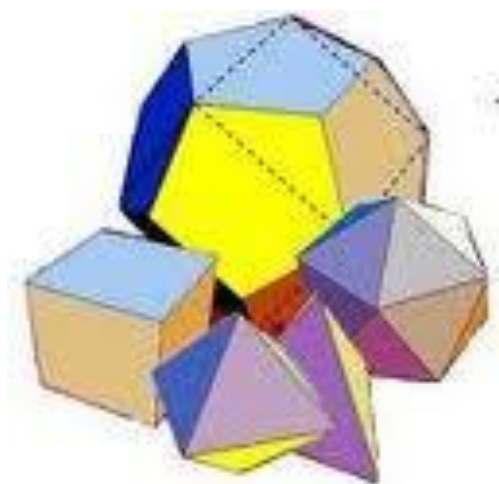




Fundação CECIERJ/  
Consórcio CEDERJ

## Plano de Trabalho

# Introdução à Geometria Espacial



Disponível em [universodownloadgratis.blogspot.com](http://universodownloadgratis.blogspot.com)

Matemática 2º ano – 1º bimestre/2013

## Tarefa 2

Cursista: **Barbara B. dos Santos**

Tutor: **Paulo Alexandre Alves de Carvalho**

# Introdução



Este plano de trabalho terá duas etapas: a primeira contemplará as atividades referentes aos conceitos primitivos de Geometria Espacial, as relações entre as retas num mesmo plano e em planos distintos, a segunda relacionará os poliedros e suas planificações bem como as regularidades que levam à relação de Euler.

A elaboração se dará com o intuito de fazer com que o aluno consiga construir o conhecimento sobre Geometria Espacial e de Posição, bem como possa perceber a aplicação deste na solução de situações do seu dia-a-dia.

Diante das dificuldades de compreensão sobre a visualização espacial, se faz necessário fazer uso de softwares de Geometria Dinâmica, bem como realizar atividades manuais de recorte e montagem de poliedros dadas as suas planificações. Um vídeo sobre o contexto histórico em que se aplica tais conhecimentos, será exibido afim de correlacionar o que se aprende hoje com as necessidades de tempos atrás.

# Desenvolvimento

## Etapa 1

+ **Duração prevista:** 100 minutos

+ **Assunto:** Introdução à Geometria Espacial

+ **Objetivos:**

- Compreender os conceitos primitivos da geometria espacial.
- Reconhecer as posições de retas e planos no espaço.
- Trabalhar as relações entre duas retas, reta e plano e entre dois planos.

+ **Pré-requisitos:**

- Conhecimento prévio da ideia intuitiva de ponto, reta e plano.
- Noções básicas no uso do software GEOGEBRA.

+ **Recursos utilizados:**

- Geoplano: representado ponto plano e reta.
- Material de recorte e montagem de um cubo;
- Software Geogebra;
- Registro das situações no caderno e solução dos problemas através das imagens apresentadas e das relações entre elas.



**Organização da classe:** Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo e permitir o uso do laboratório de informática da escola.

+ **Descritores associados:**

H85– Identificar características de formas geométricas encontradas na natureza ou em objetos criados pelo homem. (Formas arredondadas ou não; simétricas ou não, entes geométricos) .

# Distribuição das atividades da Etapa 1

**Duração :** 100 minutos

Para iniciar a aula, a professora irá propor que os alunos assistam aos slides (no data-show) que retratam um pouco da história da Geometria, a forma de abordagem da Geometria euclidiana e da Não-Euclideana, que observem a esplendorosa obra de Oscar Niemeyer para que depois formalizem a idéia de ponto, reta e plano, fazendo uso de geoplanos e elásticos. Esta apresentação será feita no data-show.

## História da Geometria



Euclides e a ideia de ponto , reta e plano.

### História da geometria Evolução do pensamento geométrico

Maria Ângela de Camargo\*  
Especial para a Página 3 Pedagogia & Comunicação

A geometria euclidiana diz que retas paralelas nunca se interceptam, como descreve o quarto postulando de Euclides. Essa afirmação trouxe inúmeras dificuldades aos matemáticos e gerou polêmica desde a época de sua proposição. Muitos matemáticos tentaram evitar a sua utilização- e até negá-lo!

Foi necessário esperar até o século 19 para que matemáticos como Legendre, Gauss, Boylai, Riemann e Lobachevski demonstrassem a sua validade. No entanto, eles descobriram que ao suprimir o quinto postulando, outras geometrias são possíveis!

A partir do século 19 se desenvolveram sistemas axiomáticos mais adequados à crescente exigência de rigor matemático. O sistema mais difundido e aceito é o que foi publicado por David Hilbert (1862-1943), matemático e filósofo alemão. Sua obra "Fundamentos da Geometria" (1899) está entre as maiores contribuições à Matemática do século 20.

O tratamento axiomático da geometria atual necessita de três objetos primitivos, que não necessitam ser definidos: *ponto*, *reta* e *plano*. Para expressar relações, três termos primitivos: *pertence*, *entre* e *congruente*. O sistema axiomático de Hilbert apresenta cinco grupos de axiomas: (a) pertinência; (b) ordem; (c) congruência; (d) paralelismo; (e) continuidade e completividade linear. Não diferencia axiomas e postulados, e não inclui definições.

