Plano de Trabalho 1

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Professor-cursista: Edilaine Aguiar Lemos Grupo: 06

Tutor: Claudio Rocha de Jesus

Período: 1º bimestre/2013 Público-Alvo: 2º ano Ensino Médio

1. **Introdução**:

O estudo da função logarítmica resulta de sua importância em reduzir uma operação aritmética complexa a uma operação mais simples, efetuada com o auxílio de logaritmos.

Os logaritmos foram inventados como instrumento facilitador de cálculos, mas com o uso de computadores e calculadoras essa finalidade perdeu um pouco a sua importância. O seu valor está na utilização da função logarítmica como um instrumento de interpretação da natureza e das relações humanas, pois observa-se que alguns fenômenos físicos biológicos e econômicos podem ser representados por essa função.

A análise de uma função decorre da necessidade de estudar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar.

> O significado de função é intrínseco à matemática, permanecendo o mesmo para qualquer tipo de função, seja ela do 1° ou do 2° grau, ou uma função exponencial ou logarítmica. Portanto, a função é utilizada para relacionar valores numéricos de uma determinada expressão algébrica de acordo com cada valor que a variável x assume. (BRASIL ESCOLA)

O objetivo desse plano de trabalho é dar condições para que o aluno trabalhe a função logarítmica de forma a atingir um entendimento adequado de sua aplicação.

2. **Desenvolvimento**:

As aulas serão expositivas em acompanhamento ao conteúdo exposto pelos roteiros de ações e no livro didático. Para que haja uma maior assimilação do conteúdo além dos exercícios de fixação, será utilizado como material de apoio o software GeoGebra, com a representação da função exponencial e logarítmica.

Para introdução ao conteúdo será feita uma pequena revisão de potenciação, para verificar o conhecimento do assunto por parte da turma. Para dar início ao tema função logarítmica será utilizado o plano de ação 1 onde os alunos farão a atividade proposta afim de entender o conceito de logaritmo, com a utilização de material concreto, esse roteiro foi adaptado e dividido em duas atividades.

Em sequência utilizarei o livro didático páginas 191 a 197, para falar sobre as propriedades dos logaritmos.

No segundo momento utilizarei o plano de ação 3, que apresenta os gráficos da função exponencial e logarítmica, construídos no GeoGebra ilustrando-as como inversas e e também dando continuidade ao trabalho realizado no software o roteiro de ação 4 levará o aluno a entender a partir das propriedades do gráfico quando ele é crescente ou decrescente.

Para finalizar será utilizado o desafio "Lei Seca" do plano de ação 5, onde os alunos terão a oportunidade de constatar a utilidade da resolução da função logarítmica nas situações problemas do dia a dia.

2.1. Objetivos:

- Apresentação do conceito de logaritmo.
- Calcular logaritmos através da sua definição.
- Apresentar a Função Logarítmica como inversa da Função Exponencial.
- Estudar o gráfico da Função Logarítmica, seus intervalos de crescimento e decrescimento.
- Aplicar o conceito de logaritmo na resolução de problemas.
- Resolver problemas significativos utilizando Função Logarítmica.

2.2. **Pré-requisitos**:

- Potenciação.
- Marcação de Pontos no Plano Cartesiano
- Definição de Logaritmo
- Função Logarítmica, Função Exponencial.

2.3. Material necessário:

- Livro adotado: Matemática Paiva.
- Roteiro de Ações (Formação Continuada SEEDUC)
- Lep Top do professor com o software GeoGebra.
- Datashow.
- Folha de atividades
- Régua, tesoura, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

2.4. Organização da classe:

A turma será dividida em grupo de 3 alunos, para que todos possam ter a oportunidade de fazer a verificação e contribuir com a aula no momento da utilização dos recursos tecnológicos.

2.5. Atividades:

- Roteiro de Ação 1: Fractais e os Logaritmos
- Roteiro de Ação 3: Construindo a Função Logarítmica com a ajuda a Função Exponencial.
- Roteiro de Ação 4: Entendendo o gráfico da Função Logarítmica
- Roteiro de Ação 5: A função logarítmica em problemas significativos.
- Exercícios de fixação (livro adotado).

Obs.: As atividades realizadas no computador serão ministradas em grupo ou o professor realizará a apresentação para os alunos, isso dependendo da disponibilidade de tempo e recursos para a sua realização.

3. **Avaliação**:

A avaliação será através das atividades realizadas em grupo e individualmente para verificar o nível de aprendizagem dos alunos.

