Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 1º Bimestre/2013

Plano de Trabalho1
Função Logarítmica

Cursista: Ângela Pereira Cerqueira Halfeld
Tutora: Claudio Rocha de Jesus – Grupo 6

Sumário

INTRODUÇÃO. 03

DESENVOLVIMENTO. 04

AVALIAÇÃO. 18

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. 19

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo ajudar o aluno a desenvolver um conhecimento efetivo e de significado próprio utilizando os conceitos e aplicações das funções logarítmicas, possibilitando relações com conhecimentos adquiridos nos anos anteriores.

Devemos considerar que o ensino da Matemática busca desenvolver no aluno as habilidades de generalizar, relacionar e concluir, por isso, deve ser trabalhado com conteúdos o mais próximos possíveisde sua realidade, para que o aluno perceba que há Matemática impregnada em quase todas as atividades da vida atual, inclusive no que diz respeito aos logaritmos.

Devemos também expandir o uso de logaritmos, em atividades contextualizadas, onde deve ser explorada a interdisciplinaridade, propiciando aos alunos relacionar a Matemática com outras áreas do conhecimento, permitindo o desenvolvimento de habilidades globais.

Procurei desenvolver nos alunos atitudes positivas em relação à Matemática, como autonomia, trabalho em grupo e perseverança na resolução de problemas.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- HABILIDADE RELACIONADA:H34- Efetuar operações utilizando as propriedadesoperatórias do logaritmo.
- PRÉ-REQUISITOS: Operações com números reais.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, vídeo: "Geometria fractal : Arte e Matemática em formas naturais" e ficha 1.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas.
- OBJETIVOS: Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e suaaplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:
  Apresentaras imagens no datashow para os alunos com o objetivo de informar alguns exemplos práticos do uso dos conceitos delogaritmos .

FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Os fundamentos da teoria dos logaritmos

Em que estágio estaria hoje o conhecimento astronômico se o matemático e astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) tivesse à sua disposição uma dessas modernas calculadoras eletrônicas, tão comuns em nosso dia a dia?

Até o século XVII, cálculos envolvendo multiplicações ou divisões eram bastante incômodos, não só na Astronomia mas em toda ciência que tratasse de medidas. O escocês John Napier (1550-1617), também conhecido como Neper, preocupou-se seriamente em simplificar esses cálculos e, após vinte anos de pesquisa, publicou, em 1614, o resultado de seus estudos, apresentando ao mundo a teoria dos logaritmos. O princípio básico dos logaritmos é : transformar uma multiplicação em adição ou uma divisão em subtração, pois adicionar ou subtrair números é normalmente mais rápido que multiplica-los ou dividi-los.

O vocábulo *logarithmus* foi criado por Neper das palavras gregas :*logos*, que significa "razão" ou "cálculo" , e *arithmós*, que significa "número".

Exibir o vídeo sobre fractaisno Datashow :

"Geometria fractal : Arte e Matemática em formas naturais"

http://www.youtube.com/watch?v=YDhtL566M3U

FICHA 1 – FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 1. BIMESTRE – PROF.ª ÂNGELA – DATA : ______

NOME : ____________________________________ N.: ____ TURMA : _____

LOGARITMOS E FRACTAIS:

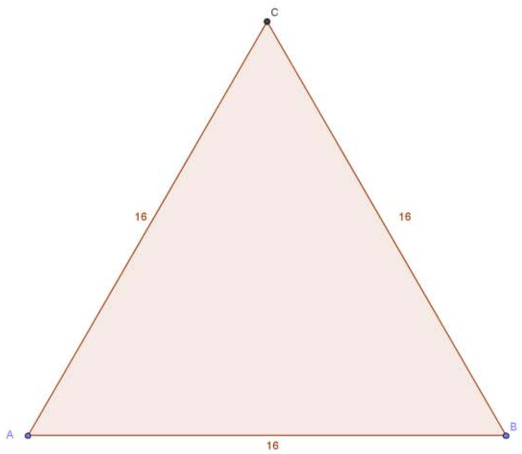
O que poderia haver em comum entre uma samambaia, uma árvore, nuvens, cristais, formas geométricas, ou ainda, a computação gráfica?
O matemático Benoit Mandelbrot percebeu que vários objetos presentes na natureza possuem características bastante especiais e que podem ser associados com formas geométricas abstratas.