**para Euclides**

- *ponto* é o que não tem partes, o que não tem grandeza alguma.
- *reta* é o comprimento sem largura
- *plano* é o que tem comprimento e largura.

**para Hilbert**

- *ponto*, *reta* e *plano* são elementos considerados primitivos, são aceitos sem demonstração, não necessitam de definição.

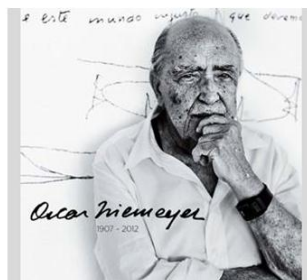
Vemos que a matemática é generosa: segundo Henri Poincaré, uma geometria não é mais verdadeira do que a outra, pode ser apenas mais conveniente.

Quem quiser observar objetos geométricos não-euclidianos pode se maravilhar com a obra de um artista genial como o holandês Mauritz Escher, que se vê a seguir:



M.C. Escher, Print Gallery, 1956, Lithograph

Outro artista fabuloso, brasileiro e especialista em curvas, foi Oscar Niemeyer.



Observe as fotos de suas obras e responda:



Fotos disponíveis em: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar\\_Niemeyer](http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer)


☐ Qual a característica principal presente nas obras de Niemeyer?

☐ Você consegue enxergar nessas obras formas parecidas com as que temos na natureza? Quais?

☐ Pense em objetos criados pelo homem onde a natureza possa ter sido uma fonte de inspiração. Converse com seus colegas e faça uma lista com esses objetos.

Depois de toda a abordagem concreta com os geoplanos, a professora fará uso do Geogebra para mostrar alguns postulados a respeito de ponto e reta e ainda entre planos. Após a exploração de tais entes geométricos, serão realizadas as seguintes atividades com os alunos:

- 1) Abra o Geogebra, programa de Geometria Dinâmica disponibilizado em seu computador. Aparecerá uma tela com os eixos  $x$  e  $y$  traçados e algumas linhas tracejadas em cinza. Vá ao menu Exibir e desmarque as opções Eixos e Malha.

- 2) Com a ferramenta *Reta definida por dois pontos* , trace duas retas quaisquer.



3) Elas se interceptam em algum ponto, ou seja, elas se cruzam em algum lugar? Converse com seu colega.

4) Se você estiver com dúvidas quanto à resposta para o item anterior, clique na ferramenta *Interseção de Dois Objetos*



, que fica na segunda janela da esquerda para a direita, e selecione as retas que você traçou. Observe se na Janela de Álgebra há algo novo em Objetos Dependentes. E então, as retas se interceptam ou não?

5) Selecione uma das retas já traçadas e delete-a, assim como seus pontos.



Com a ferramenta *Reta Paralela*, que fica na quarta janela da esquerda para a direita, trace uma reta paralela à reta que restou na tela. Elas se interceptam em algum ponto? Se for o caso, utilize a ferramenta *Interseção entre Dois Objetos*.

6) As arrastamos uma das retas e colocá-la exatamente sobre a outra reta, quantos pontos teremos em comum?

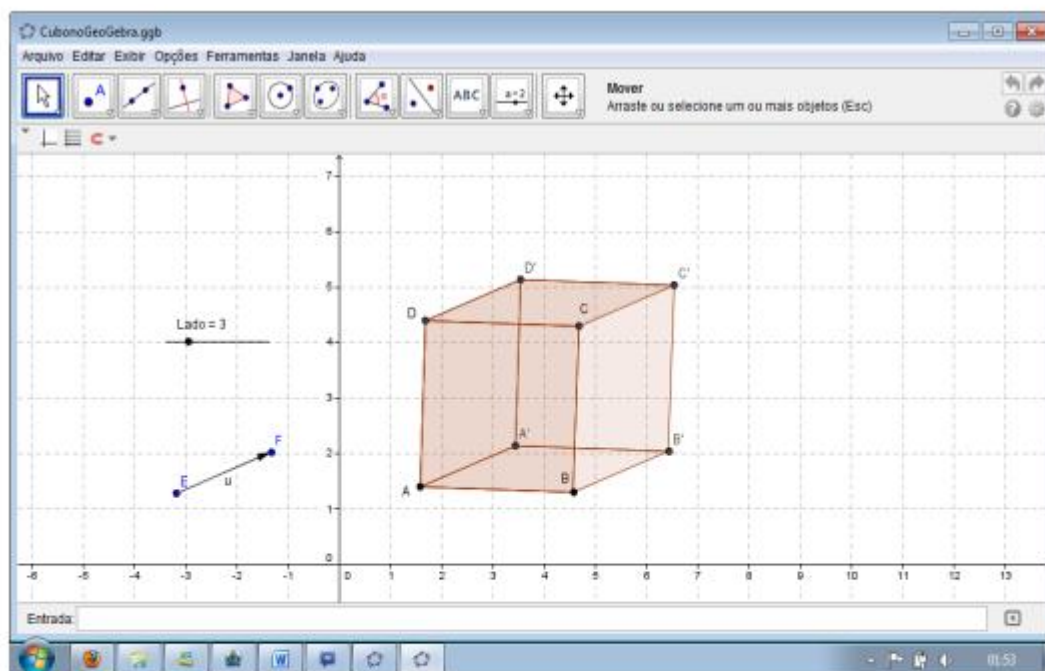
7) Escolha uma das retas traçadas, e usando a ferramenta *Reta*



*Perpendicular*, trace uma reta perpendicular. Podemos afirmar que a reta perpendicular e as paralelas são concorrentes? Discuta com seu colega.