As atividades terão um valor quantitativo, verificando a participação de cada um dentro dos seguintes critérios:

- avaliação diagnóstica e os instrumentos serão através de pesquisas, testes e provas.
- verificação do desempenho na resolução de todos os exercícios.
- desempenho em todas as atividades grupais ou individuais, em classe e extraclasse.

3.1. **Descritores associados**:

- H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.
- H64 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.
- H65 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.

4. **Referências:**

FUNDAÇÃO CECIERJ. Consórcio CEDERJ. **Função Logarítmica**. Matemática. Roteiro de Ação. 2º Ano. 1o Bimestre - 1° Campo Conceitual. 2013.

PAIVA, Manoel. **Matemática - Paiva**. Volume 1. 1ª Edição. São Paulo, 2009. Editora Moderna.

	ATIVIDADE 1 - MATEMÁTICA		
	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

O que poderia haver em comum entre uma samambaia, uma árvore, nuvens, cristais, formas geométricas, ou ainda, a computação gráfica?

O matemático Benoit Mandelbrot percebeu que vários objetos presentes na natureza possuem características bastante especiais e que podem ser associados com formas geométricas abstratas.

Com esse raciocínio, Mandelbrot definiu, a partir do adjetivo em latim fractus (cujo verbo em latim frangere significa quebrar, irregular), um novo objeto, denominado Fractal. A principal característica de um fractal é a autos semelhança, ou seja, cada parte de um objeto carrega em si a mesma estrutura do objeto inteiro, de maneira que podemos obter o objeto inteiro a partir da ampliação de uma de suas partes.

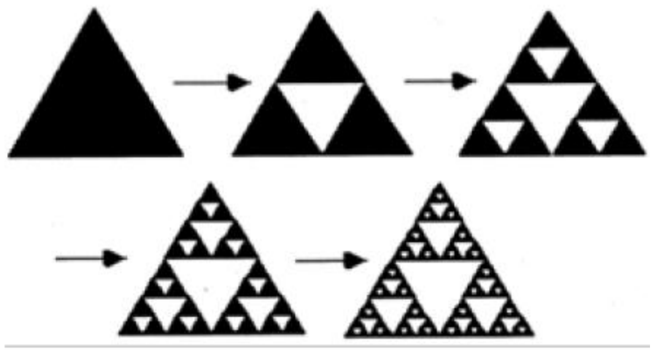
Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de um triângulo equilátero e após sucessivas repetições dos passos descritos abaixo.

1) Obtenha o ponto médio de cada um dos lados do triângulo equilátero disponibilizado pelo seu professor.

2) Trace segmentos de reta unindo os pontos médios, obtendo quatro triângulos equiláteros.

3) Com o auxílio da tesoura, recorte o triângulo central.

4) Note que, ao retirarmos o triângulo central, temos agora três novos triângulos. Repita os passos anteriores com os triângulos restantes e obtenha o Triângulo de Sierpinsky em vários estágios, conforme podemos ver na figura abaixo.



5) Agora é com você! Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sierpinsky a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
Número de Triângulos	1	3	9				

6) Você seria capaz de escrever uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima iteração?

	ATIVIDADE 2 - MATEMÁTICA		
	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

1) Efetue as seguintes operações e veja se você percebe algum padrão, observando a tabela:

a) 2 187 x 27 =   b) 6 561 x 243 =   c) 177 147 ÷ 6 561 =

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	1594323

2) Agora, lembrando do que você aprendeu, utilize a tabela para efetuar as seguintes multiplicações e divisões:

a) 59049 ÷ 6561 =
b) 243 x 729 =
c) 2187 x 81 =
d) 531541 ÷ 19683 =

Como você deve ter percebido, a segunda sequência de nossa tabela é formada pelas potências de 3 e a primeira sequência formada pelos respectivos expoentes.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}	3^{11}	3^{12}	3^{13}
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	1594323

Conceituando logarítmo:

$3^4 = 81$

Ao expoente desta potência damos o nome de **logaritmo**. Dizemos que 4 é o logaritmo de 81 na base 3. Em símbolos, escrevermos:

$3^4 = 81$, pois $\log_3 81 = 4$

Como, em nosso exemplo, a base das potências é 3, dizemos que:

- 2 é o logaritmo de 9 na base 3, ou seja, $\log_3 9 = 2$
- 5 é o logaritmo de 243 na base 3, ou seja, $\log_3 243 = 5$
- 10 é o logaritmo de 59049 na base 3, ou seja, $\log_3 59\,049 = 10$
- 13 é o logaritmo de 1594323 na base 3, ou seja, $\log_3 1\,594\,323 = 13$

3) A partir dessas informações, preencha a seguinte tabela:

$\log_3 531\ 441 =$ __________	O logaritmo de 81 na base 3 é ____
O logaritmo de 177 147 na base 3 é ____	$\log_3 6\ 561 =$ __________
$\log_3 729 =$ __________	O logaritmo de 3 na base 3 é ____

4) Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 2 e responda às seguintes questões:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	4											

a) O logaritmo de 256 na base 2 é _______
b) $512 \times 16 =$ _______
c) $\log_2 1\ 024 =$ __________
d) $32 \times 256 =$ ______
e) O logaritmo de 2 048 na base 2 é _______
f) $\log_2 4\ 096 =$ __________
g) $4\ 096 \div 256 =$ ________

5) E se fizermos uma tabela logarítmica com as potências de base 1? Complete a tabela abaixo e veja o que acontece:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1												

6) Qual é o valor de $\log_1 1024$?O que você conclui? Converse com seu colega.

CEEAS COLÉGIO ESTADUAL ETELVINA ALVES DA SILVA	**ATIVIDADE 3 - MATEMÁTICA**		
	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

1) Observe os gráficos das funções *f* e *g* na figura abaixo.

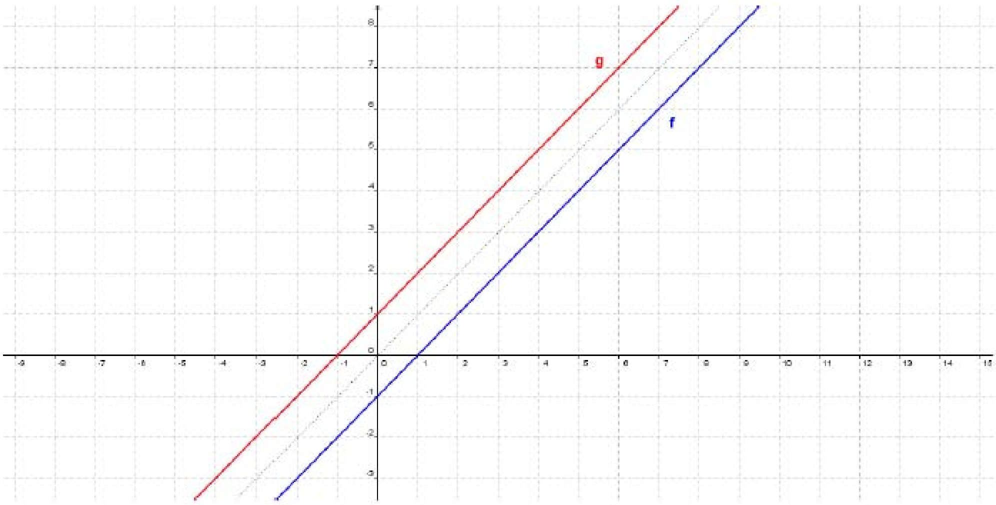


Figura 1

2) Preencha as tabelas abaixo com as coordenadas de alguns pontos das funções *f* e *g*.

x	$y = f(x)$
-1	-2
0	
1	
2	
3	
4	
5	

x	$y = g(x)$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

3) Compare as coordenadas dos pontos das funções *f* e *g*. O que você percebe com relação a f(2) e g(1)? E com relação a f(3) e g(2)? De forma geral, se f(a) = b, qual seria o valor de g(b)?

Você deve ter percebido que, em nosso exemplo, se (b, c) pertence ao gráfico de f, então (c, b) pertence ao gráfico de g. Sabemos que, se isso acontece sempre dentro de determinadas condições, as funções f e g são chamadas funções inversas. Assim, se $f(b) = c$, então $g(c) = b$.

4) Agora, preencha as tabelas com as coordenadas das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$.

x	$y = f(x) = 2^x$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

x	$y = g(x) = \log_2 x$
1	0
2	
4	
8	
16	
32	
64	

.

2) Observe os resultados nas tabelas. O que você percebe em relação as coordenadas dos pontos de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$?

3) Considere a, b e c números reais positivos, com $a \neq 1$, tente escrever uma relação entre f e g.

