

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ - 3º ANO - 1º BIMESTRE

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL EDMUNDO BITENCOURD

Professor: VALTER FERNANDES COSTA

Matrículas: 09149162

Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutora: SUSI CRISTINA BRITO FERREIRA

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 –
INTRODUÇÃO A PROBABILIDADE

Pontos Positivos:

O objetivo desse plano de trabalho seria apresentar e fixar os princípios elementares da probabilidade, no caso o domínio da fórmula $P = \frac{...}{...}$ e sua aplicação conceitual. As aplicações conceituais serão em jogo de cartas e dados.

A recepção dos alunos foi boa. A ideia de se começar discutindo alguns problemas históricos e exemplos corriqueiros de probabilidade foi motivador e de boa absorção por parte dos alunos.

Percebeu-se que a tática de executar o PT em pequenos grupos, usando sempre inicialmente problemas fáceis avançando em ordem de dificuldade, cumpre bem seu objetivo, pois passa confiança e segurança aos alunos.

Antes da aplicação do PT sobre introdução a Probabilidade, houve a percepção que deveria se fazer algumas mudanças. Logo foi introduzida a atividade do jogo com um e dois dados. Essa mesma, junto com atividade dos problemas históricos, surtiu o efeito desejado.

Pontos Negativos:

Um problema que aconteceu foi a falta de tempo para começar a implementação do PT. Até a elaboração dessa avaliação apenas uma aula tinha sido realizada com o PT de introdução a probabilidade. Mas antes já tinha sido analisado que a tarefa 1 da mega sena talvez não atingisse o efeito desejado. Mas dessa forma ficou pouco preciso poder analisar a eficácia do PT de introdução a probabilidade partindo de apenas uma aula.

Impressão dos Alunos:

A tática de começar por atividades que continham problemas ligados ao cotidiano do alunado, mais a narrativa histórica através de problemas, causou uma impressão boa por parte dos alunos. Os alunos entenderam o uso da fórmula $P = \frac{...}{...}$ e suas aplicações mais simples. Logo perceberam a lógica dentro das exemplificações, como no lançamento de dois dados ou de duas moedas. Acharam essa parte do conteúdo fácil.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE RELACIONADA 1: Jogando com dois dados e calculando facilmente probabilidades.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Operação elementar de divisão, simplificação e noções de porcentagem.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades, lápis e borracha. Dois dados não viciados para cada grupo da sala.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado colaborativo.
- **OBJETIVOS:** : Resolver problemas de probabilidade.
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Desenvolvimento Histórico da probabilidade:

As probabilidades nasceram na Idade Média com os tradicionais jogos de azar e apostas que se efetuaram na Corte.

Os algebristas Italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia (séc.XVI) fizeram as primeiras observações matemáticas relativas às apostas patentes nos jogos de azar.

Porém, a verdadeira teoria relativa às probabilidades surgiu através da correspondência entre Blaise Pascal e seu amigo Pierre De Fermat, chegando estes à mesma solução do célebre problema da divisão das apostas em 1654, embora tivessem seguido caminhos diferentes.

Este problema foi posto a Pascal pelo Cavaleiro De Méré. Este Cavaleiro era considerado por alguns um jogador inveterado, por outros um filósofo e homem de letras.

Um facto curioso é que este problema era o mesmo que, sensivelmente, um século antes havia retido a atenção de Pacioli, Tartaglia e Cardano.

Gerolamo Cardano, médico e matemático Italiano, nascido em Pavia (1501-1576) escreveu o primeiro livro relativo às probabilidades "*Liber de Ludo Alex*" ("Livro dos jogos do azar"), embora este só tenha sido publicado em 1663.

Laplace publicou a obra da Teoria Analítica das Probabilidades, em 1812. Esta obra foi um importante tributo para o desenvolvimento dos conhecimentos nesta área, uma vez que reuniu as ideias descobertas até então, donde se salienta a famosa Lei de Laplace.