VAMOS CONSTRUIR UM FRACTAL :

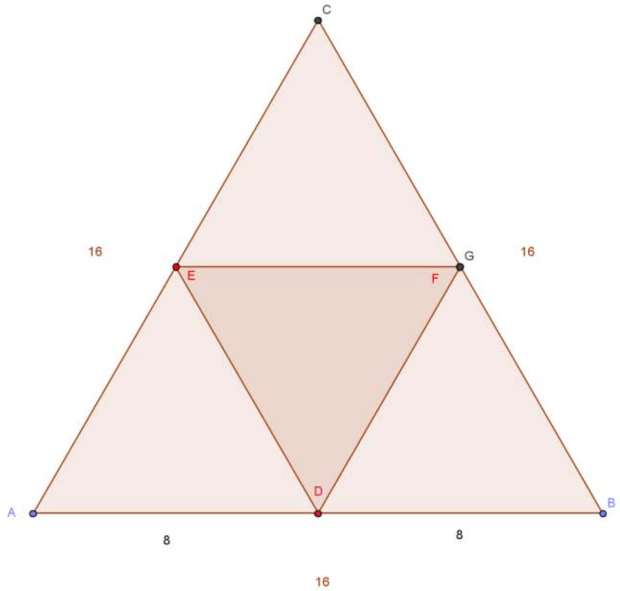
Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de um triângulo equilátero e após sucessivas repetições dos passos descritos abaixo.

1)Pegue a folha com o triângulo equilátero que o professor lhe entregou. (Anexo1)

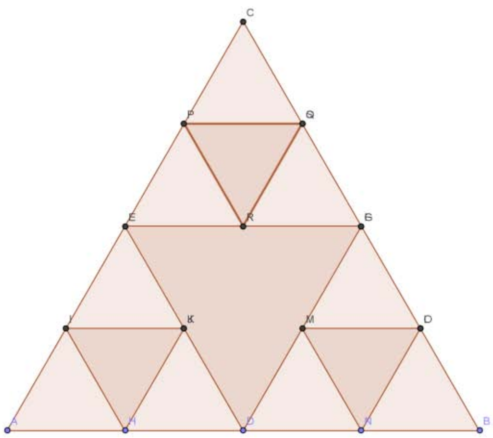
2) Obtenha o ponto médio de cada um dos lados do triângulo equilátero que você construiu.



3) Trace segmentos de reta unindo os pontos médios, obtendo quatro triângulos equiláteros.



4) Excluindo o triângulo central, repita os passos 2 e 3 com os outros três triângulos que foram formados, conforme figura abaixo.



4)Continue essa sequência o máximo de vezes possíveis, depois você deve colorir como achar melhor, usando cores diferentes para cada triângulo.

5) Agora é com você! Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sierpinsky a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
N.º de triângulos							

6) Você seria capaz de escrever uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima iteração?

No século XVI, o matemático alemão Michael Stifel utilizou uma tabela como essa para efetuar multiplicações. Nessa época, das grandes navegações e do pleno desenvolvimento da Astronomia, o uso da trigonometria para o estudo da Astronomia exigia uma necessidade de precisão de cálculo com números bastante grandes com oito ou mais casas decimais. Isso certamente dava muito trabalho, pois era preciso multiplicar, dividir e extrair raiz quadrada desses números.

A brilhante ideia de Stifel consiste na organização de uma tabela que associa duas sequências numéricas. Vamos completar a tabela, que construímos juntos, e utilizá-la para entender melhor como podemos obter o resultado das multiplicações.

Iteração	7	8	9	10	11	12	13
N.º de triângulos							

7) Efetue as seguintes operações e veja se você percebe algum padrão, observando a tabela:

a) 2 187 X 27 =

b) 6 561 X 243 =

c) 177 147 ÷ 6 561 =

8) Agora, lembrando do que você aprendeu, utilize a tabela para efetuar as seguintes multiplicações e divisões:

a) 59049 ÷ 6561 =

b) 243 X 729 =

c) 2187 X 81 =

d) 531541 ÷ 19683 =

As ideias de Stifel certamente influenciaram o matemático e teólogo escocês John Napier (1550-1617) na criação dos *logaritmos*.