COLÉGIO ESTADUAL ETELVINA ALVES DA SILVA	**ATIVIDADE 4 - MATEMÁTICA**		
	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

Vamos construir o gráfico da função logarítmica a partir do gráfico da função exponencial?

1) Observe a Figura 2 a seguir. Nela estão plotados os gráficos das funções $f(x) = 2^x$ e $y = x$.

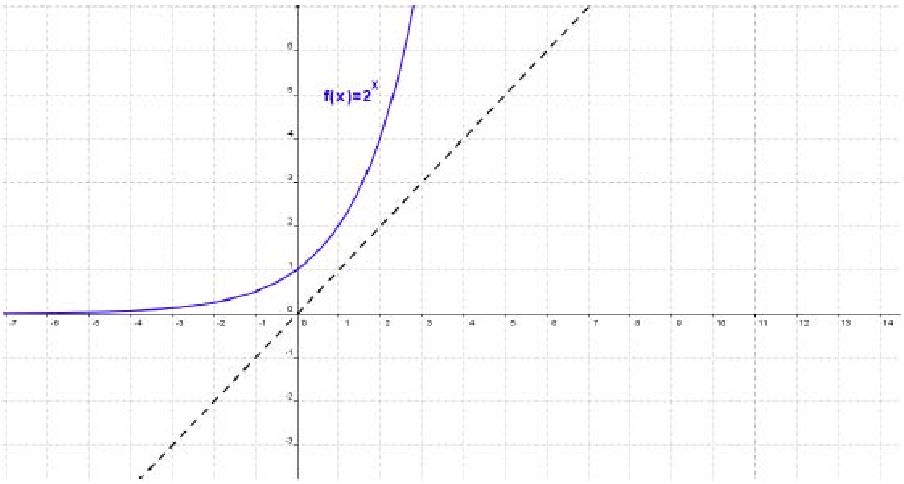
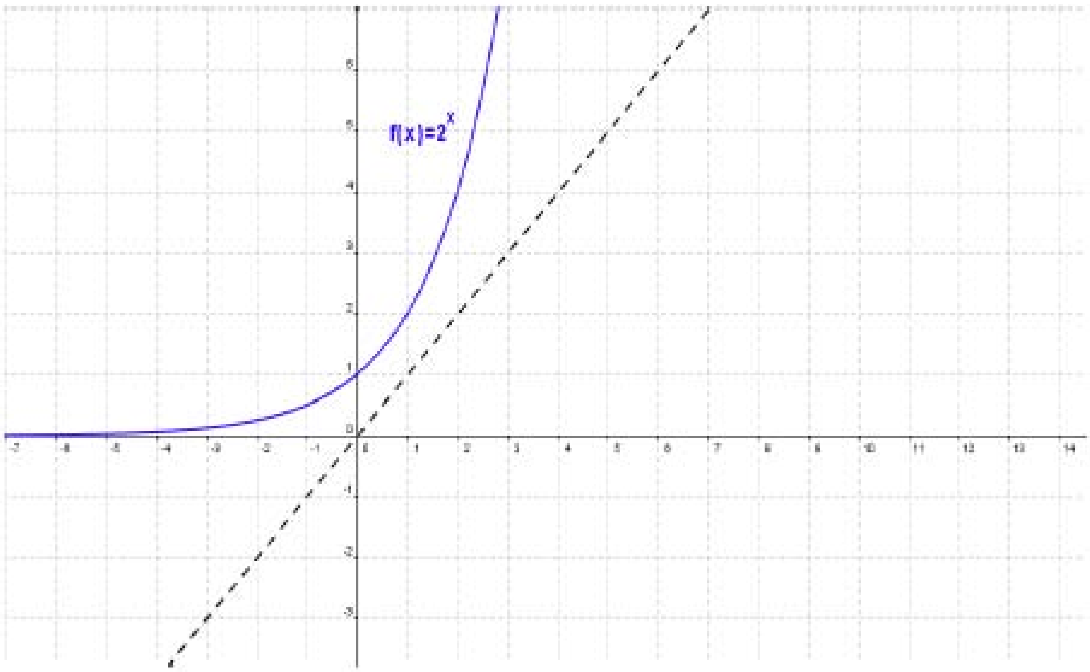


Figura 2

Qual é a função inversa de $f(x) = 2^x$?

2) Lembrando da simetria existente entre o gráfico de duas funções inversas, faça um esboço do gráfico da função inversa de $f(x) = 2^x$, no plano cartesiano abaixo.



