Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano
1º Bimestre de 2013
Grupo 4

Plano de Trabalho 1: **FUNÇÃO LOGARÍTMICA**

Cursista: **Josiane da Cunha Souza Page**
Tutora: **Maria Cláudia Padilha Tostes**

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..3

DESENVOLVIMENTO..3

AVALIAÇÃO..10

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA..11

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir com que os alunos compreendam a Matemática por meio de situações-problema que os façam pensar, analisar, julgar e decidir-se pela melhor solução. O pré-requisito básico destas atividades propostas serão a leitura, a interpretação e as operações matemáticas.

No primeiro momento da tarefa iremos fazer uma viagem de olho no mundo do trabalho buscando informações sobre as profissões: Geólogo e Químico que resolvem em seu cotidiano problemas resolvidos utilizando o conceito de logaritmo nos dando suporte para a Introdução do conteúdo de Função Logarítmica que será trabalhado. O próximo passo será a resolução de dez situações-problemas que irão abordar passo a passo todos os tópicos de resolução aos quais trabalharão as habilidades do Currículo Mínimo 2012, pois por enquanto não houve nenhuma alteração para 2013. Logo após, os alunos irão estabelecer uma relação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Para isso, apresenta-se, entre outras informações, uma discussão sobre poluição sonora, ácido-básico corporal e para finalizar uma curiosidade matemática também relacionada ao conteúdo estudado (função logarítmica) tornando as aulas mais atraentes e agradáveis.

Por fim o processo de avaliação que é um instrumento fundamental para se obter informações sobre como foi o andamento do processo ensino-aprendizagem. Somente o diagnóstico contínuo possibilita a reformulação de procedimentos e estratégias, visando sempre o sucesso efetivo de nossos alunos.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1:

HABILIDADE RELACIONADA: Conhecer profissões que aplicam os conceitos da função logarítmica.

PRÉ-REQUISITOS: Leitura.

TEMPO DE DURAÇÃO: 30 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Notebook e projetor de multimídia.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

OBJETIVOS: Apresentar profissões que no seu cotidiano resolvem situações problema através da resolução de logaritmos.

METODOLOGIA ADOTADA: Leitura e questionamentos sobre profissões que aplicam os logaritmos em seu trabalho diário.

O geólogo é um especialista no estudo da crosta terrestre e das alterações sofridas ao longo do tempo.

Entre outras coisas, esse profissional, que tem formação superior, estuda a possibilidade de se encontrarem depósitos de petróleo em determinado local. Também avalia a estabilidade dos solos, verificando, por exemplo, se um terreno é adequado para a construção de grandes obras, como hidrelétricas ou túneis de mineração.

O geólogo depende muito da Matemática. Dentre as ferramentas mais utilizadas por ele estão os cálculos de probabilidade, a análise de gráficos e as funções exponenciais e logarítmicas. Essas últimas são usadas, por exemplo, para analisar o comportamento dos sedimentos dos rios -, ou seja, comparar a quantidade de minerais ou de partículas orgânicas que são carregadas pela água e as que se depositam no leito. O cálculo com logaritmos mostra que parte de sedimentos afunda rapidamente e quanto continua empurrado pela correnteza. Esse tipo de estudo é importante para prever e prevenir o bloqueio da corrente do fluxo de água.

Poucas profissões dependem tanto de um bom cálculo das proporções quanto a do químico. É que as substâncias reagem nos tubos de ensaio em obediência a uma determinada proporção, e é preciso fazer cálculos para prever o resultado das misturas feitas em laboratório. A proporção entre os átomos que participam de uma reação é chamada estequiometria. Também se mede a velocidade das reações recorrendo a uma escala logarítmica.

Isso é importante, por exemplo, na avaliação de um explosivo. Nesse tipo de composto, as reações químicas têm de ser incrivelmente rápidas – suficientemente velozes para provocar a detonação.

Os químicos são profissionais com formação superior e podem trabalhar numa grande variedade de indústrias, como a farmacêutica, a de alimentos e a de papel e celulose. Uma das áreas mais promissoras atualmente é a de meio ambiente, na qual é importante o cálculo do impacto que os despejos de uma indústria pode ter sobre um rio ou o solo de uma região. Seja onde for, a Matemática acompanha de perto o dia a dia desse profissional.