O termo *logaritmos* também foi inventado por Napier e é a combinação de duas palavras gregas – *logos* e *arithmos*– a primeira significa razão e a segunda significa número.

A grande percepção de Stifel e Napier foi a observação de que o trabalho com o expoente dos números, quando escritos na forma de potência, se torna bastante simples.

9) A partir dessas informações, preencha a seguinte tabela:

$\log_3 531\ 441 =$ __________	O logaritmo de 81 na base 3 é ____
O logaritmo de 177 147 na base 3 é ____	$\log_3 6\ 561 =$ __________
$\log_3 729 =$ __________	O logaritmo de 3 na base 3 é ____

10) Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 2 e responda às seguintes questões:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	4											

a) O logaritmo de 256 na base 2 é _______
b) $512 \times 16 =$ _______
c) $\log_2 1\ 024 =$ __________
d) $32 \times 256 =$ ______
e) O logaritmo de 2 048 na base 2 é _______
f) $\log_2 4\ 096 =$ __________
g) $4\ 096 \div 256 =$ ________

11) E se fizermos uma tabela logarítmica com as potências de base 1? Complete a tabela abaixo e veja o que acontece:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1												

12) Qual é o valor de $\log_1 1024$?O que você conclui? Converse com seu colega.

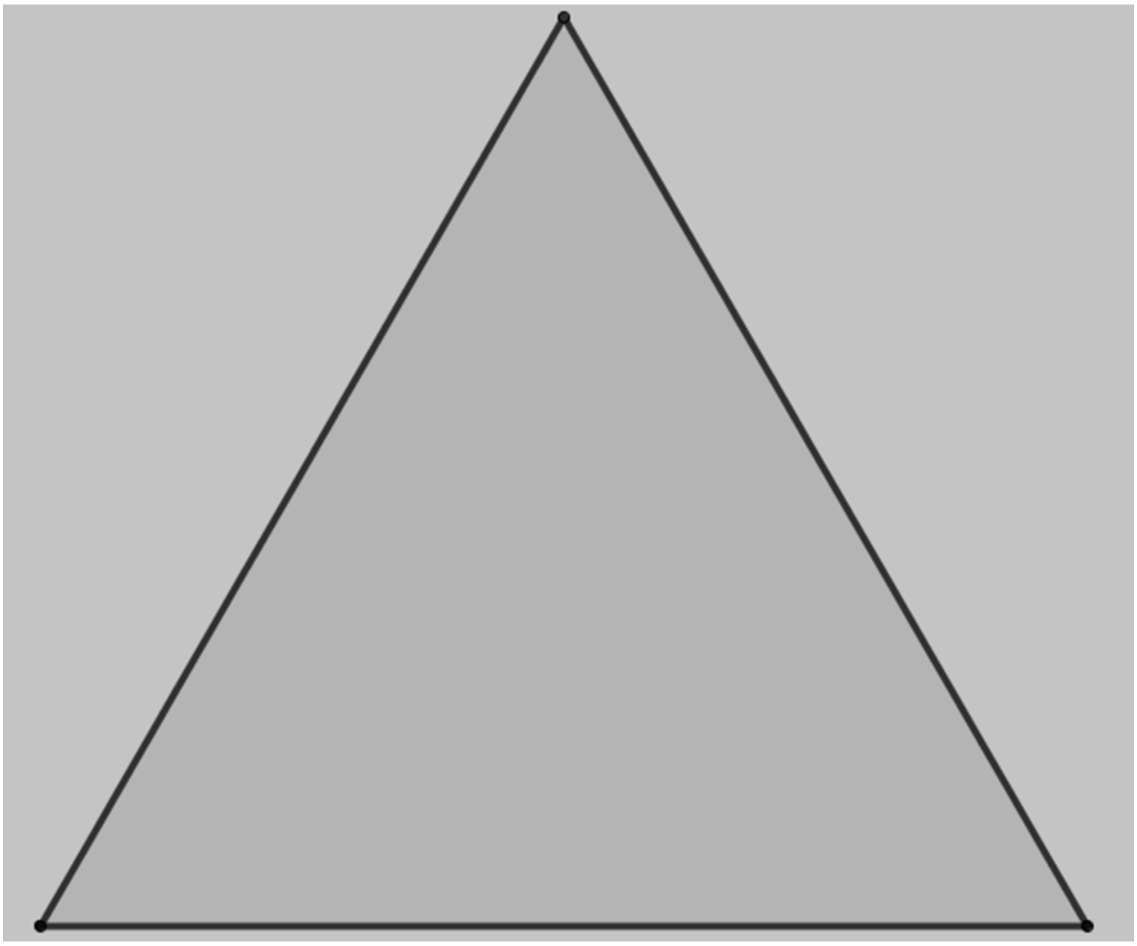
Daí, vem a definição :

