – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do ensino médio – 1º bimestre/2013. Disponível em:

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br>

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática – Ciência e Aplicações**, 2ª série, volume 2, Ensino médio: livro do professor. São Paulo: Saraiva, 2010.

Endereços eletrônicos acessados para pesquisa:

[www.brasilecola.com.br](http://www.brasilecola.com.br)

[www.mundovestibular.com.br](http://www.mundovestibular.com.br)

[www.somatematica.com.br](http://www.somatematica.com.br)

[www.portaldoprofessor.mec.gov.br](http://www.portaldoprofessor.mec.gov.br)