<u>ATIVIDADE 2:</u>

HABILIDADE RELACIONADA: Reconhecer situações cujas informações estão relacionadas ao conceito de logaritmo. Perceber que o desenvolvimento progressivo no qual surgiram dúvidas e contradições permite a compreensão da matemática como uma construção humana, com influências sociais e culturais.

PRÉ-REQUISITOS: Leitura, interpretação e operações matemáticas: adição, multiplicação e potenciação.

TEMPO DE DURAÇÃO: 70 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha fotocopiada (xerox).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

OBJETIVOS: Compreender quando é necessário utilizar logaritmos para efetuar cálculos. Despertar a consciência crítica e perceber que os conteúdos de Matemática foram descobertos em consequência da necessidade de resolver problemas existentes. Resolver equações e situações-problemas envolvendo o conceito de logaritmo e de função logarítmica.

METODOLOGIA ADOTADA: Resolver dez situações-problema levando os alunos a ler, interpretar e utilizar os logaritmos na resolução dos cálculos destacando que a função logarítmica é a inversa da exponencial. Em cada atividade os conceitos serão transmitidos gradativamente para garantir um aprendizado significativo.

1)

Nas aulas anteriores vimos como resolver equações exponenciais. Para resolver algumas delas, é necessário reduzir os dois membros a potências de mesma base, por exemplo:

$$2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$$

Agora, veja esta situação.

Jairo aplicou R$ 500,00 a uma taxa mensal de 0,6%. Para obter um montante de R$ 534,00, durante quanto tempo esse capital deve ficar aplicado?

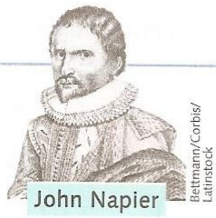
Arquivo da editora

Para responder a essa pergunta, vamos utilizar a fórmula $M = c \cdot (1+i)^t$ vista no capítulo anterior, que determina o montante M obtido por um capital c aplicado à taxa de juro i durante t meses. Nesse caso, para $M = 534$, $c = 500$ e $i = 0{,}006$, temos:

$$M = c \cdot (1+i)^t \Rightarrow 534 = 500 \cdot (1+0{,}006)^t \Rightarrow 534 = 500 \cdot 1{,}006^t \Rightarrow 1{,}068 = 1{,}006^t \text{ *}$$

Note que, para responder à pergunta inicial, é preciso resolver a equação exponencial obtida. No entanto, não é possível reduzir os dois membros em uma mesma base. Em casos como esse, utilizamos os **logaritmos**, assunto abordado neste capítulo. ***Professor(a):** Se necessário, revise com os alunos a fórmula apresentada, explicando o que é montante, capital e taxa de juro. Diga a eles que essa equação será resolvida no decorrer do capítulo.

O logaritmo foi desenvolvido, entre outros, pelo escocês John Napier (1550–1617). Ele não era um matemático profissional, mas dedicava parte de seu tempo a escrever sobre diversos assuntos. O termo logaritmo também foi criado por Napier: *logos*, que significa razão e *arithmos*, que significa números.


Bettmann/Corbis/Latinstock

John Napier

O principal objetivo de Napier ao construir a tábua de logaritmos era facilitar os longos e trabalhosos cálculos realizados por navegadores e astrônomos da época. Além disso, Napier também ficou conhecido por uma de suas invenções, as conhecidas barras de Napier ou ossos de Napier. Esse instrumento era utilizado para realizar, de forma mecânica, multiplicações, divisões e cálculos de raízes quadradas.

Em 1614 foi publicada a obra *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Uma descrição da maravilhosa regra dos logaritmos), na qual Napier explica a natureza dos logaritmos e apresenta uma tábua de logaritmos dos senos de 0° a 90°. **Professor(a):** Veja mais informações sobre Henry Briggs na *Assessoria Pedagógica*.

Em 1615, o matemático inglês Henry Briggs (1561–1631) conheceu Napier, que lhe contou tudo o que havia descoberto sobre os logaritmos. Como fruto de suas conversas com Napier, Briggs decidiu construir uma tábua de logaritmos de base 10 (assunto estudado neste capítulo), a qual seria muito útil na realização de alguns cálculos.

