



Matemática - 3ª Série do Ensino Médio - 1º bimestre
Ano: 2013

Plano de Trabalho

Introdução a Probabilidade

Tarefa 2

Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga

Tutor: Edeson dos Anjos Silva



Curso de Formação Continuada - CECIERJ

Cursista: Telma Lúcia da Gama Alvarenga

3ª série do Ensino Médio - Grupo: 2

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

Introdução

Nos PCNs diz-se que a probabilidade desenvolve nos alunos formas particulares de pensamentos e raciocínios, envolvendo fenômenos aleatórios, e certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico, o fazer previsões e tomar decisões.

O Plano de trabalho em questão introduzirá o tema probabilidade explanando a parte história do seu surgimento e suas aplicações em várias áreas utilizando para tal o datashow como ferramenta de trabalho. Explorar após o texto exemplos vivenciados no cotidiano que levem o aluno a trabalhar de forma intuitiva o conceito de probabilidade. Em outro momento disponibilizar, as atividades contidas no Roteiro de Ação 4 e 5 disposto na plataforma do Curso de Formação Continuada.

Será descrito de maneira formal e sucinta o conceito de probabilidade. Para tal atividade será utilizado o quadro branco solicitando logo após os alunos a realizações de atividades em grupo colocando em prática o que puderam ver na teoria.

A correção das atividades será realizada durante as aulas explorando e instigando o conhecimento adquirido.

Durante todo o Plano de Trabalho caberá ao professor avaliar de forma direta e indireta a participação dos alunos.



Desenvolvimento

Atividade 1

Recursos utilizados: Data Show, Xerox dos Roteiros de Ação 4 e 5

Tempo de duração: 250 min

Objetivo: Compreender o conceito fundamental para o cálculo de Probabilidades.

- Desenvolver o cálculo mental aproximado na resolução de problemas probabilísticos.
- Conhecer fatos históricos sobre o surgimento da Teoria das Probabilidades.

Metodologia

O pequeno texto contido no Baú de histórias registrado no link <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1095> será disposto em PowerPoint e logo após será apresentado o vídeo “Coisas de passarinho” sendo o marco inicial para o desenvolvimento do conteúdo – probabilidade. Após exposição do texto e do vídeo abrir breve discussão sobre os pontos relevantes dos mesmos. Lançar, então a problematização:

Vamos aos desafios.

Desafie os alunos a responderem as seguintes questões:

Momento 1 -









- Tenho aqui uma moeda. Se jogá-la para o alto qual a chance de sair coroa?
 - Peça a um dos alunos que respondeu a questão que relate como pensou.
 - Interrogue os alunos até que eles cheguem a uma conclusão que relacione o todo (100%) e as partes (50%).
-
- Previamente construa um tetraedro e indague os alunos quanto à chance de sair uma das faces, depois de numerá-las.
-
- Agora na mesma linha de raciocínio utilize um dado, quais as chances de ao lançar o dado se obter um número maior que 4?

A partir dessas indagações construídas a partir do conhecimento prévio dos alunos apresente o Roteiro de Ação 5 que deverá ser realizado em grupo. Todas as atividades serão corrigidas em sala tendo o cuidado de reafirmar pontos que sejam relevantes a aquisição do conhecimento do estudo de probabilidade.

Roteiro de Ação 5 – Jogando na Mega Sena

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividade, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

-  **DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.
-  **ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.
-  **ASSUNTO:** Análise Combinatória.
-  **OBJETIVOS:** Resolver problemas com Combinação e probabilidade.
-  **PRÉ-REQUISITOS:** Combinação e definição de probabilidade no contexto dos jogos da Mega Sena.
- 
- 
- 

O estudo da análise combinatória e da probabilidade é um assunto essencial no Ensino Médio. Esses conteúdos oportunizam ao aluno, conhecimentos sobre levantamentos de possibilidades, cálculos de chances e incertezas em diversas situações do nosso cotidiano. Uma das aplicações possíveis referem-se às chances de se prever os resultados num jogo de azar, como jogos de loterias, apostas, bingos, etc. Nesse roteiro apresentamos atividades baseadas no jogo da Mega Sena.



Figura 1 – Quer saber suas chances de ganhar em um jogo? Então, vamos estudar probabilidade!

Fonte dados: <http://www.sxc.hu/photo/1330272> -

Autor: Andrzej Pobiedziński

Fonte bingo: <http://www.sxc.hu/photo/1157660> -

Autor: Alexander Chechetkin

Fonte loteria: <http://www.sxc.hu/photo/458523> -

Autor: Dimitris Petridis



A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de apostadas	de	dezenas	6	7	8	9	10
Valor em R\$			2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

A resposta do item 2 é sim. Com 7 dezenas produzem-se 7 sequências simples de 6 dezenas. Como cada sequência simples custa R\$ 2,00 então temos $7 \times \text{R\$ } 2,00 = \text{R\$ } 14,00$.

