

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ  
COLÉGIO: C. E. Madre Teresa de Calcutá.  
PROFESSORA: Angela Saida Alvarez Jacob.  
GRUPO 6  
MATRÍCULA: 0913098-0  
TURMA: 2º ano.  
TUTOR: Cláudio Rocha de Jesus.

### ***Plano de Trabalho sobre Função Logarítmica***

Angela Saida Alvarez Jacob.  
angelajacob@ig.com.br

#### **1-Introdução:**

O conteúdo Função Logarítmica faz parte do Campo Algébrico Simbólico e deve ser trabalhado no 2º ano do ensino médio. Consultando os PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN), verificamos que um dos objetivos da matemática para o segundo ciclo é: *“Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta.”* (p. 57). Este trecho nos fala da importância de que o conteúdo aprendido esteja contextualizado para que seja mais bem compreendido e para que os alunos possam, a partir dele, construir sua própria rede de conhecimentos e que, associando ao seu cotidiano, percebam a sua importância.

E, observando ainda o que nos diz as ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO (OCN) para o ensino médio em Matemática, temos: *“A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático.”* (p. 69), notamos a necessidade de construir um conhecimento sólido em sua base, capaz de oferecer pré-requisitos necessários à sua continuidade e às novas descobertas. Tal solidez está alicerçada em procedimentos pedagógicos que se somam a todos os já usados costumeiramente, o uso das novas tecnologias tais como computadores conectados, softwares como o geogebra e o Data-show, têm muito a acrescentar à prática pedagógica para que tais objetivos sejam alcançados.

Enfim, as habilidades e competências a serem desenvolvidas por este trabalho no estudo sobre Função Logarítmica, que constam no CURRÍCULO MÍNIMO (p.18) são:

- *Calcular o logaritmo de um número real positivo.*
- *Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples.*

- Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos.
- Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial.
- Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.
- Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.

Para tanto, a princípio, é necessário que o aluno tenha os seguintes pré-requisitos:

- Equação do 1º grau e potenciação.
- Marcação de Pontos no Plano Cartesiano.
- Função Exponencial.

## **2-Desenvolvimento:**

### **Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:**

O presente trabalho foi desenvolvido para 12 horas-aula, assim distribuído:

- Calcular o logaritmo de um número real positivo.
- Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples – 2 horas-aula.
- Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos – 2 horas-aula.
- Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial. – 2 horas-aula.
- Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica. – 2 horas-aula.
- Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica. – 2 horas-aula.
- Avaliação. – 2 horas – aula.

E o seu desenvolvimento contempla as seguintes atividades:

### **Atividade 1:**

#### **• Habilidades relacionadas:**

- Calcular o logaritmo de um número real positivo.
- Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples.

#### **• Pré-requisitos:**

- Equação do 1º grau e potenciação.

• **Tempo de Duração:**

2 horas-aula

• **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Folhas com cópias do Triângulo de Sierpinsky, folhas de atividades, calculadora, quadro branco e canetas para quadro branco.

• **Organização da turma:**

- Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

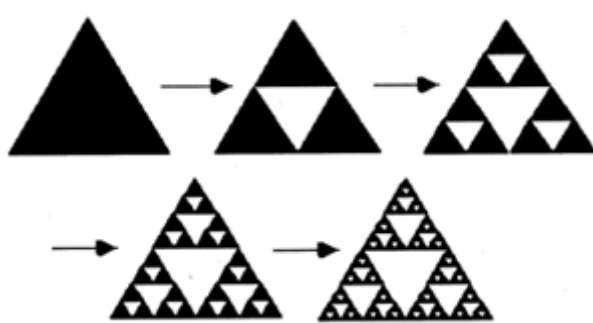
• **Objetivo:**

- Apresentação do conceito de logaritmo.