8) Vamos medir o ângulo formado pelas retas paralelas e a reta perpendicular? Na oitava janela, marque a opção *Ângulo*. Uma dica: clique primeiro em uma das paralelas e depois na perpendicular! Que ângulo é formado pelas retas paralelas e a reta perpendicular?

9) Abra o arquivo "CubonoGeoGebra.ggb" disponibilizado pelo seu professor. Você pode aumentar o cubo, arrastando o seletor Lado = 3, ou até mesmo rotacioná-lo. Para isso, basta mover o vetor os pontos E ou F no vetor u.



10) Agora, observe os segmentos de reta que formam o cubo e responda:

- Quais são paralelos?
- Quais são concorrentes?
- Quais são perpendiculares?

11) E o que podemos afirmar quanto aos segmentos de reta AB e B'C'? Eles se enquadram em alguma das posições estudadas anteriormente?

12) Considere os pontos A e B e o plano  $ABB'A'$ . Estes dois pontos pertencem ao plano  $ABB'A'$ ? Então, podemos afirmar que o segmento de reta AB está contido neste plano?

13) Se tomarmos o segmento de reta CD, podemos dizer que ele intercepta o plano  $\alpha$  em algum ponto? Que tal discutir com seu colega?

14) O segmento BC intercepta o plano  $\alpha$  em algum ponto? Onde?

Observe o cubo no Geogebra e responda:

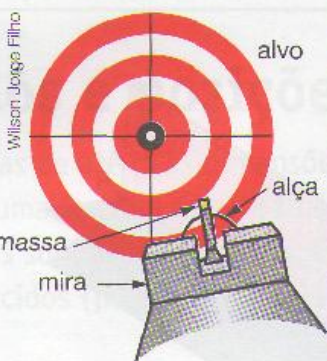
- Quais planos são paralelos ao plano  $ABB'A'$ ?
- Quais planos são concorrentes ou secantes ao plano  $ABB'A'$ ?
- Existe algum plano coincidente?

Para fixar toda a abordagem feita, uma seleção de exercícios será realizada.





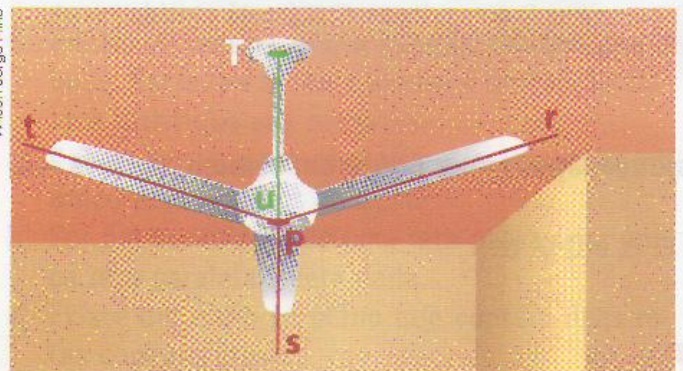
1. Usando suas palavras, defina pontos colineares.
2. Por dois pontos distintos, é possível traçar mais de uma reta? Justifique com argumentos geométricos.
3. Responda às questões a seguir:
  - a) Dois pontos distintos do espaço são colineares? Dois pontos distintos de um plano são colineares? Justifique suas respostas.
  - b) Três pontos distintos do plano são colineares? Três pontos distintos do espaço podem ser colineares? Justifique suas respostas.
4. Numa competição de tiro olímpico, o objetivo de cada atirador é acertar o mais próximo possível do círculo vermelho, no centro do alvo. Para isso, o competidor posiciona seu corpo e ajusta a mira para fazer o disparo. Para fazer a mira, usam-se a alça e a massa.



Prova de tiro nas  
Olimpíadas de  
Pequim, em 2008.

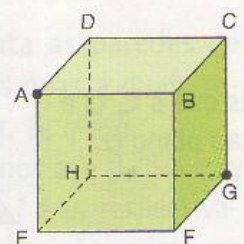


5. Pela forma que apresenta, cada uma das pás da hélice de um ventilador de teto pode ser comparada à ideia de um segmento de reta. Sendo assim, considere na figura a seguir as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$ , suporte desses segmentos, concorrendo em um ponto  $P$ . Imagine também que o teto possa ser comparado à ideia de um plano  $\alpha$ , cuja intersecção com as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  seja vazia. Então, responda às questões a seguir, justificando com argumentos da geometria:



Responda e justifique:

- a) Qual é a posição relativa de  $r$  e  $s$ ?
  - b) Qual é a posição relativa de  $t$  e  $\alpha$ ?
  - c) Toda reta paralela a  $s$  será paralela ao plano  $\alpha$ ?
  - d) Existe reta paralela a  $\alpha$  e perpendicular a  $r$ ?  
Faça uma figura que ilustre sua resposta.
7. No cubo representado abaixo, considere as retas determinadas por dois vértices quaisquer e os planos que contêm suas faces.  
Dê dois exemplos de:
    - a) retas perpendiculares;
    - b) retas simplesmente reversas;
    - c) planos paralelos;
    - d) planos secantes;
    - e) reta paralela a plano;
    - f) reta perpendicular a plano.