N.º	MANT.	DIF.	N.º	MANT.	DIF.	N.º	MANT.	DIF.	N.º	MANT.	DIF.
1 060	**025 306**	409	**1 075**	**031 408**	404	**1 090**	**037 426**	399	**1 105**	**043 362**	393
1 061	715	410	1 076	812	404	1 091	825	398	1 106	755	393
1 062	026 125	408	1 077	032 216	403	1 092	038 223	397	1 107	044 148	392
1 063	533	409	1 078	619	402	1 093	620	397	1 108	540	392
1 064	942	408	1 079	033 021	403	1 094	039 017	397	1 109	932	391
1 065	**027 350**	407	**1 080**	**033 424**	402	**1 095**	**039 414**	397	**1 110**	**045 323**	391
1 066	757	407	1 081	826	401	1 096	811	396	1 111	714	391
1 067	028 164	407	1 082	034 227	401	1 097	040 207	395	1 112	046 105	390
1 068	571	407	1 083	628	401	1 098	602	396	1 113	495	390
1 069	978	406	1 084	035 029	401	1 099	998	395	1 114	885	390
1 070	**029 384**	405	**1 085**	**035 430**	400	**1 100**	**041 393**	394	**1 115**	**047 275**	389
1 071	789	406	1 086	830	400	1 101	787	395	1 116	664	389
1 072	030 195	405	1 087	036 230	399	1 102	042 182	394	1 117	048 053	389
1 073	600	404	1 088	629	399	1 103	576	393	1 118	442	388
1 074	031 004	404	1 089	037 028	398	1 104	969	393	1 119	830	388

SANTOS, Udmyr Pires. *Tábuas de logaritmos: a seis decimais*. São Paulo: Nacional, 1957.

Tábua de logaritmos construída por Henry Briggs.

Atualmente, essas tábuas logarítmicas entraram em desuso, pois com o surgimento das calculadoras científicas e dos computadores, os cálculos envolvendo logaritmos ficaram mais rápidos e precisos.

a) Em sua opinião, que procedimento poderia ser utilizado para resolver a equação $1,068 = 1,006^t$?
b) De que maneira você acha que as tábuas de logaritmos ajudavam os navegadores e astrônomos?
c) Que estudioso construiu a tábua de logaritmos de base 10?
d) Atualmente as tábuas de logaritmo têm utilidade? Por quê?

2) A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui, desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático:

$$h(t) = 1,5 + \log_3(t + 1),$$

com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o corte foi de:

a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2

Ampliando o problema:
a) Qual era a altura da árvore no momento em que foi plantada?
b) Qual seria a altura da árvore após 80 anos de sua plantação se ela não tivesse sido cortada?
c) Essa árvore atingiria 10 m de altura em algum momento? Se sim, quanto tempo depois de plantada?
d) Converse sobre a importância de preservar a natureza, evitando-se o corte abusivo das árvores. É possível para a humanidade viver sem o corte das árvores? Se não for, qual seria a solução para evitar o desmatamento das florestas?
e) Pesquise sobre o que é o selo FSC? Em que ano foi criado o FSC Brasil?

3) O número de bactérias numa certa cultura duplica a cada hora. Se, num determinado instante, a cultura tem mil bactérias, daí a quanto tempo, aproximadamente, a cultura terá um milhão de bactérias? Considere log 2 = 0,3

a) 2 horas b) 3 horas c) 5 horas d) 10 horas e) 100 horas

4) O anúncio de certo produto aparece diariamente num certo horário na televisão. Após t dias do início da exposição (t exposições diárias), o número de pessoas (y) que fica conhecendo o produto é dado por $y = 3 – 3(0,95)^t$, em que y é dado em milhões de pessoas.
a) Para que valores de t teremos pelo menos 1,2 milhões de pessoas conhecendo o produto?
b) Faça o gráfico de y em função de t.

5) As indicações R_1 e R_2, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionados pela fórmula $R_1 – R_2 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$. A razão $\frac{M_1}{M_2}$ é:

a) 2 b) $\log_2 10$ c) $\frac{4}{3}$ d) 10^2 e) $\log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$

6) O álcool no sangue de um motorista alcançou o nível de 2 gramas por litro logo depois de ele ter bebido uma considerável quantidade de cachaça. Considere que esse nível decresce de acordo com a fórmula $N(t) = 2 \cdot (0,5)^t$, na qual t é o tempo medido em horas, a partir do momento em que o nível foi constatado. Quanto tempo deverá o motorista esperar antes de dirigir seu veículo se o limite permitido de álcool no sangue, para dirigir com segurança, é de aproximadamente, 0,6 grama por litro? (Use 0,3 para $\log_{10} 2$)

7) A função $L(x) = ae^{bx}$ fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a x metros de uma lâmpada.
a) Calcule os valores numéricos das constantes a e b, sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.
b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre lâmpada e esse objeto.