• **Metodologia adotada:**

Abordagem teórica:

- Será proposto que as duplas observem a figura abaixo ( Triângulo de Sierpinsky ) e serão incentivados a perceberem como é possível chegar do primeiro ao último triângulo (que se obtém através das sucessivas retiradas dos triângulos centrais, formados pelos pontos médios de cada lado):



Fonte: <http://www.cap.ufrgs.br/matweb/abordagem%20fractais.html>

- Em seguida, com o auxílio de uma calculadora, farão o preenchimento da tabela abaixo:

Interação (n)	0	1	2	3	4	5	6	10	13
Nº de Triângulos (N)	1	3	9						
$(N) = 3^n$									

Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

- Finalmente, serão incentivados a escreverem uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima interação e preencherem a última linha da tabela. ( Nº de triângulos =  $3^n$  )

**Exposição:** John Napier (1550-1617) criou os *logaritmos*, onde:

-*logos*– significa razão

-*arithmos* significa número

2 é o logaritmo de 9 na base 3, ou seja,  $\log_3 9 = 2$

5 é o logaritmo de 243 na base 3, ou seja,  $\log_3 243 = 5$

10 é o logaritmo de 59049 na base 3, ou seja,  $\log_3 59049 = 10$

13 é o logaritmo de 1594323 na base 3, ou seja,  $\log_3 1594323 = 13$

Dados dois números reais e positivos ***a*** e ***b***, com ***a* ≠ 1** se ***b* = *a*<sup>c</sup>**, então o expoente ***c*** chama -se **logaritmo de *b* na base *a***.

***log<sub>a</sub>b = c --- a<sup>c</sup> = b, com a e b positivos e a ≠ 1***

#### Abordagem prática:

As duplas receberão folhas de atividades com tabelas a serem preenchidas com o auxílio de uma calculadora, tais como:

- 1- Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 2 e responda às seguintes questões:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

a) O logaritmo de 256 na base 2 é \_\_\_\_\_

b)  $512 \times 16 =$  \_\_\_\_\_

c)  $\log_2 1024 =$  \_\_\_\_\_

d)  $32 \times 256 =$  \_\_\_\_\_

e) O logaritmo de 2 048 na base 2 é \_\_\_\_\_

f)  $\log_2 4096 =$  \_\_\_\_\_

g)  $4\,096 \div 256 =$  \_\_\_\_\_

- 2- Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 1 e responda às seguintes questões: qual é o valor de  $\log_1 5432$

1	2	3	4	5	6	7

Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

**Descritores:**

H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

**Exercício de aprofundamento:**

**Será entregue uma folha de atividades envolvendo logaritmos.**

**Atividade 2:****• Habilidade relacionada:**

- Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos.

**• Pré-requisitos:**

- Conceito de Logaritmo.

**• Tempo de Duração:**

2 horas-aula

**• Recursos Educacionais Utilizados:**

- Quadro branco e canetas, folha de atividades, lápis, borracha, calculadora

**• Organização da turma:**

Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**• Objetivos:**

- Dedução das principais propriedades do logaritmo

**• Metodologia adotada:****Abordagem teórica:**

No quadro branco, serão propostos e resolvidos os seguintes problemas:

- 1) Se eu tenho um determinado capital  $C$ , por quanto devo multiplicar esse capital para obter o capital acrescido de 30%?
- 2) E se eu quiser o meu capital inicial  $C$  acrescido de 7%, por quanto devo multiplicar o capital inicial para obter o acréscimo desejado?

3) Imaginemos agora que todo mês o meu capital sofra um acréscimo de 20% sobre o montante encontrado no mês anterior. Qual será o montante final depois de 1 mês? E de 2 meses? E de 3 meses? E se forem n meses?

4) E se, de forma genérica, o meu acréscimo fosse de i % sobre o montante encontrado no mês anterior. Qual será o montante final depois de n meses?

Os alunos serão orientados para que encontrem as respostas dos problemas e a perceberem que sucessivos acréscimos de i % sobre o montante capitalizado, gera o montante final  $C (1 + i)^n$

5) Uma pessoa deposita um determinado capital C na caderneta de poupança. A taxa de capitalização mensal da caderneta é de 0,5% a.m. Supondo que a taxa de capitalização permaneça constante, depois de quanto tempo o montante será o dobro do capital inicial investido na caderneta de poupança?

Os alunos serão orientados a chegarem à seguinte equação:  $C \cdot 1,005^n = 2 C$ . E, para resolver uma equação cuja incógnita está no expoente, podemos utilizar os logaritmos.

