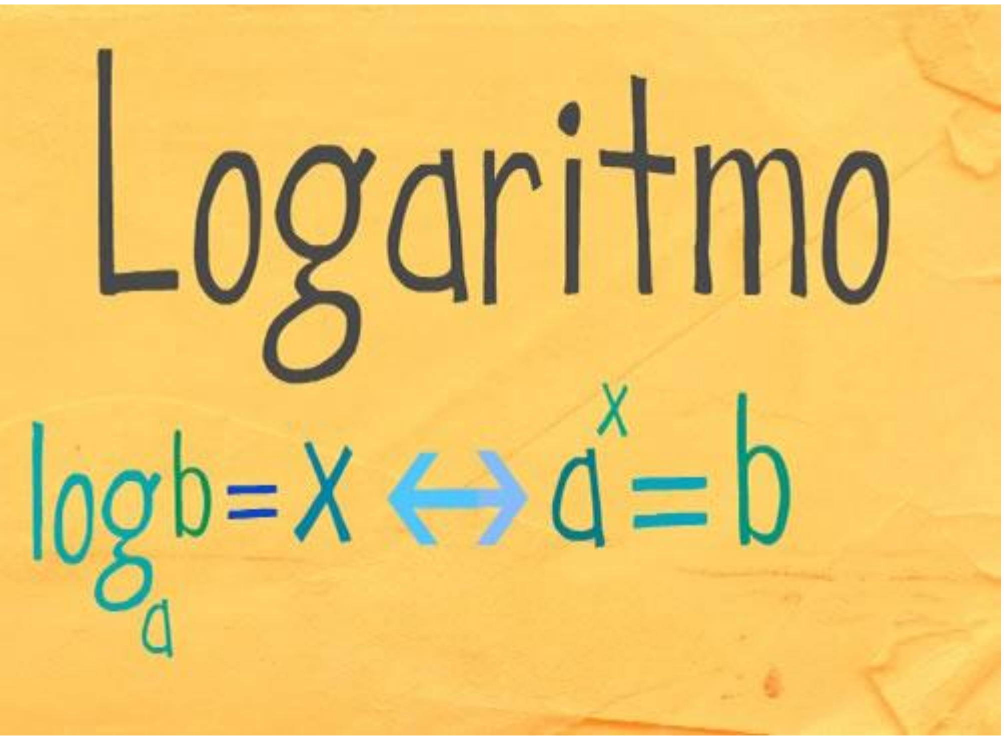
FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: CE DR. FELICIANO SODRÉ.

Matemática 2º Ano – 1º Bimestre/2013

Plano de Trabalho-1



Tarefa 1

Cursista: Ana Silvia Azevedo de Oliveira

Tutor: Melicia Cortat Ribeiro

Grupo 3

S u m á r i o

INTRODUÇÃO

Começarei o ensino de Logaritmos, abordando sua definição e suas propriedades,a fim de que o aluno verifique, por exemplo, a aplicabilidade em situações que envolvam Matemática financeira, química, física, medicina, biologia e etc..

O assunto exige conhecimento depotenciação. Por isso, faz-se necessário revisar suas propriedades, a fim de auxiliá-los no processo de resolução de atividades.

Depois abordarei a função logarítmica, explicitando-a na construção de seu gráfico.

Geralmente os alunos apresentam dificuldades concernentes àinterpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, além da falta de interesse. Por isso, e extremamente importante utilizar assuntos atraentes, que torne o aprendizado muito mais significativo.

Para a totalização do plano, serão necessários doze tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

HABILIDADE RELACIONADA: *H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.*

PRÉ-REQUISITOS: *Potenciação*

TEMPO DE DURAÇÃO: **4** tempos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Quadro, folha de atividades, lápis ou caneta hidrográfica, *borracha, régua, papel quadriculado.*

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: *Turma disposta em grupos de dois a três alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.*

OBJETIVOS: *Apresentação do conceito de logaritmo.*

METODOLOGIA ADOTADA:

Dividir a turma em grupo e fazer um breve resumo das potenciações na lousa. A seguir entregar cópia de uma atividade sobre definição de logaritmo e suas propriedades.