3). Abra o arquivo do Geogebra “Graficos_log_e_exp.ggb”, disponibilizado pelo seu professor. Nele estão plotados os gráficos de $f(x) = a^x$ (vermelho) e $f^{-1}(x) = \log_a x$ (azul).

4) Quando o seletor está na posição a = 2, temos a resposta para o item 2. Você obteve o mesmo resultado ao traçar o gráfico no plano cartesiano?

5) Agora é com você! Movimente o seletor e verifique a estrutura dos gráficos de $f^{-1}(x) = \log_a x.$.

CEEAS COLÉGIO ESTADUAL ETELVINA ALVES DA SILVA	**ATIVIDADE 5 - MATEMÁTICA**		
	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

Nesta atividade, iremos explorar o gráfico da função logarítmica $f(x) = \log_a x$ e descobrir suas principais características.

1) Abra o arquivo do Geogebra “Gráfico_função_log.ggb”, disponibilizado pelo professor.

2) Varie os valores de *a* no seletor e verifique o aspecto da função logarítmica.

3) Para quais valores de *a* o aspecto da função logarítmica é o mesmo?

4) Movimentando os valores de *a*, você saberia dizer em que instante a função muda de aspecto?

Você deve ter percebido que quando $a > 1$ o comportamento da função logarítmica permanece o mesmo.

5) Movimente o ponto A e, em seguida, preencha a tabela abaixo.

x	$f(x) = \log_2 x$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

6) O que está acontecendo com os valores de *x*? E com os valores de *f(x)?*

7) A função $f(x) = \log_2 x$ é crescente ou decrescente? Converse com seu colega e veja se chegaram a mesma conclusão. Explicite um argumento que justifique a sua resposta.

8) Movimentando os valores de *a* e mantendo $a > 1$, você chegaria a mesma conclusão? O que podemos afirmar sobre o comportamento da função $f(x) = \log_a x$ quando $a > 1$?

Você deve ter reparado também que o gráfico da função logarítmica quando $0 < a < 1$ é fundamentalmente diferente do gráfico quando $a > 1$
.

Vamos, então, explorar as características de f quando $0 < a < 1$?

9) Vamos manipular novamente o software e preencher a tabela abaixo.

x	$f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$
0,1	
0,2	
0,3	
0,4	
0,5	
0,6	
0,7	

10) O que está acontecendo com os valores de *x*? E com os valores de f(x)?

11) A função $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ é crescente ou decrescente? Converse com seu colega e veja se chegaram à mesma conclusão. Explicite um argumento que justifique a sua resposta.

12) Movimentando os valores de a e mantendo $0 < a < 1$, você chegaria a mesma conclusão?

13) O que podemos afirmar sobre o comportamento da função $f(x) = \log_a x$ quando $0 < a < 1$?

	ATIVIDADE 6 - MATEMÁTICA		
COLÉGIO ESTADUAL ETELVINA ALVES DA SILVA	PROFESSOR (A): Edilaine Aguiar Lemos	ANO: 2º	TURMA: 2001

Fonte: http://nikoska.com/2012/03/29/stf-enfraqueceu-a-lei-seca-so-bafometro-e-exame-de-sangue-sao-provas-de-embriaguez/

A charge acima faz referência à conhecida Lei Seca, a qual foi instituída para prevenir o número de acidentes e mortes no trânsito, e diminuir o número de pessoas alcoolizadas que dirigem veículos automotores.
Convidamos você a resolver o desafio abaixo e perceber que, mesmo nas mais variadas situações, não temos como fugir da Matemática.

Desafio – Lei Seca

A Lei 11705, de 2008, do Código de Transito Brasileiro, tem como objetivo proibir que motoristas dirijam alcoolizados. Aqueles que fizerem o teste de alcoolemia (bafômetro) e forem flagrados com 0,2 grama de álcool por litro de sangue, ou mais, terão que pagar uma multa, receberão 7 pontos na carteira de habilitação, perderão o direito de dirigir por um ano e ainda terão o veículo apreendido. Suponha que uma pessoa tenha em determinado momento 1,6 g/L de álcool no sangue e que esse valor decresça de acordo com a função $f(x) = 1{,}6 \cdot 2^{\left(-\frac{t}{2}\right)}$, em que t é o tempo em horas. Após parar de beber, quantas horas no mínimo são necessárias para que essa pessoa tenha 0,1 g/L de álcool no sangue?