#### Abordagem prática:

#### CONHECENDO AS PROPRIEDADES OPERATÓRIAS:

1) Observe a tabela abaixo e responda:

$\text{Log}_2 b$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
B	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Fonte: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

- a) Quanto é  $4 \times 32$ ?
- b) Quanto é  $256 \div 16$ ?

Com esta atividade, os alunos serão incentivados a perceberem as duas propriedades abaixo:

$$\text{Log}_a b \cdot c = \text{log}_a b + \text{log}_a c$$

$$\text{Log}_a (b/c) = \text{log}_a b - \text{log}_a c$$

Neste momento, serão apresentadas duas outras propriedades:

$$\text{log}_a b^n = n \text{log}_a b$$

$$\text{log}_a b = \text{log}_c b / \text{log}_c a \text{ (mudança de base)}$$

2) Utilizando essas propriedades, vamos resolver a questão 5 da abordagem teórica.

**Descritores:**

H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

**Exercício de aprofundamento:**

**Será entregue uma folha de atividades para serem resolvidas utilizando as propriedades.**

**Atividade 3:****• Habilidade relacionada**

- Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial.

**• Pré-requisitos:**

- Marcação de Pontos no Plano Cartesiano, Definição de Logaritmo, Função Exponencial.

**• Tempo de Duração:**

2 horas-aula

**• Recursos Educacionais Utilizados:**

- Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, computador com software Geogebra instalado e Data show.

**• Organização da turma:**

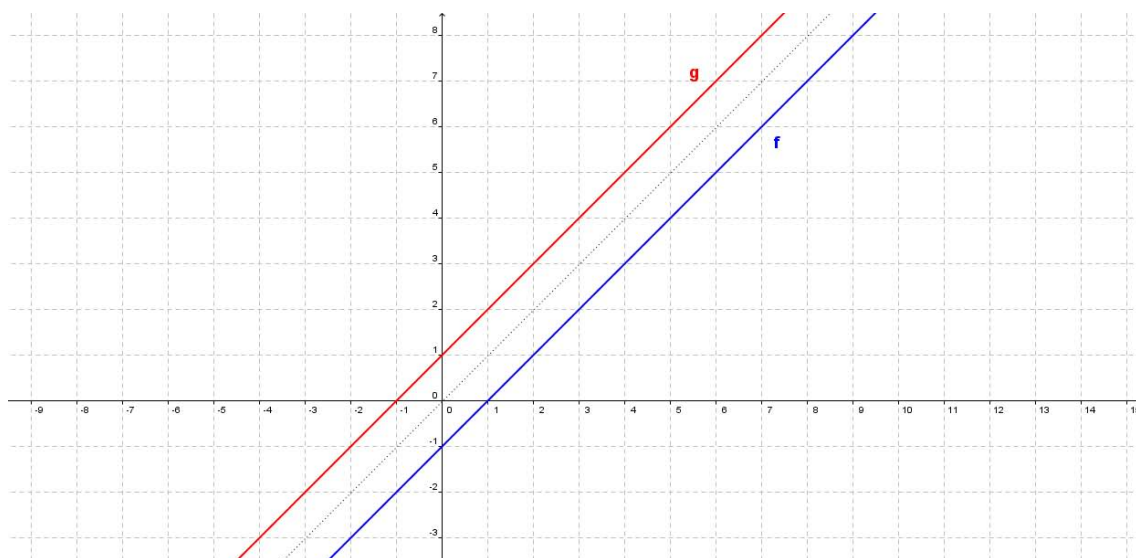
Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**• Objetivos:**

- Apresentar a Função Logarítmica como inversa da Função Exponencial.

**• Metodologia adotada:****Abordagem teórica:**

Será projetado o seguinte gráfico através de um lap top com o geogebra instalado e um data show. A partir deste gráfico, será revisado o conteúdo dos pontos em um plano.



Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

### Abordagem prática:

1) Observando os gráficos das funções  $f$  e  $g$  na figuras, os alunos deverão, sob orientação constante, completar as tabelas abaixo, desenhadas no quadro branco. Compare as coordenadas dos pontos das funções  $f$  e  $g$ , e responda:

X	Y = f (x)
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

X	Y = g(x)
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Fonte: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>

Se  $f(a) = b$ , quanto vale  $g(b)$ ?