John Napier

Henry Briggs

Os logaritmos foram criados por John Napier (1550-1617) e desenvolvidos por Henry Briggs (1531-1630); foram introduzidos no intuito de facilitar cálculos mais complexos. Através de suas definições podemos transformar multiplicações em adições, divisões em subtrações, potenciações em multiplicações e radiciações em divisões.

Dados dois números reais positivos a e b, onde $a \neq 1$ e $a > 1$ e $b > 0$, existe somente um número real x, tal que $a^x=b$ ou $\log_a b=x$.
Temos:
a = base do logaritmo
b = logaritmando
x = logaritmo

O logaritmo de b na base a é o expoente que devemos atribuir ao número a para obter b.

Exemplos:
$\log_2 4 = 2$, pois $2^2 = 4$

$\log_3 27 = 3$, pois $3^3 = 27$

$\log_{12} 144 = 2$, pois $12^2 = 144$

Espera-se que o aluno entenda que o logaritmo é o expoente.

Definições:

1ª propriedade – Logaritmo de 1 em qualquer base a é 0.
$\mathbf{\log_a 1 = 0}$
$\log_a 1 = x$
$a^x = 1$ $(a^0 = 1)$
$x = 0$

2º propriedade – O logaritmo da base, qualquer que seja a base, será 1.
$\mathbf{\log_a a = 1}$
$\log_a a = x$
$a^x = a$
$x = 1$

3º propriedade - O logaritmo de uma potência de base *a* é igual ao expoente *m*.
$\mathbf{\log_a a^m = m}$
$\log_a a^m = x$
$a^x = a^m$
$x = m$

4º propriedade - Se dois logaritmos em uma mesma base são iguais, então os logaritmandos também são iguais.
$\mathbf{\log_a b = \log_a c}$
$\log_a b = x \longrightarrow a^x = b$
$\log_a c = x \longrightarrow a^x = c$
$b = c$

5º propriedade - A potência de base *a* e expoente $\log_a b$ é igual a *b*.
$\mathbf{a^{\log_a b} = b}$
$a^{\log_a b} = x$
$\log_a b = a_x$
$\log_a x = \log_a b$
$x = b$

Exemplos resolvidos:

$$a)\log_2 \frac{2}{8}$$
$$\log_2 \frac{2}{8} = x$$
$$2^x = \frac{2}{8}$$
$$2^x = \frac{1}{4}$$
$$2^x = 4^{-1}$$
$$2^x = \left(2^2\right)^{-1}$$
$$2^x = 2^{-2}$$
$$x = -2$$

b)
$$\log_5 \sqrt{5}$$
$$\log_5 \sqrt{5} = x$$
$$5^x = \sqrt{5}$$
$$5^x = 5^{\frac{1}{2}}$$
$$x = \frac{1}{2}$$

c)
$$\log_8 256$$
$$\log_8 256 = x$$
$$8^x = 256$$
$$8^x = 2^8$$
$$2^{3x} = 2^8$$
$$3x = 8$$
$$x = \frac{8}{3}$$

Disponível em:<http://www.brasilescola.com/matematica/definicao-logaritmico.htm>Acesso em: 08.Fev.2013

O sistema de logaritmos decimais foi proposto por Henry Briggs com o propósito de adequar os logaritmos ao sistema de numeração decimal. No caso do sistema decimal, somente as potências de 10 com expoentes inteiros possuem logaritmos inteiros.

Exemplos:

log 1 = 0
log 10 = 1
log 100 = 2
log 1 000 = 3
log 10 000 = 4
log 100 000 = 5
log 1 000 000 = 6

Dessa maneira, a posição dos logaritmos de números pode ser descoberta da seguinte forma:

Os logaritmos dos números compreendidos entre 1 e 10 possuem resultados entre 0 e 1, os compreendidos entre 10 e 100 estão entre 1 e 2, os compreendidos entre 100 e 1000 estão entre 2 e 3 e assim por diante.