8) È consenso, no mercado de veículos usados, que o preço de revenda de um automóvel importado decresce exponencialmente com o tempo, de acordo com a função $V = k \cdot x^t$. Se 18 mil dólares é o preço atual de mercado de um determinado modelo de uma marca famosa de automóvel importado, que foi comercializado há 3 anos por 30 mil dólares, depois de quanto tempo, a partir da data atual, seu valor de revenda será reduzido a 6 mil dólares? (É dado $\log_{15}3 = 0{,}4$)
a) 3 anos b) 5 anos c) 6nos d) 7 anos e) 8 anos

9) O crescimento populacional em condições ideais é regido aproximadamente pela função $P(t) = P_0e^{kt}$, em que t é a variável tempo, k é a taxa de crescimento por unidade de tempo, P_0 é a população inicial e P(t) é a população no instante t. Essa mesma função modela também a decomposição radioativa, sendo que, nesse caso, P_0 é a massa inicial do material radioativo e k depende do material. Considere ln 2 = 0,7 e ln 3 = 1,1; aproximadamente, e julgue os itens que se seguem em verdadeiro ou falso:

I) Se P0 = 72 e k = 0,1; então ln (P(10)) < 5.

II) Uma cultura com 100 bactérias, inicialmente, reproduz-se em condições ideais e, 12 horas após, existem 400 bactérias. Então, dois dias depois do início da experiência, existirão mais de 21600 bactérias.

III) Uma amostra de material radioativo reduz-se a 3/4 de sua quantidade inicial depois de 33600 anos. Então, é correto afirmar que, após 56000 anos, a sua massa estará reduzida a menos da metade da massa inicial.

10) O iodo – 131 é um elemento radioativo utilizado em medicina nuclear para exames de tireóide e possui meia-vida de 8 dias. Para descarte de material contaminado com 1 g de iodo – 131, sem prejuízo para o meio ambiente, o laboratório aguarda que ele fique reduzido a 10^{-6} g de material radioativo. Nessas condições, o prazo mínimo para descarte do material é de: (Dado: $\log_{10}2 = 0{,}3$)
a) 20 dias b) 90 dias c) 140 dias d) 160 dias e) 200 dias

ATIVIDADE 3:

HABILIDADE RELACIONADA: Estabelecer uma relação entre a Matemática e outras Ciências.

PRÉ-REQUISITOS: Função logarítmica.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha fotocopiada (xerox).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

OBJETIVOS: Auxiliar na compreensão do texto, bem como, avaliá-los, relacionando o texto ao conteúdo abordado. Perceber que o conhecimento matemático desenvolvido nas aulas é importante para resolver problemas de outras ciências, bem como situações do cotidiano.

METODOLOGIA ADOTADA: Para um melhor aproveitamento das informações apresentadas durante as aulas nada melhor que atividades interdisciplinares sobre aplicações das funções logarítmicas para fixar os conteúdos abordados.

1)

Silêncio!

A modernidade e, consequentemente, a urbanização não trouxeram apenas conforto e comodidade. Com os benefícios, diversos problemas, antes incomuns, passaram a fazer parte do nosso cotidiano. Entre eles, a poluição sonora. Buzinas, sirenes e motocicletas, bem como carros, rádios, televisores, aviões, liquidificadores etc., estão tornando o meio em que vivemos cada vez mais barulhento.

Arquivo da editora

Estudos mostram que a poluição sonora pode causar, além de perda auditiva, estresse, falta de concentração, problemas neurológicos e digestivos, entre outros.

O nível equivalente de ruído de um ambiente é medido em decibéis (dB) por meio da função logarítmica $n(I) = 10\log\frac{I}{I_0}$, em que I é a intensidade sonora, em watts/metro quadrado (W/m^2), e I_0 é a intensidade sonora mínima da audibilidade humana, podendo-se considerar $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$.