Espera-se que o aluno perceba a relação inversa entre as coordenadas dessas funções. Assim, se  $(a,b)$  pertence ao gráfico de  $f$  então  $(b,a)$  pertence ao gráfico de  $g$ .

2) Os alunos serão orientados a fazerem a seguinte atividade: Preencha as tabelas com as coordenadas das funções  $f(x) = 2^x$  e  $g(x) = \log 2^x$ :



X	$Y = f(x) = 2^x$
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

X	$Y = g(x) = \log 2^x$
1	
2	
4	
8	
16	
32	
64	

Com esta atividade os alunos serão orientados acerca da relação inversa que existe entre a potenciação e o logaritmo.

#### **Descritores:**

H65 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.

#### **Atividade 4:**

##### **• Habilidade relacionada:**

- Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.

##### **• Pré-requisitos:**

- Função Logarítmica.

##### **• Tempo de Duração:**

2 horas-aula

##### **• Recursos Educacionais Utilizados:**

- Quadro branco e canetas, folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, computador com software Geogebra instalado.

##### **• Organização da turma:**

Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

• **Objetivos:**

- Estudar o gráfico da Função Logarítmica, seus intervalos de crescimento e decrescimento.

• **Metodologia adotada:**

Abordagem teórica:

Será demonstrada a seguinte atividade através de um laptop com o geogebra instalado e um Data-show:

Para a função  $f(x) = \log_a x$ , serão realizados os seguintes passos:

- 1) Abra o arquivo do Geogebra “Gráfico\_função\_log.ggb”, disponibilizado pelo professor.
- 2) Varie os valores de  $a$  no seletor e verifique o aspecto da função logarítmica.
- 3) Para quais valores de  $a$  o aspecto da função logarítmica é o mesmo?
- 4) Movimentando os valores de  $a$ , você saberia dizer em que instante a função muda de aspecto?

Os alunos serão indagados quanto ao comportamento do gráfico para  $a > 1$  e  $0 < a < 1$ .

Abordagem prática:

Os alunos construirão alguns gráficos (e suas tabelas) em folha de papel quadriculado, tais como:

- a)  $F(x) = \log_2 x$
- b)  $F(x) = \log_{(1/2)} x$

E, finalmente, serão orientados a identificar quando são crescentes ou decrescentes.

**Descritores:**

H64 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.

### **Atividade 5:**

- **Habilidade relacionada:**

- Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.

- **Pré-requisitos:**

- Função Logarítmica, Função Exponencial.

- **Tempo de Duração:**

2 horas-aula

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

- **Organização da turma:**

Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivo:**

- Resolver problemas significativos utilizando Função Logarítmica.

- **Metodologia adotada:**

#### **Abordagem teórica:**

Serão propostos alguns problemas a serem resolvidos em conjunto.

#### **Abordagem prática:**

Serão propostos alguns problemas a serem resolvidos em duplas.

### **Descritores:**

H59 – Resolver problemas envolvendo a função logarítmica.

### **3-Avaliação:**

### **Atividade 6:**

- **Tempo de Duração:**

2 horas-aula.

Formativa: Durante as aulas, o aluno será observado quanto ao interesse, à participação e ao exercício feito, o que lhe possibilitará ter um feedback da metodologia usada e de suas dúvidas. Pontos extras serão concedidos por dedicação e participação.

Somativa: A avaliação sobre Função Logarítmica será um teste valendo 3 pontos na média.

A nota obtida será somada às duas outras avaliações do bimestre, a segunda no valor de 2 pontos (Introdução à Geometria Espacial) e a última, valendo 5 pontos (matéria acumulativa).

Finalmente, os alunos que não alcançarem a metade da nota para cada avaliação, serão submetidos a avaliações de Recuperação, relativas às que não foram alcançadas.

#### **4-Referências bibliográficas:**

Amarrando as idéias. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Currículo Mínimo. Disponível em: <

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Matriz do SAERJINHO. Disponível em: <

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Orientações Curriculares Nacionais (OCN). Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Repensando a Função Logarítmica. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Revisitando a Função Logarítmica – Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Roteiro de ação 1. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Roteiro de ação 2. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Roteiro de ação 3. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Roteiro de ação 4. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Roteiro de ação 5. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.

Uma palavra antes de começar. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>>. Acesso em: fev. 2013.