Exemplos

Verificar entre quais números inteiros está:

a)log 120

$100 < 120 < 1000 \rightarrow 10^2 < 120 < 10^3 \rightarrow \log 10^2 < \log 120 < \log 10^3 \rightarrow 2 < \log 120 < 3$

O logaritmo de 120 está entre 2 e 3

Usando a calculadora científica, temos log 120 = 2,0791812460476248277225056927041

O número 2 é chamadode característica. E os números depois da vírgula é chamado de mantissa.

Disponível em : <http://www.brasilescola.com/matematica/sistema-logaritmos-decimais.>Acesso em 08.Fev.2013htm

Exercícios propostos:

1) Calcule:
   a) $\log_2 16$
   b) $\log_{13} 13$
   c) $\log_2 1024$
   d) $\log_5 1$
   e) $\log_{0,2} 25$

Espera-se que o aluno utilize a definição de logaritmo e as consequências de sua definição.

Atividade 2

HABILIDADE RELACIONADA: *H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo*

PRÉ-REQUISITOS: *Conceito de Logaritmo*

TEMPO DE DURAÇÃO: 2 tempos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: *Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.*

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: *Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.*

OBJETIVOS: *Dedução das principais propriedades do logaritmo*

METODOLOGIA ADOTADA:

Distribuir a turma em grupo e entregar cópia de uma atividade sobre as propriedades dos logaritmos.

PROPRIEDADE OPERATÓRIAS DOS LOGARITMOS

1ª Propriedade: logaritmo do produto, com a>0, b>0, c>0 e $a \neq 1$

Ex:

$$\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c \qquad \log_2 4 \cdot 32 = \log_2 4 + \log_2 32$$

Em uma mesma base, o logaritmo do produto de dois ou mais números reais e positivos é igual à soma dos logaritmos de cada fator do produto.

2ª propriedade: logaritmo do quociente,com a>0, b>0, c>0 e $a \neq 1$
Ex:

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \qquad \log_2(256 \div 16) = \log_2 256 - \log_2 164$$

Em uma mesma base, o logaritmo do quociente de dois números reais e positivos é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e do divisor.

3ª propriedade: logaritmo da potência,com a>0, b>0 e $a \neq 1$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

Ex: $\log 8 = \log 2^3 = 3*\log 2$

O logaritmo de uma potência de base real e positiva é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência.

Como vimos, as propriedades operatórias dos logaritmos são válidas para logaritmos de mesma base. Porém, existem situações em que temos logaritmos de bases diferentes. Nesses casos, é necessário mudá-las.

Mudança de Base

Sejam a, b, c números reais positivos com $a, c \neq 1$ então

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

A base deve ser escolhida de acordo com a conveniência de cada caso.

Na base 10:
Ex: $\log_5 8 = \log 8 / \log 5$

Exercícios propostos:

1) Adotando log3 = 0,477log 4 = 0,602 e log5= 0,699, calcule:
   a) log 0,8
   b) log 9
   c) log 2/3
   d) log 144

2) Saerjinho-Qual é, aproximadamente, o valor de log 14? Dado: log2=0,30log7 =0,85
   a) 2,10
   b) 1,70
   c) 1,60
   d) 1,15
   e) 0,25

3) Saerjinho-Qual é o valor aproximado de log 15? Dado: log3=0,48log5 =0,70
   a) 0,34
   b) 1,18
   c) 1,44
   d) 1,70
   e) 2,40

4) Saerjinho-Qual é o valor aproximado de log 6? Dado: log 2=0,30log12 =1,08
   a) 0,40
   b) 0,54
   c) 0,78
   d) 0,90
   e) 3,60

5) Saerjinho-Qual é o valor aproximado de log 8? Dado: log 2=0,30
   a) 0,03
   b) 0,70
   c) 0,90
   d) 1,20
   e) 3,30

6)Saerjinho- Qual é o valor aproximado de $\log_4 5$?
Considere: log 4=0,60log5=0,70
a)0,10
b) 0,42
c) 0,86
d)1,17
e) 1,30

(M120459B1) Dados *log* 2 = 0,301 e *log* 3 = 0,477, qual é o valor do *log* 12?