## Avaliação

Diferentes formas de avaliação serão adotadas:

- Análise da participação efetiva do aluno durante a apresentação do assunto e durante a realização das atividades.
- Análise das construções no geoplano bem como nos questionamentos durante as atividades no software.
- Observação do desempenho na solução dos exercícios propostos.

# Desenvolvimento

## Etapa 2

+ **Duração prevista:** 300 minutos

+ **Assunto:** Poliedros

+ **Objetivos:**

- Apresentar a possibilidade de conjugar saberes artísticos e matemáticos, e preparar uma introdução para o trabalho com os poliedros.
- Manipular diferentes poliedros, através de suas planificações.
- Levar o aluno a construir a relação de Euler.

+ **Pré-requisitos:**

- Conhecimento prévio de manipulação de software;
- Conhecimento de figuras planas;

+ **Recursos utilizados:**

- Jujubas e palitos de dente para a montagem dos poliedros;
- Software Pletora de poliedros;
- Planificações de poliedros e montagem de esculturas.

+ **Organização da classe:** Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo e permitir o uso do laboratório de informática da escola.

+ **Descritores associados:**

H03 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

H04 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos.

H07- Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.

H08 - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

H09- Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.



# Distribuição das atividades da **Etapa 2**

**Duração :** 300 minutos

Para iniciar a aula, a professora irá propor que os alunos assistam ao vídeo: Desfile com roupas de papel, para que percebam o quanto a Geometria está presente em nossas vidas. Em seguida, de posse de várias planificações de poliedros, os alunos brincarão de montá-los para construir esculturas.

Depois de toda esta diversão, manipularão o software Pletora de poliedros para conhecer vários tipos de poliedros bem como suas respectivas planificações.



Quer imprimir a planificação deste poliedro? [Clique aqui!](#)

Após intensa manipulação, os alunos farão construções de poliedros fazendo uso de jujubas e palitos de dente, com o intuito de focar a atenção nos vértices, arestas e faces dos poliedros

Depois, realizarão uma atividade de nivelamento para verificação de possíveis dúvidas sobre o assunto.





**Colégio Estadual**  
**Rio de Areia**

Matemática - 1º Bimestre

Data: / / 2013

Professor(a): Barbara B. dos Santos

Série: 2º ano EM.

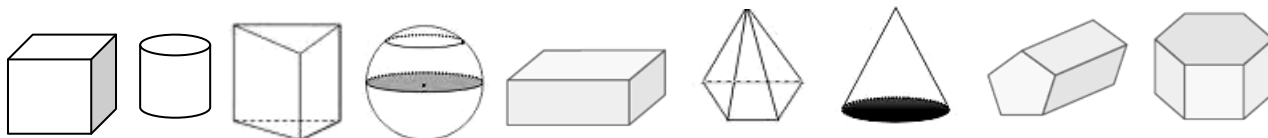
Nome:

Nº:

Turma:

**Parte 01 (exercício de visualização)**

a) Quais são os sólidos que rolam quando empurrados? Marque um (x).

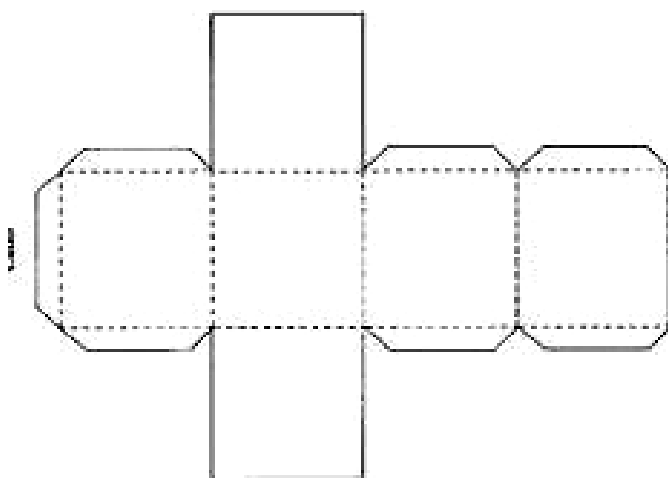


b) Por que alguns sólidos rolam quando empurrados? \_\_\_\_\_

c) O que o cubo, a pirâmide e o paralelepípedo têm em comum? \_\_\_\_\_

**Parte 02 (exercício de construção e contagem)**

\* Reproduza em cartolina o sólido planificado abaixo e faça o que se pede:



- Pinte de vermelho as linhas pontilhadas.
- Desenhe um ponto preto em cada canto.
- Resorte a figura nas linhas cheias.
- Faça as dobras e cole como está indicado.
- Responda:

- Que sólido você acabou de construir? \_\_\_\_\_
- As linhas vermelhas que você traçou são elementos importantes de um sólido geométrico e recebem um nome especial. Que nome é esse? Quantas você traçou? \_\_\_\_\_
- Os pontos pretos que você desenhou mostram os vértices. Quantos vértices tem o cubo? \_\_\_\_\_
- Os quadrados que você vê no cubo são as suas faces. Quantas faces tem o cubo? \_\_\_\_\_

### Parte 03 ( exercício de contagem e análise de padrão)

a) Classifique os sólidos abaixo em dois grandes grupos: POLIEDROS E NÃO POLIEDROS

CUBO – PRISMA TRIANGULAR – PRISMA PENTAGONAL – PIRÂMIDE QUADRANGULAR –  
CILINDRO – ESFERA – PIRÂMIDE TRIANGULAR – CONE – PRISMA RETANGULAR

POLIEDROS	NÃO POLIEDROS

b) Complete as tabelas:

Tabela de prismas

Nome do prisma	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
Prisma triangular			
Prisma quadrangular			
Prisma pentagonal			
Prisma hexagonal			
Prisma octogonal			

Tabela de pirâmides

Nome da pirâmide	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
Pirâmide triangular			
Pirâmide quadrangular			
Pirâmide pentagonal			
Pirâmide hexagonal			
Pirâmide octogonal			

- Diante do preenchimento da tabela, que tipo de padrão é possível perceber nas pirâmides?

- E em relação aos prismas, qual a maneira mais prática de descobrir o número de faces que eles têm?

### Parte 4 ( exercício de formulação de conceitos e organização da aprendizagem)

a) Descubra o nome do poliedro, diante das dicas:

- Se um prisma tem 20 faces, quantas arestas tem sua base? \_\_\_\_\_

- Se a base de um prisma tem 10 arestas, quantas faces ele tem? \_\_\_\_\_

- Se um prisma possui 14 vértices, quantas faces ele tem? \_\_\_\_\_

- Se uma pirâmide tem 18 faces, quantas arestas terá sua base? \_\_\_\_\_

- Se a base de uma pirâmide tem 12 arestas, quantas faces ela tem? \_\_\_\_\_

b) Após estas diferentes abordagens, defina o que é poliedro!

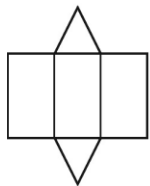
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## Exercícios de fixação e aprofundamento:

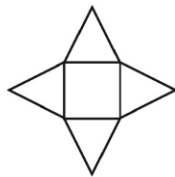
1) Veja abaixo as planificações de alguns sólidos geométricos que os alunos receberam para montar. Quais desses alunos receberam planificações de pirâmides.



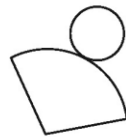
Diana



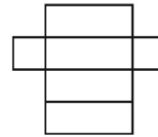
Fábio



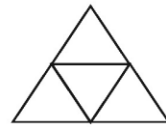
Laura



Maria

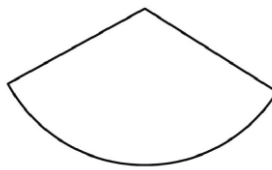


Paulo

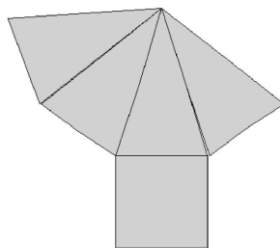


Tânia

2) Rayanna desmanchou o chapéu de Rayssa e encontrou a figura abaixo. Qual era a forma do chapéu de Rayssa?

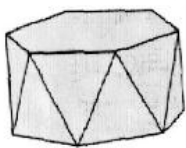


3) Chaiêne recebeu um presente dentro desta embalagem que desmontada ficou com esta aparência.

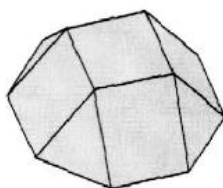


A embalagem era:

A)



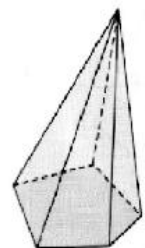
B)



C)

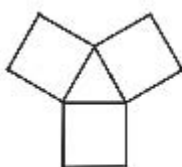


D)

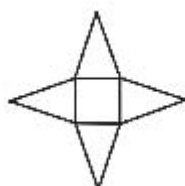


4) João construiu uma pirâmide de base quadrada, com cartolina. Depois, ele recortou sua pirâmide ao longo de algumas arestas e abriu a figura, obtendo assim uma planificação da sua pirâmide. A figura que ele obteve foi :

A)



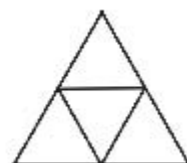
B)



C)



D)



## ORGANIZANDO O PENSAMENTO

Fazendo uso do livro didático formalizaremos todos os conceitos construídos e ainda realizaremos exercícios diferenciados sobre o tema. Citaremos os Poliedros de Platão e a história de seus elementos.