Dados dois números reais positivos a e b, com $a \neq 1$ se $b = a^c$, então o expoente c chama-se logaritmo de b na base a.

$$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b, \text{ com } a \text{ e } b \text{ positivos e } a \neq 1$$

ANEXO 1

Triângulo Equilátero



Atividade 2

- HABILIDADE RELACIONADA: H64- Identificar a representaçãoalgébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.
- PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, gráficos das funções do 1.º e 2.° graus e da função exponencial.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático,papel quadriculado, software Geogebra e fichas2 e 3.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas.
- OBJETIVOS: Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:
  Apresentar o software Geogebra no datashow para os alunos se familiarizarem com o software e mostraralguns exemplos práticos do uso dos logaritmos através de sua representação gráfica, se possível, levá-los ao laboratório de informática. Caso haja algum problema técnico, fazer as atividades da ficha em papel quadriculado.

A função logarítmica e a função exponencial

Dado um número real qualquer b, positivo e diferente de 1, temos :

I) Para todo número real positivo x, existe um único número real y tal que $y = \log_b x$.
II) Para todo número real y existe um único número real positivo x tal que $y = \log_b x$.
As condições (I) e (II) mostram que a função $y = \log_b x$ é uma correspondência biunívoca entre os conjuntos IR^*_+ e IR e, portanto, essa função admite inversa, que podemos encontrar substituindo x por y e y por x, obtendo :

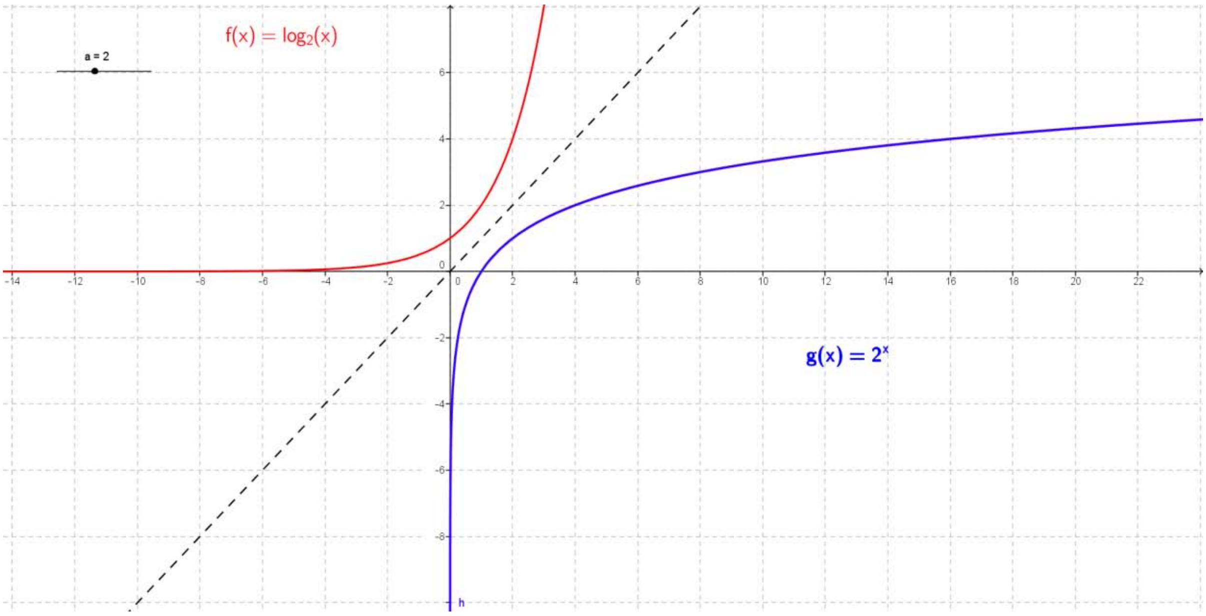
$x = \log_b y$

E, em seguida, isolamos a variável y, obtendo :

$x = \log_b y \quad \Rightarrow \quad y = b^x$

Exemplo :

A figura abaixo, apresenta os gráficos das funções inversas $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = f^{-1}(x) = 2^x$.
Note, na figura, a simetria dos gráficos em relação à reta r, bissetriz dos quadrantes ímpares.