A) 0,043
B) 0,287
C) 0,567
D) 1,079
E) 2,778

Espera-se que o aluno entenda que o conceito de logaritmo, de alguma forma, é capaz de transformar um produto em uma soma e um quociente em uma subtração.

Atividade 3

HABILIDADE RELACIONADA: *H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo*

PRÉ-REQUISITOS: *Conceito de Logaritmo*

TEMPO DE DURAÇÃO: 2 tempos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: *Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.*

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: *Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.*

OBJETIVOS: *Dedução das principais propriedades do logaritmo*

METODOLOGIA ADOTADA:

Distribuir a turma em grupo e entregar cópia de uma atividade sobre aplicações do conceito de logaritmo na resolução de problemas.

Vamos pensar no seguinte problema e entender como o conceito de logaritmo pode ser importante para a resolução de problemas atuais.

Quantos meses são necessários para que uma aplicação de R$ 200,00, a uma taxa mensal de 0,8%, resulte em um montante de R$250,00? (Dados : log1,25 = 0,097 e log=1,008=0,003)

Vamos tentar resolver o problema, pensando inicialmente em algumas questões?

1) Se eu tenho um determinado capital C, por quanto devo multiplicar esse capital para obter o capital acrescido de 30%?

Espera-se que o aluno entenda que, se queremos que um capital C seja acrescido de 30%, então, o que precisamos calcular é 130% de C(C acrescido de 30% de C).

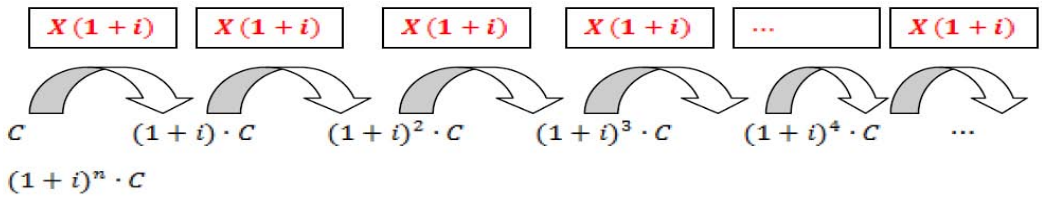
Como $130\% = \frac{130}{100}$, temos que a resposta será $1{,}30 \cdot C$.

2) E se eu quiser o meu capital inicial C acrescido de 7%, por quanto devo multiplicar o capital inicial para obter o acréscimo desejado?

Similarmente, um acréscimo de 7% sobre o capital inicial C será dado por $1{,}07 \cdot C$.

3) Imaginemos agora que todo mês o meu capital sofra um acréscimo de 20% sobre o montante encontrado no mês anterior. Qual será o montante final depois de 1 mês? E de 2 meses ? E de 3 meses? E se forem n meses?

Dessa maneira, de forma geral, em sucessivos acréscimos de $i\%$ sobre o montante capitalizado, gera o montante final $C \cdot (1+i)^n$, conforme o esquema abaixo:



Espera-se que o aluno entenda que, se queremos que um capital C seja acrescido de 20%, então, (1 + 0,20)*C depois de 1 mês, $(1 + 0{,}20)^2$*C depois 2 meses, $(1 + 0{,}20)^3$*C depois 3 meses e assim sucessivamente.

5) Tente escrever a equação que modela o nosso problema. Se necessário, releia-o.

Espera-se que o aluno após a realização dessa atividade e releitura do problema, chegue a seguinte equação:$M=c*(1+i)^t$ M= 250 c=200 i=0,008 logo,
$250=200(1+0{,}008)^t$
$250 =200*1{,}008^t$
$1{,}25 =1{,}008^t$
t*log1,008 = log1,25
t=log1,25/log1,008

Para resolver essa equação, deve-se aplicar o logaritmo decimal nos dois membros da igualdade.

t=0,097/0,003
t=32,333
Aproximadamente 32 meses.