Poliedros de Platão e os elementos da natureza.



Tetraedro, associado ao elemento fogo.



Cubo, associado ao elemento terra.



Octaedro, associado ao elemento ar.



Icosaedro, associado ao elemento água.



Dodecaedro, símbolo do universo.

Platão associou as formas poliédricas aos elementos de Empédocles, provavelmente segundo critérios de estabilidade e densidade.

Ilustrações: Wilson Jorge Filho

(PUCC-SP) Sobre as sentenças:

- Um octaedro regular tem 8 faces quadradas.
- Um dodecaedro regular tem 12 faces pentagonais.
- Um icosaedro regular tem 20 faces triangulares.

é correto afirmar que **apenas**:

- I é verdadeira.
- II é verdadeira.
- III é verdadeira.
- I e II são verdadeiras.
- II e III são verdadeiras.

Reproduza no caderno a tabela a seguir e complete-a:

Poliedros de Platão				
Nome	Vértices	Arestas	Faces	Polígono da face
Tetraedro	4	6	4	triângulo
Hexaedro		12		
	6		8	
Dodecaedro		30		pentágono
	12		20	triângulo

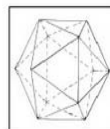
(Uerj) O poliedro abaixo, com exatamente trinta faces quadrangulares numeradas de 1 a 30, é usado como um dado, em um jogo. Admita que esse dado seja perfeitamente equilibrado e que, ao ser lançado, cada face tenha a mesma probabilidade de ser sorteada.

Calcule:

- a) o número de vértices do poliedro.



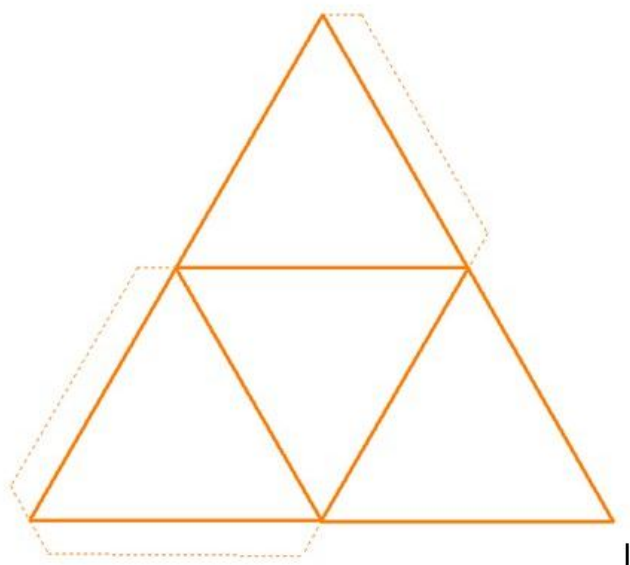
Um icosaedro regular tem 20 faces e 12 vértices, a partir dos quais retiram-se 12 pirâmides congruentes. As medidas das arestas dessas pirâmides são iguais a  $\frac{1}{3}$  da aresta do icosaedro. O que resta é um tipo de poliedro usado na fabricação de bolas. Observe as figuras.



Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão usa esse novo poliedro, no qual cada gomo é uma face. Ao costurar dois gomos para unir duas faces do poliedro, ele gasta 7 cm de linha. Depois de pronta a bola, o artesão gastou, no mínimo, um comprimento de linha igual a:

Para fixar ainda mais os assuntos abordados a professora fará uso do data-show para apresentar uma coletânea de exercícios.

OBSERVE A PLANIFICAÇÃO ABAIXO.

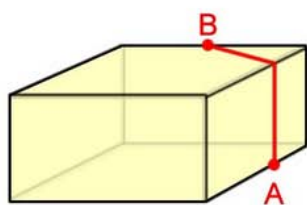


Podemos afirmar que:

- a) É um poliedro de 4 faces, é um octaedro e é uma pirâmide.
- b) É um poliedro de 4 faces, é um tetraedro e é um prisma.
- c) É um poliedro de 4 faces, é um hexaedro e é bipirâmide.
- d) É um poliedro de 4 faces, é um tetraedro e é uma pirâmide.

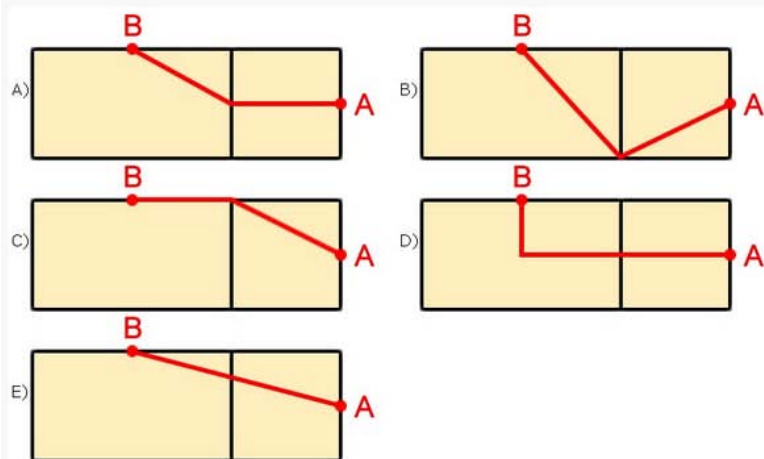
A resposta correta é a da opção *d*

A figura seguinte representa um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.