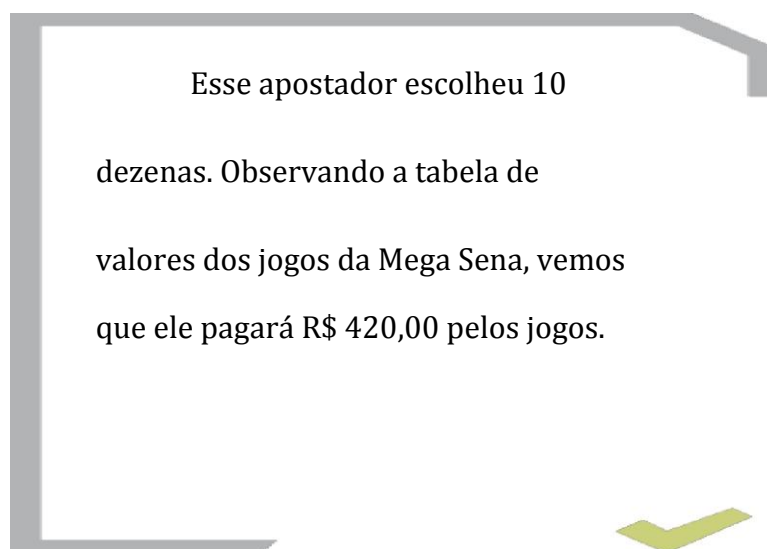
4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

Isso ocorre porque o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos:

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28. \text{ Logo, temos 28 jogos}$$

simples. Com isso o apostador deverá pagar $28 \times \text{R\$ } 2,00 = \text{R\$ } 56,00$.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?



6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

Como esse apostador escolheu 15 dezenas temos que o número de aposta é dado por: $C_{15,6} = \frac{15!}{9!6!} = 5005$. Logo, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$.



7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Como esse apostador escolheu n dezenas pagando 924 reais, temos que ele realizou 462 jogos simples. Basta fazer $924 \div 2$. Com isso, para calcular o número n de dezenas deve-se resolver a seguinte equação:

$$C_{n,6} = 462 \Rightarrow \frac{n!}{6!(n-6)!} = 462$$

Para evitar resolver uma equação do 6º grau, com apoio a tabela de valores dos jogos da Mega Sena verificamos que $C_{10,6} = 210$. Logo, fazendo $n = 11$ temos:

$$C_{11,6} = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$$

Portanto, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$.



Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas? Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por $C_{60,6} = 50.063.860$. Esse número é da ordem de 50 milhões.

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de resultados favoráveis}}{\text{n}^\circ \text{ total de possibilidades}} \Rightarrow$$

$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$

10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

A probabilidade não é igual a zero.

Mas podemos afirmar que essa chance é muito pequena.

11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na mega sena, pela análise da Tabela de Valores dos jogos da Mega Sena ele realizou 210 jogos. Portanto a chance dele acertar na Mega Sena é de:

$$P(10) = \frac{210}{50.063.860} = \frac{3}{715.198}$$

Do ponto de vista teórico, é fácil ver que não vale a pena jogar na Mega Sena, ainda mais se a aposta for simples. Vale a pena discutir com os alunos sobre o assunto. Questiona os alunos sobre o porquê de tantas pessoas ainda jogarem apesar de sabermos que a chance é mínima. Discuta também com seus alunos sobre qual deve ser o valor das apostas em vistas das chances de ganhar.

Para complementar a ideia dos jogos e seu envolvimento com o tema abordado, sugerimos uma visita ao link: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica_Aula.html?aula=1328. A página, do Portal do Professor, apresenta uma aula diferenciada usando como recurso um software que permite a abordagem do tema probabilidade de forma lúdica. Vale a pena uma visita!

Atividade 2

Recursos utilizados: Quadro branco

Tempo de duração: 50 min

Descritores: H67 - Resolver problemas envolvendo probabilidade.

Objetivo:

- Desenvolver o cálculo mental aproximado na resolução de problemas

probabilísticos.

Metodologia

A explanação da proposta de trabalho dar-se-á através da utilização do quadro branco. Logo após lançar os exercícios como meio para fixação da aprendizagem.

Abaixo exponho o texto que será utilizado.

Introdução à Probabilidade

Conceito

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Por, exemplo, no lançamento de um dado, um número par pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 igualmente prováveis, portanto, $P = 3/6 = 1/2 = 50\%$

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de S}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Exercícios de fixação:

1.1 - Considere o lançamento de um dado. Calcule a probabilidade de:

- a) sair o número 3:
- b) sair um número par
- c) sair um múltiplo de 3
- d) sair um número menor do que 3

e) sair um quadrado perfeito

1.2 - Considere o lançamento de dois dados. Calcule a probabilidade de:

a) sair a soma 8.

b) sair a soma 12

1.3 – Uma urna possui 6 bolas azuis, 10 bolas vermelhas e 4 bolas amarelas. Tirando-se uma bola com reposição, calcule as probabilidades seguintes:

a) sair bola azul

b) sair bola vermelha

c) sair bola amarela



Avaliação

É fundamental que a avaliação seja orientada para promoção da aprendizagem onde professor e aluno interajam de forma transparente para a aquisição de conhecimento e reconhecimento do mérito de aprender e ensinar.

A avaliação será realizada no transcorrer dos questionamentos apresentados, primeiramente observando a formação de conceitos pelos alunos, analisando seus questionamentos e intervenções, procurando, por meio do diálogo, perceber se houve assimilação dos conteúdos propostos. Pela leitura das produções, ou seja, atividades dos alunos, o professor avaliará sugerindo as mudanças e adequações necessárias, estimulando as leituras e quando necessário, o feedback dos conteúdos.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3001, 3002 e 3003 do Colégio Estadual Hélio Rangel no ano letivo em curso- 2013 e o grau de conhecimento dos alunos.

Referências bibliográficas

ROTEIROS DE AÇÃO – Análise Combinatória e Introdução a Probabilidade – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do ensino médio – 1º bimestre/2013. Disponível em:

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática – Ciência e Aplicações**, 2ª série, volume 2, Ensino médio: livro do professor. São Paulo: Saraiva, 2010.

Endereços eletrônicos acessados para pesquisa:

www.brasilecola.com.br

www.mundovestibular.com.br

www.somatematica.com.br

www.portaldoprofessor.mec.gov.br