Obs. : Mais exemplos no livro didático.

FICHA 2 – GRÁFICOS1

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 1. BIMESTRE – PROF.ª ÂNGELA – DATA : ______

NOME : _________________________________ N.: ____ TURMA : _____

1 – Observe os gráficos exibidos no Datashow :

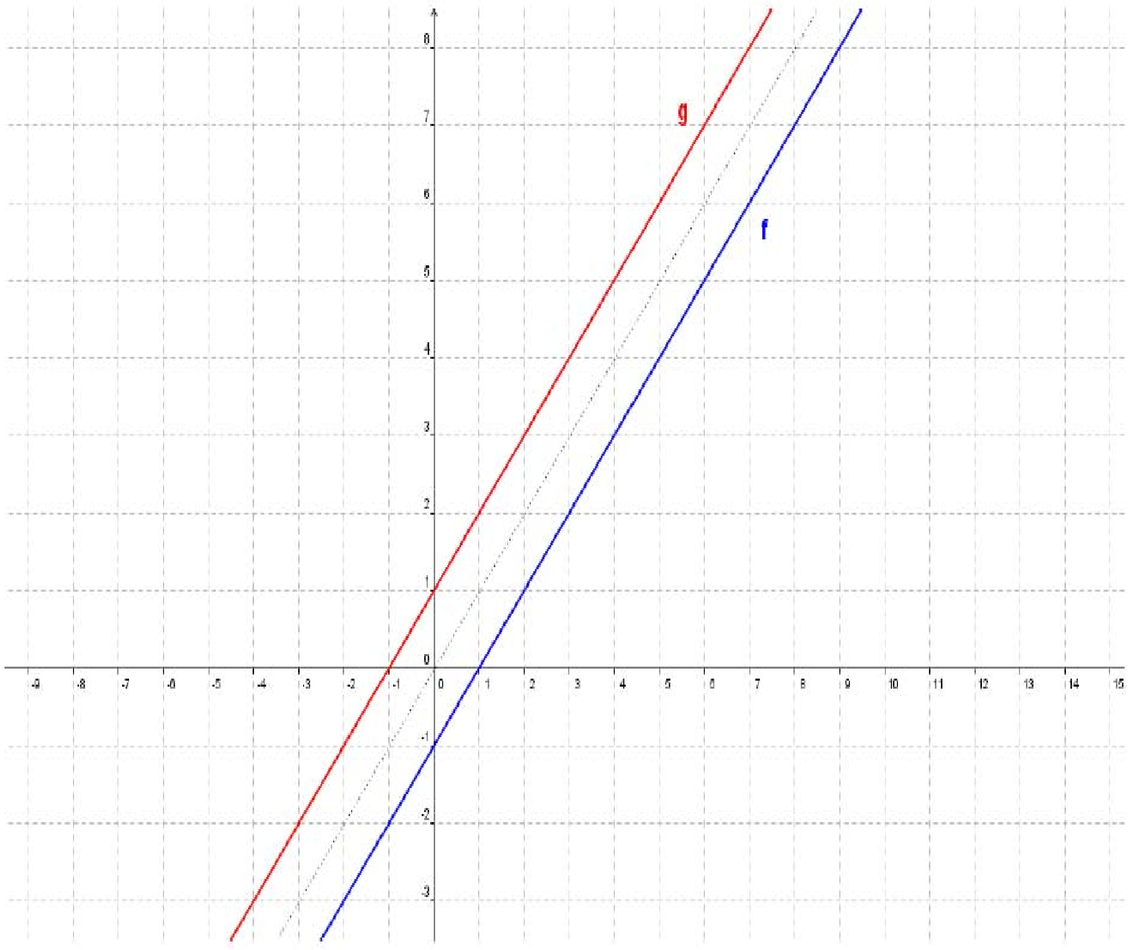


Figura 1

2) Preencha as tabelas abaixo com as coordenadas de alguns pontos das funções f e g.