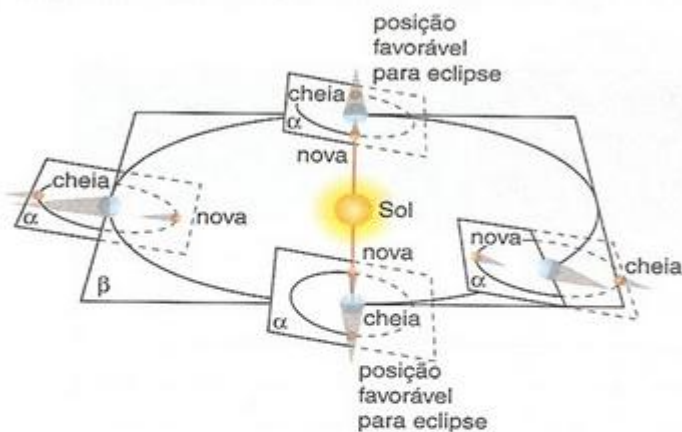
Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. Afim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.

O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:





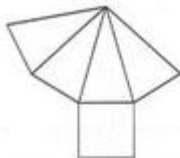
A órbita da Lua ao redor da Terra e o centro desta estão em um mesmo plano  $\alpha$ ; e a órbita da Terra ao redor do Sol e o centro deste estão em um mesmo plano  $\beta$ . Quando a Lua entra na sombra da Terra, acontece um eclipse lunar, e quando a Terra é atingida pela sombra da Lua, acontece um eclipse solar.



Se o plano  $\alpha$  coincidisse com o plano  $\beta$ , os eclipses seriam muito frequentes: aproximadamente dois por mês. Porém, o plano  $\alpha$  é inclinado em relação ao plano  $\beta$ , o que faz com que os eclipses não sejam tão frequentes. De acordo com essas informações e considerando o Sol, a Terra e a Lua pontos do espaço, um eclipse ocorre sempre que:

- a) a reta Sol-Lua é perpendicular à reta Terra-Lua.
- b) a reta Sol-Terra é perpendicular à reta Terra-Lua.
- c) a reta Sol-Terra não coincide com a reta Terra-Lua.
- d) a reta Sol-Lua está contida no plano  $\alpha$ .
- e) a Lua está no plano  $\beta$ .

1) O desenho abaixo representa a planificação de um poliedro:

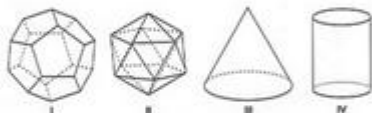


- A) Octaedro B) Pirâmide quadrangular C) Prisma quadrangular  
D) Prisma triangular E) Tetraedro

2) Um poliedro convexo tem 6 faces e o número de arestas é igual ao dobro do número de vértices. O número de arestas e vértices desse poliedro é, respectivamente:

- A) 20 e 10 B) 12 e 6 C) 10 e 5 D) 4 e 2 E) 3 e 6

3) Observe os desenhos abaixo.



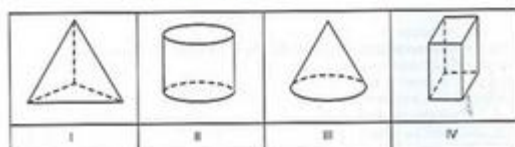
Quais desses desenhos representam poliedros?

- A) II e IV B) II e III C) I e IV D) I e III E) I e II

4) Marcela pendurou um enfeite em cada vértice de um adereço em formato de um poliedro. Esse adereço tem 4 faces e 6 arestas. Quantos desse enfeite ela utilizou?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5) Observe os desenhos abaixo:



Qual desses desenhos representam poliedros?

- A) I e II B) I e III C) I e IV D) II e III E) II e IV

O Concretismo é um movimento de vanguarda na música erudita e nas artes plásticas que surge na Europa nos anos 50. Na literatura, a primeira manifestação oficial se dá no Brasil. O movimento defende a racionalidade e rejeita o Expressionismo, o acaso e a abstração lírica e aleatória. Não há intimismo nas obras, nem preocupação com o tema. A idéia é acabar com a distinção entre forma e conteúdo e criar uma nova linguagem. Na década de 60, poetas e músicos envolvem-se com temas sociais. De modo geral, é uma ligação pessoal, sem destaque na obra, a qual se preocupa mais com a inovação da linguagem.

Muitos artistas, porém, defendem a afirmação do poeta russo futurista Vladímir Maiakóvski (1893-1930) de que não há arte revolucionária sem forma revolucionária.