6)Segundo o Censo realizado pelo IBGE no ano 2000, a população da cidade de São Pedro da Aldeia-RJ era estimada em torno de 60.000 habitantes.De acordo com o censo realizado em 2010, estima-se que a população cresceu 50% nos últimos dez anos.Considerando-se que esse mesmo índice de crescimento populacional seja mantido, em que ano, aproximadamente, a população de São Pedro da Aldeia atingirá a marca de 200.000 habitantes?

a) 2014 b) 2016 c) 2025 d) 2030

Dados:

log 3 = 0,48 log 150 = 2,18

Avalie os conhecimentos adquiridos através de uma ATIVIDADE AVALIATIVA com consulta apenasaos exercícios resolvidos (em dupla com duração de 100min – 1 tempos de aula além dos 2tempos utilizados para explicação do conteúdo).

Atividade 4

HABILIDADE RELACIONADA: *H65 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.*

PRÉ-REQUISITOS: *Marcação de Pontos no Plano Cartesiano, Definição de Logaritmo, Função Exponencial.*

TEMPO DE DURAÇÃO: 2 tempos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: *Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, papel quadriculado.*

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: *Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.*

OBJETIVOS: *Apresentar a Função Logarítmica como inversa da Função Exponencial.*

METODOLOGIA ADOTADA:

Distribuir a turma em grupo e entregar cópia de uma atividade sobre construção do gráfico da função logarítmica a partir do gráfico da função exponencial.

1) Agora, preencha as tabelas com as coordenadas das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$.

x	$y = f(x) = 2^x$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

x	$y = g(x) = \log_2 x$
1	0
2	
4	
8	
16	
32	
64	

2) Observe os resultados nas tabelas. O que você percebe em relação as coordenadas dos pontos de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$?

Você deve ter observado, por exemplo, que $f(3) = 2^3 = 8$ e $g(8) = \log_2 8 = 3$, $f(4) = 2^4 = 16$ e $g(16) = \log_2 16 = 4$.

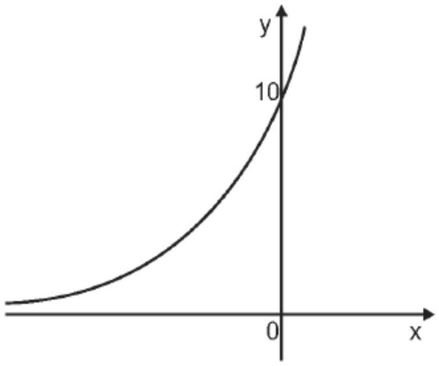
De forma geral, se a e b são números reais positivos com $a \neq 1$, então $f(b) = a^b$ e $g(a^b) = \log_a a^b = b$.

Assim, visto que $f(b) = a^b$ e $g(a^b) = \log_a a^b = b$, e $g\big(f(b)\big) = b$ para qualquer número real positivo b, fica evidente que as funções $f(x) = a^x$ e $g(x) = \log_a x$ são funções inversas.

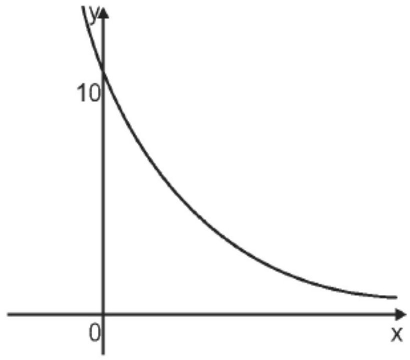
Vamos construir o gráfico da função logarítmica a partir do gráfico da função exponencial?

(M110057B1) Qual é o gráfico que melhor representa a função inversa da função $f : IR \to IR^*_+$, definida por $f(x) = 10^x$?