x	$y = f(x)$
-1	-2
0	
1	
2	
3	
4	
5	

x	$y = g(x)$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

3) Compare as coordenadas dos pontos das funções f e g. O que você percebe com relação a $f(2)$ e $g(1)$? E com relação a $f(3)$ e $g(2)$? De forma geral, se $f(a) = b$, qual seria o valor de $g(b)$?

4) Agora vamos construir os gráficos primeiramente na folha de papel quadriculado que posteriormente será conferida com o gráfico apresentado pelo professor no data show :

FICHA 3 – GRÁFICOS 2

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 1. BIMESTRE – PROF.ª ÂNGELA – DATA : ______

NOME : __________________________________ N.: ____ TURMA : _____

1) Agora, preencha as tabelas com as coordenadas das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$.

x	$y = f(x) = 2^x$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

x	$y = g(x) = \log_2 x$
1	0
2	
4	
8	
16	
32	
64	

2) Observe os resultados nas tabelas. O que você percebe em relação as coordenadas dos pontos de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$?

1) Observe a **Figura 2** a seguir. Nela estão plotados os gráficos das funções $f(x) = 2^x$ e $y = x$.

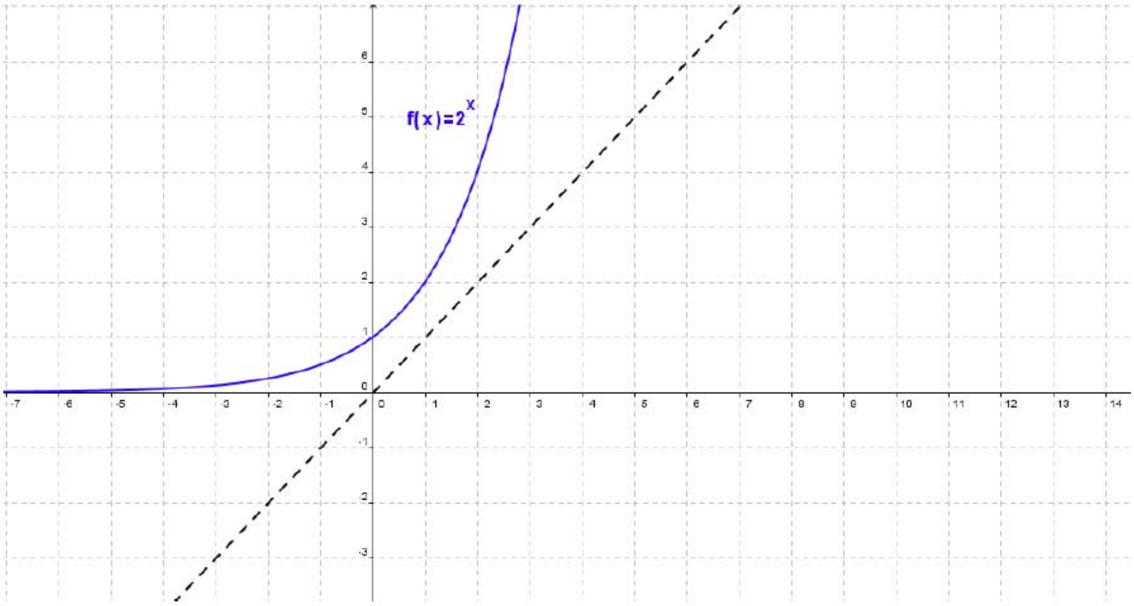
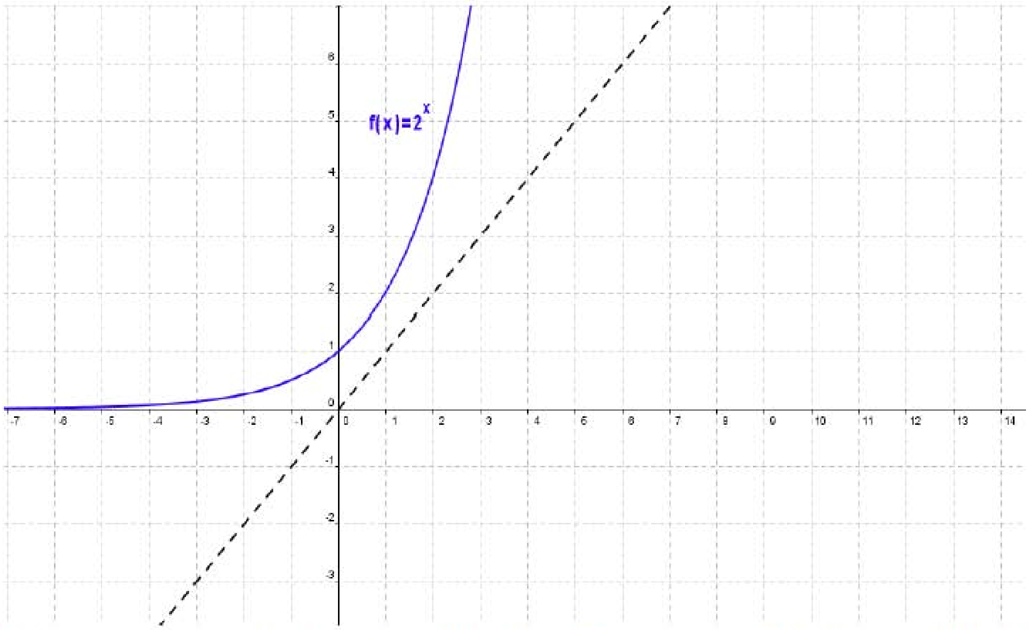