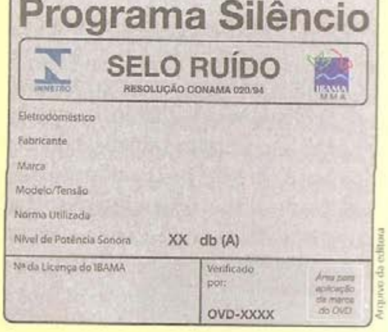
Gerador do ruído	Nível equivalente de ruído
Liquidificador	90 dB
Secador de cabelo	90 dB
Britadeira	100 dB
Buzina de automóvel	110 dB
Motor de motocicleta	120 dB
Decolagem de avião a jato	150 dB

Option Photo/Opção Brasil Imagens

Além da intensidade do ruído do ambiente, fatores como tempo de exposição e características específicas de cada pessoa têm influência nos danos causados à audição.

O nível de ruído recomendável pela Organização Mundial da Saúde (OMS) é de até 50 dB. Porém, conforme o quadro acima, é comum a exposição a ruídos acima desse nível.

Em 1990 foi criada a Lei do Silêncio, visando estabelecer normas, métodos e ações para controlar o ruído excessivo. Em decorrência dessa lei, o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Inmetro) instituiu um selo denominado Selo Ruído, que identifica o nível equivalente de ruído gerado por eletrodomésticos.