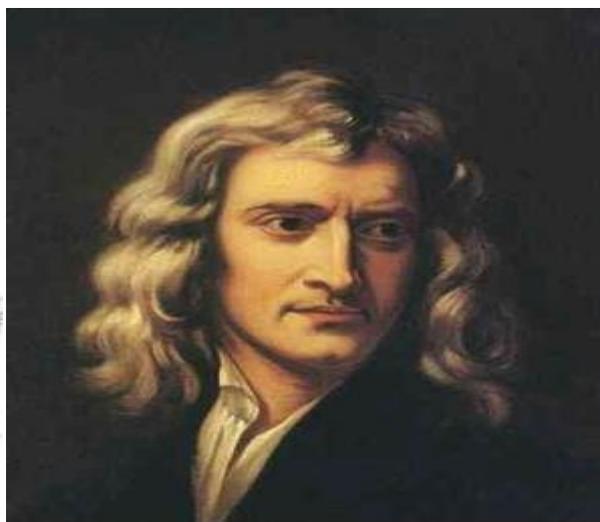
Laplace comentou as teorias de Pascal do seguinte modo:

" A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que o bom senso traduzido em cálculo; permite calcular com exatidão aquilo que as pessoas sentem por uma espécie de instinto... É notável que tal ciência, que começou nos estudos sobre jogos de azar, tenha alcançado os mais altos níveis do conhecimento humano."

A teoria das probabilidades evoluiu de tal forma que no século XX possui uma axiomática própria dentro da teoria matemática. Tal efeito deve-se sobretudo a Kolmogorov, que em 1933 adotou a nova definição de probabilidade que atualmente designamos por "Definição frequêncista".



Pierre De Fermat



Blaise Pascal

Problema histórico:

Em 1754, perguntaram a D'Alembert qual era a probabilidade de obter pelo menos uma cara ao lançar uma moeda duas vezes. O raciocínio de D'Alembert terá sido o seguinte:

" Só existem três casos possíveis.

- Sair cara no 1º lançamento (e o jogo termina);
- Não sair cara no 1º lançamento mas sair no 2º;
- Nunca sair cara.

“Ora, os dois primeiros são favoráveis, logo a probabilidade pedida é $2/3$.”

O que pensa deste raciocínio?

Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm42/historia.htm>. Acessado em 04/03/2013

ATIVIDADE RELACIONADA 1: Jogando com dois dados:

Dois dados não viciados são jogados, observa-se as faces voltadas para cima.



Fonte: Google.com.br. Acessado em 02/04/2013

Pergunta-se:

1. Faça uma tabela com todas as possibilidades de pares.
Exemplo: (1,1), (1,2), (1,3), ..., (6,6).

Após fazer a tabela pedida no exemplo 2, responda.

2. Quantos pares teremos?

3. Quantos pares têm números iguais?

4. Quantos pares têm números diferentes?

5. Quantos pares têm o primeiro numero maior que o segundo?

6. Quantos pares têm os dois números pares?

7. Quantos pares têm os dois números impares?

$$P(X) = \frac{n^\circ \text{ de resultados favoráveis}}{n^\circ \text{ total de possibilidades}},$$

8. Usando a fórmula

calcule a probabilidade de acontecer os casos:

a) Saírem dois números iguais.

b) Saírem dois números diferentes.

c) Saírem apenas números pares.

d) Saírem apenas números ímpares.

e) Sair o primeiro número maior que o segundo.

1. A tabela seria essa:

D_1/D_2	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

2. O total de resultados seria 36.

8.A) $P = 6/36$

8.B) $P = 30/36$

8.C) $P = 9/36$

8.D) $P = 9/36$

ATIVIDADE 2: Jogando na Mega Sena

- **PRÉ-REQUISITOS:** Combinação e definição de probabilidade no contexto dos jogos da Mega Sena.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades, lápis e borracha.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado colaborativo.
- **OBJETIVOS:** : Resolver problemas com Combinação e probabilidade.

ATIVIDADE RELACIONADA 1: Jogando na Mega Sena:

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números

sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto $\{01, 02, 03, \dots, 59, 60\}$. Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja

sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

A resposta do item 2 é sim. Com 7 dezenas produzem-se 7 sequências simples de 6 dezenas. Como cada sequência simples custa R\$ 2,00 então temos $7 \times R\$ 2,00 = R\$ 14,00$.

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

Isso ocorre porque o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos:

$C_{8,6} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$. Logo, temos 28 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $28 \times R\$ 2,00 = R\$ 56,00$.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?