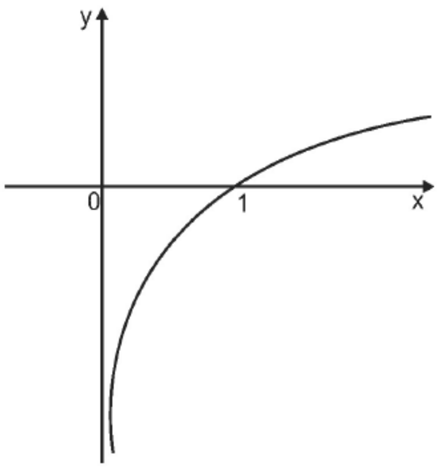
A)



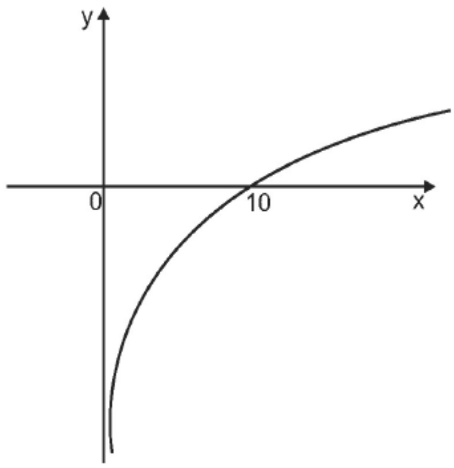
B)



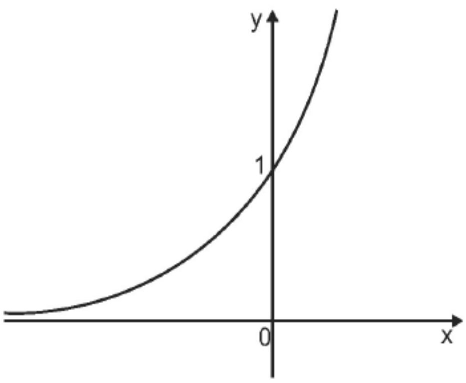
C)



D)



E)



Espera-se que o aluno perceba a relação inversa da qual a potenciação e o logaritmo desfrutam.

Atividade 5

HABILIDADE RELACIONADA: *H64 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.*

PRÉ-REQUISITOS: *Função Logarítmica.*

TEMPO DE DURAÇÃO: 2 tempos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: *Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, papel quadriculado.*

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: *Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.*

OBJETIVOS: *Estudar o gráfico da Função Logarítmica, seus intervalos de crescimento e decrescimento.*

METODOLOGIA ADOTADA:

Distribuir a turma em grupo e entregar cópia de uma atividade sobre construção de gráficos de duas funções logarítmicas.

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

A função $f: IR^{+} \rightarrow IR$ definida por $f(x)=\log_a x$, com $a \neq 1$ e $a>0$, é chamada **função logarítmica de base a**. O domínio dessa função é o conjunto IR^{+} (reais positivos, maiores que zero) e o contradomínio é IR (reais).

GRÁFICO CARTESIANO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

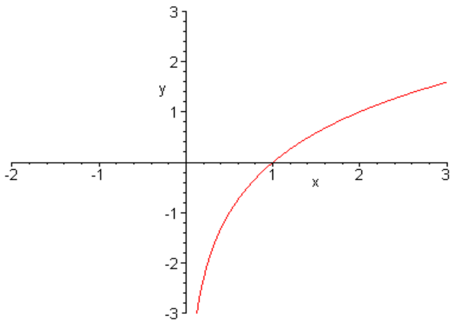
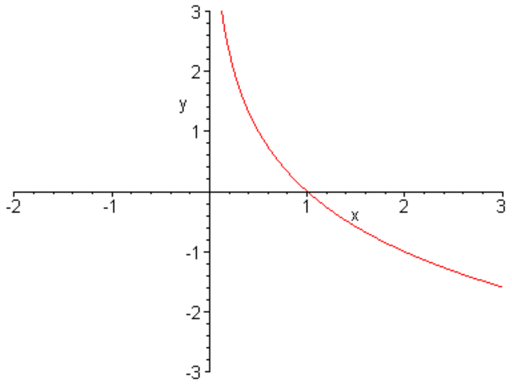
Nos dois exemplos, podemos observar que

a) o gráfico **nunca** intercepta o eixo vertical;

b) o gráfico corta o eixo horizontal no ponto (1,0). A raiz da função é x=1;

c) **y** assume todos os valores reais, portanto o conjunto imagem é Im=IR.