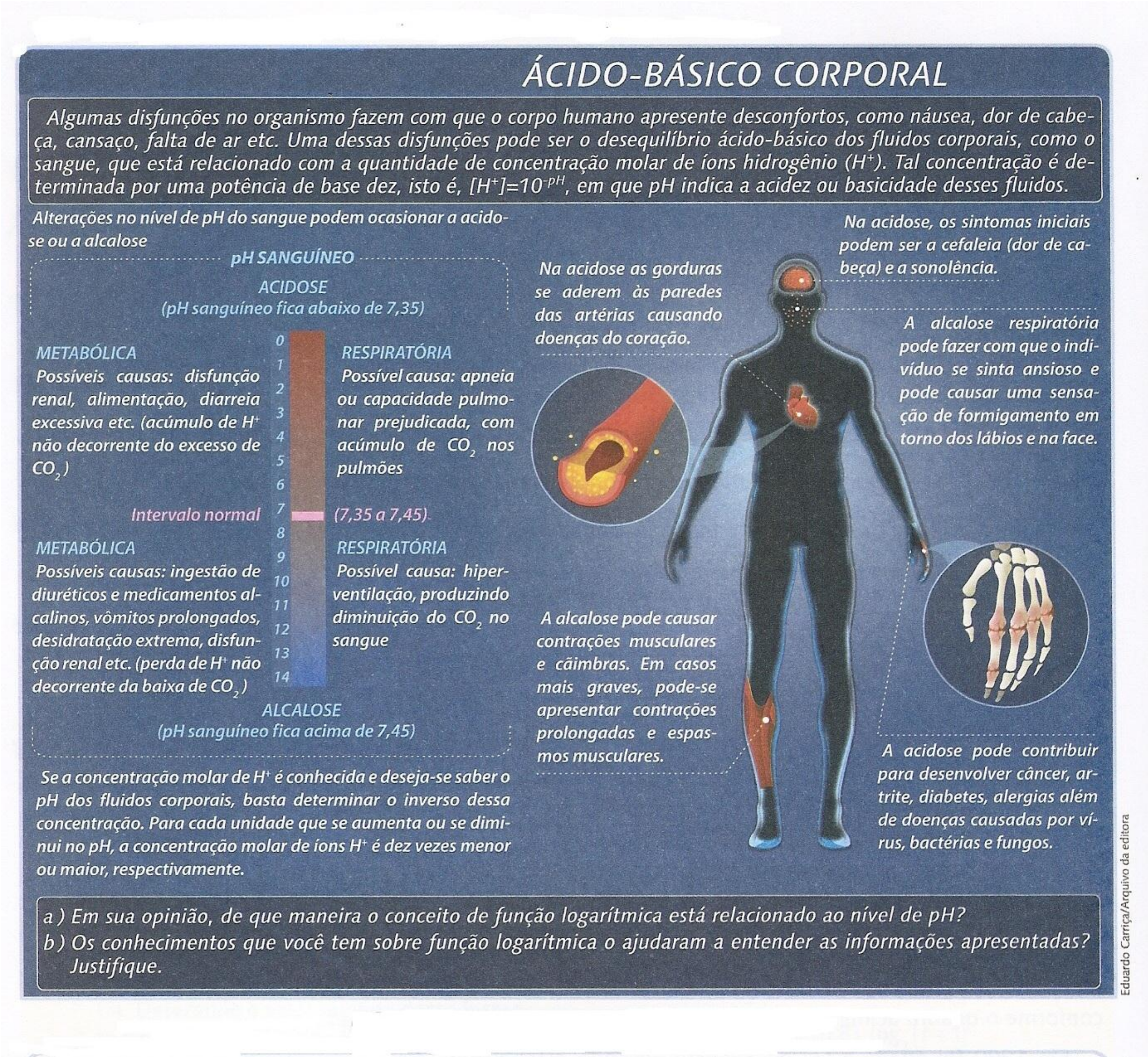
Arquivo da editora

Para preservar sua saúde, evite ficar exposto a ambientes barulhentos. Se tiver necessidade de ficar exposto a um desses ambientes, utilize protetores auriculares. Procure conhecer a Lei do Silêncio e leis específicas de sua cidade que tratam da poluição sonora. Caso tome conhecimento de desrespeito a essas leis, denuncie.

a) Cite exemplos de malefícios que a poluição sonora pode causar à saúde de um indivíduo.

b) Determine a intensidade sonora gerada por uma britadeira.
c) Que medidas podem ser tomadas para preservar sua saúde contra a poluição sonora?
d) Debate: “É possível um mundo com 50 dB”?

2)



3) **Como exprimir qualquer número inteiro positivo com apenas três “dois”**
Suponhamos que o número dado seja 3. Nesse caso, o problema se resolve assim:

$3 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$

É fácil convencermo-nos da veracidade dessa igualdade.
Chamemos, inicialmente, o seu 1º membro de A e o 2º membro de B.
Podemos, então, escrever:

$B = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} \rightarrow B = -\log_2 \log_2 \left[\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow B = -\log_2 \log_2 2^{\frac{1}{2^3}} \rightarrow B = -\log_2 \frac{1}{2^3} \rightarrow$

$\rightarrow B = -\log_2 2^{-3} \rightarrow B = -(-3) \rightarrow B = 3$

Logo, A = B

Se o número dado fosse 5, resolveríamos o problema pelo mesmo processo:

$5 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}$

Para o número inteiro positivo n, temos que:

$n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{\sqrt{2}}}}}_{n\ radicais}$

AVALIAÇÃO

A avaliação é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, e não uma etapa isolada. Deve ser feita de forma continuada e com a utilização de diversos recursos. A prática dessa avaliação permite ao professor a verificação constante da produção do aluno. A avaliação é mais do que buscar um resultado.

É um processo de observação e verificação de como os alunos aprendem os conhecimentos matemáticos e o que pensam sobre a matemática. É parte integrante do próprio processo de ensino/aprendizagem e tem como objetivo aprimorar a qualidade dessa aprendizagem. A avaliação deve ser contínua, dinâmica e, com frequência, informal, para que através de uma série de observações sistemáticas possamos emitir um juízo valorativo sobre a evolução do aluno no aprendizado de matemática.

A avaliação do desempenho dos alunos tem suas finalidades baseadas no desenvolvimento dos alunos e no próprio trabalho do professor.

A avaliação durante esse roteiro de atividades deverá ser feita através de:

- Resolução das atividades propostas em duplas (habilidades do Currículo Mínimo 2012);
- Observação do comportamento do aluno (motivação, interesse, realização das tarefas, esforço, disciplina, responsabilidade e rendimento nas duplas).
- Auto-avaliação.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

FACCHINI, Walter. **Matemática para a escola de hoje**: livro único. São Paulo: FTD, 2006.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. São Paulo: Scipione, 2010.

YOUSSEF, Antonio Nicolau. **Matemática de olho no mundo do trabalho**. São Paulo: Scipione, 2004.

ROTEIROS DE AÇÃO – Função Logarítmica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 04/02/2013.

EXEMPLO DE TAREFA 1 – Função Polinomial do 1º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 20/08/2012.

MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAERJINHO 2012 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 04/02/2013.

CURRÍCULO MÍNIMO 2012 - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 04/02/2013.