Esse apostador escolheu 10 dezenas. Observando a tabela de valores dos jogos da Mega Sena, vemos que ele pagará R\$ 420,00 pelos jogos.

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

Como esse apostador escolheu 15 dezenas temos que o número de aposta é dado

por: $C_{15,6} = \frac{15!}{9! \cdot 6!} = 5005$. Logo, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $5005 \times R\$ 2,00 = R\$10.010,00$.

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Como esse apostador escolheu n dezenas pagando 924 reais, temos que ele realizou 462 jogos simples. Basta fazer $924 \div 2$. Com isso, para calcular o número n de dezenas deve-se resolver a seguinte equação:

$$C_{n,6} = 462 \Rightarrow \frac{n!}{6!(n-6)!} = 462$$

Para evitar resolver uma equação do 6º grau, com apoio a tabela de valores dos jogos da Mega Sena verificamos que $C_{10,6} = 210$. Logo,

$$C_{11,6} = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$$

fazendo $n = 11$ temos:

Portanto, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$.

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por $C_{60,6} = 50.063.860$. Esse número é da ordem de 50 milhões.

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma

aposta simples.

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{\textit{n}^\circ \textit{ de resultados favoráveis}}{\textit{n}^\circ \textit{ total de possibilidades}} \Rightarrow$$

$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$

10. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na mega sena, pela análise da Tabela de Valores dos jogos da Mega Sena ele realizou 210 jogos. Portanto a chance dele acertar na Mega Sena é de:

$$P(10) = \frac{210}{50.063.860} = \frac{3}{715.198}$$

Roteiro de ação 5 (1º bimestre -3º ano- 2013) – Fonte: <http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=53> . Acessado em 01/04/2013.

TEORIA

Conceito

Consideremos a experiência do lançamento de uma moeda e leitura da face

voltada para cima. Ao realizarmos n vezes a experiência, se obtivermos m vezes o resultado “cara” é $\frac{m}{n}$. É claro que lançada a moeda o resultado é imprevisível, pois não podemos dizer com absoluta certeza que o resultado será “cara”, pois nada impede que dê “coroa”. A experiência provou que conforme se aumenta n , ou seja, à medida que mais lançamentos da moeda são feitos, a frequência relativa $\frac{m}{n}$ tende a estabilizar-se em torno de $\frac{1}{2}$.

Exemplo:

Em 1000 lançamentos ($n = 1000$), 529 resultados foram favoráveis ($m = 529$), o que nos dá para $\frac{m}{n}$ o valor de 0,529. Em 4040 lançamentos, 2048 resultados foram favoráveis o que nos dá $\frac{m}{n} = 0,50693$, isso significa que no lançamento de uma moeda “honesta” a probabilidade de se obter “cara” é $\frac{1}{2}$. Essa experiência foi realizada por Kerrich e Buffon.

A definição que permite calcular teoricamente a probabilidade de um evento, sem realizar a experiência é:

Dado um espaço amostral S , com $n(S)$ elementos, e um evento A de S , com $n(A)$ elementos, a probabilidade do evento A é o $P(A)$ tal que:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/probabilidade.htm>. Acessado em 01/04/2013

AVALIAÇÃO

A avaliação nesse caso serve para poder se saber o quanto se avançou, ou não, na assimilação do conceito de probabilidade.

A avaliação será feito com uma carga horária de 50 minutos e será individual, seguindo a risca os exemplos dados, atividades e exercícios de aprendizagem. Os alunos serão medidos, na capacidade de reconhecer e aplicar o conceito de probabilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Matemática: ciência e aplicação, 2 : ensino médio/ Gelson Iezzi...[ET al.]. – 6. Ed. – São Paulo : Saraiva, 2010.
2. Roteiros de Ação 5 - 1º bimestre/3º Série/ 2013 – Formação Continuada – Seeduc/RJ.

Endereços Eletrônicos acessados entre 01/04/2013 e 02/04/2013:

1. Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/probabilidade.htm>. Acessado em 01/04/2013
2. Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm42/historia.htm>. Acessado em 01/04/2013
3. Fonte: <http://www.google.com.br>. Acessado em 02/04/2013