Além disso, podemos estabelecer o seguinte:

$a>1$	$0<a<1$
 $f(x)$ é crescente e Im=IR Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2>x_1 \Rightarrow y_2>y_1$ (as desigualdades têm mesmo sentido)	 $f(x)$ é decrescente e Im=IR Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2>x_1 \Rightarrow y_2<y_1$ (as desigualdades têm sentidos diferentes)

Disponível em <www.somatematica.com.br>acesso em 06.fev.2013

Exercícios propostos:

1) Preencha a tabela abaixo:

x	$f(x)=\log_2 x$
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{2}$	
1	
2	
4	

a) De acordo com o gráfico de f, à medida que aumentamos os valores de x, o que acontece com os valores correspondentes de y?

Espera-se que o aluno entenda que à medida que os valores de x aumentam, os valores de f(x) aumentam também.

b)

A função $f(x)=\log_2 x$ é crescente ou decrescente?

2) Preencha a tabela abaixo:

x	$f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{2}$	
1	
2	
4	

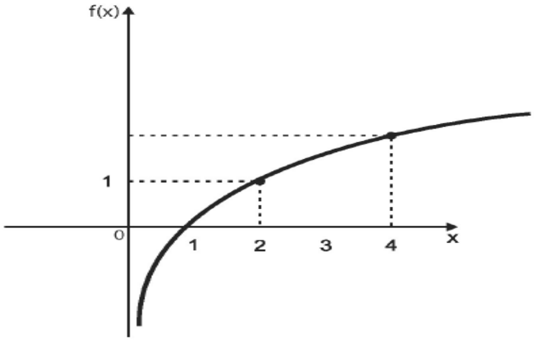
a) De acordo com o gráfico de f, à medida que aumentamos os valores de x, o que acontece com os valores correspondentes de y?

Espera-se que o aluno entenda que à medida que os valores de x aumentam, os valores de f(x) diminuem.

b)

A função $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ é crescente ou decrescente?

(M110056B1) Observe o gráfico abaixo que representa uma função logarítmica de base 2.



Qual é o valor de f(x) para x igual 4?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 6

Avalie os conhecimentos adquiridos através de uma ATIVIDADE AVALIATIVA com consulta apenasaos exercícios resolvidos (em dupla com duração de 100min – 1 tempos de aula além dos 2tempos utilizados para explicação do conteúdo).

Avaliação:

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada demaneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

As ATIVIDADES AVALIATIVAS apresentadas na pagina 13 e 19 deste Plano de Trabalho deve ser pontuadas, conforme critérios previamente apresentados.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos), parainvestigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo logaritmos.

No decorrer do desenvolvimento das atividades, o professor poderá analisar até que ponto os alunos integraram e deram sentido as informações.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 2010 do Colégio Estadual DR Feliciano Sodré, no ano letivo em curso (2013) e o grau de conhecimento dos alunos. Obviamente que há detalhes importantes que poderão ser acrescentados em momentos oportunos.

4. Fontes de Pesquisa:

Site:

Disponível em <www.somatematica.com.br>acesso em 06.fev.2013

Disponível em : <http://www.brasilescola.com/matematica/sistema-logaritmos-decimais.>Acesso em 08.Fev.2013htm

Disponível em:<http://www.saerjinho.caedufjf.net/diagnostica/paginas/protegidas/prova/configurarProva.faces> Acesso em:15.fev.2013

ROTEIROS DE AÇÃO 2,3,4Disponível em:<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=14>Acesso em 01.Fev.2013 Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre.

MATEMÁTICA , 2º Ano/Jackson Ribeiro– 1º Edição – São Paulo: Scipione, 2011.