Figura 2

Qual é a função inversa de $f(x) = 2^x$?

2) Lembrando da simetria existente entre o gráfico de duas funções inversas, faça um esboço do gráfico da função inversa de $f(x) = 2^x$, no plano cartesiano abaixo.



3) Abra o arquivo do Geogebra "Graficos_log_e_exp.ggb", disponibilizado pelo seu professor. Nele estão plotados os gráficos de $f(x) = a^x$ (vermelho) e $f^{-1}(x) = \log_a x$ (azul).

4) Quando o seletor está na posição a = 2, temos a resposta para o item 9. Você obteve o mesmo resultado ao traçar o gráfico no plano cartesiano?

5) Agora é com você! Movimente o seletor e verifique a estrutura dos gráficos de $f^{-1}(x) = \log_a x$.

AVALIAÇÃO

A avaliação é um instrumento fundamental para a verificação dos conhecimentos adquiridos pelo aluno, bem como a análise por parte do professor se há a necessidade de se rever alguns itens que não ficaram muito claros, não atingindo o resultado pretendido de acordo com os descritores que foram trabalhados.
O professor tem que estar sempre atento e pronto a rever sua metodologia a partir da resposta dos alunos de sua turma. Somente o diagnóstico contínuo possibilita a reformulação de procedimentos e estratégias, visando o sucesso efetivo do estudante.
Avaliarei os conhecimentos adquiridos através dosTRABALHOS EM GRUPO com consulta (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula além dos 50 minutos utilizados para explicações com exercícios).
Depois de uma revisão, aplicarei uma avaliação escrita individual (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula) com a matéria abordada até o momento para investigação da capacidade de utilização dos conceitos e exercícios práticos envolvendo funções logarítmicas.

Como as aulas só começaram essa semana, ainda não tive tempo hábil de aplicar as atividades desse Plano de trabalho, pois essa primeira semana é para apresentação, dinâmicas e revisão de conteúdos, na próxima semana, pretendo começar a primeira atividade descrita nesse Plano de Trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. MATEMATICA CONTEXTO & APLICAÇÕES, 1.ª Edição – Volume 2 – São Paulo: Editora Ática, 2011.

PAIVA, Manoel. MATEMÁTICA – PAIVA, 1.ª Edição – Volume 1 – São Paulo: Editora Moderna , 2009.

ROTEIROS DE AÇÃO 1 – Fractais e os Logaritmos – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1.° bimestre/2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/.

ROTEIROS DE AÇÃO 3 – Construindo a função logarítmica com a ajuda da função exponencial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1.° bimestre/2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/.