O movimento surge oficialmente no cenário artístico internacional em 1954, quando começam a funcionar regularmente os cursos da Escola Superior da Forma em Ulm, na Alemanha. Baseia-se na produção e na teoria de vários artistas ligados ao Abstracionismo geométrico, sobretudo do suíço Max Bill (1908-). Eles exigem racionalidade, desfazem a distinção entre figura e fundo e enfatizam a linguagem do design. Usam régua para conceber as pinturas. As esculturas têm formas geométricas.

Nos anos 60, o Concretismo e as tendências do Abstracionismo geométrico originam a op art (arte óptica), uma arte abstrata em que efeitos típicos confundem forma e fundo e distorcem a profundidade. Muitas obras são criadas em preto-e-branco. Várias dependem da luz ambiente e de movimento para produzir os efeitos pretendidos. O nome mais significativo é o do húngaro radicado na França, Victor Vasarely (1908-).



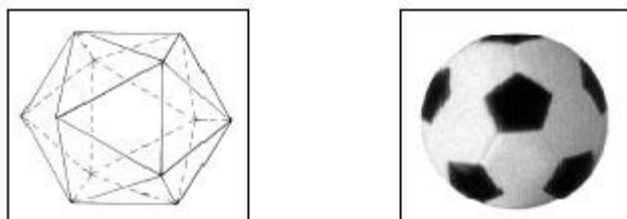
Disponível em: <http://www.inhotim.org.br/index.php/arte/artista/view/161>. Acesso em: 27 jul. 2012.

Analise, a seguir, a obra "Invenção da cor", Penetrável Magic Square # 5, do artista brasileiro Hélio Oiticica, que se encontra exposta no museu de Inhotim, em Minas Gerais.

É correto afirmar que os principais elementos na obra são

- (A) Ângulos.
- (B) Pontos.
- (C) Retas reversas.
- (D) Retas.
- (E) Planos

) Um icosaedro regular tem 20 faces e 12 vértices, a partir dos quais retiram-se 12 pirâmides congruentes. As medidas das arestas dessas pirâmides são iguais a  $\frac{1}{3}$  da aresta do icosaedro. O que resta é um tipo de poliedro usado na fabricação de bolas. Observe as figuras.



Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão usa esse novo poliedro, no qual cada gomo é uma face. Ao costurar dois gomos para unir duas faces do poliedro, ele gasta 7 cm de linha. Depois de pronta a bola, o artesão gastou, no mínimo, um comprimento de linha igual a:

2) Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, com 60 faces triangulares. Calcular o número de vértices desse cristal.

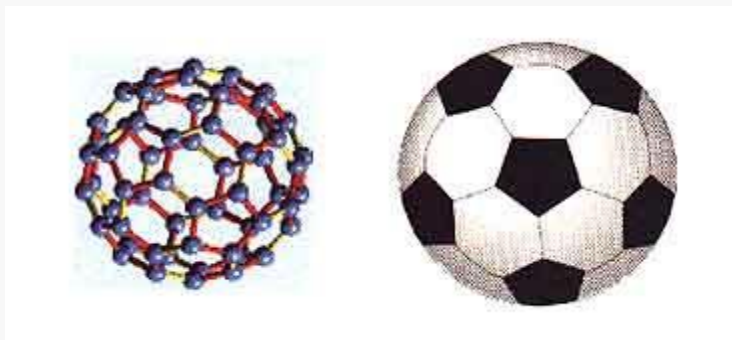
3) Em 1985, foi descoberta uma nova forma de carbono, chamada **BUCKMINSTERFULLERENE** ou "**BUCKYBALL**". É a mais estável de uma família de moléculas de carbono conhecida como Fulerenes.



Como o próprio nome sugere, "BUCKYBALL" possui a forma geométrica de uma **bola de futebol**.

Ao ser observada mais atentamente, constata-se que a molécula é formada por **20 hexágonos** e **12 pentágonos**, com átomos de carbono localizados nos vértices e ligações químicas representando as arestas.

Observe abaixo as representações química e matemática do "Buckyball"



modelo químico

modelo matemático

Surgem então algumas questões de caráter matemático:

- 1) Quantas arestas existem no "Buckyball"?
- 2) Quantos vértices existem no "Buckyball"?

(UFPeI-RS) No país do México, há mais de mil anos, o povo Asteca resolveu o problema da armazenagem da pós-colheita de grãos com um tipo de silo em forma de uma bola colocado sobre uma base circular de alvenaria. A forma desse silo é obtida juntando 20 placas hexagonais e mais 12 placas pentagonais.

Com base no texto, é correto afirmar que esse silo tem:

- a) 90 arestas e 60 vértices      d) 86 arestas e 60 vértices  
b) 86 arestas e 56 vértices      e) 110 arestas e 60 vértices  
c) 90 arestas e 56 vértices

### Resolução

- Número de faces

$$F = 20 + 12 = 32$$

- Número de arestas

$$20 \text{ faces hexagonais: } 20 \cdot 6 = 120$$

$$12 \text{ faces pentagonais: } 12 \cdot 5 = 60$$

Como cada aresta é comum a duas faces, o número de arestas do silo é:

$$A = \frac{120 + 60}{2} = \frac{180}{2} = 90$$

- Número de vértices

Substituindo o número de faces e o de arestas na Relação de Euler, obtemos o número de vértices do silo.

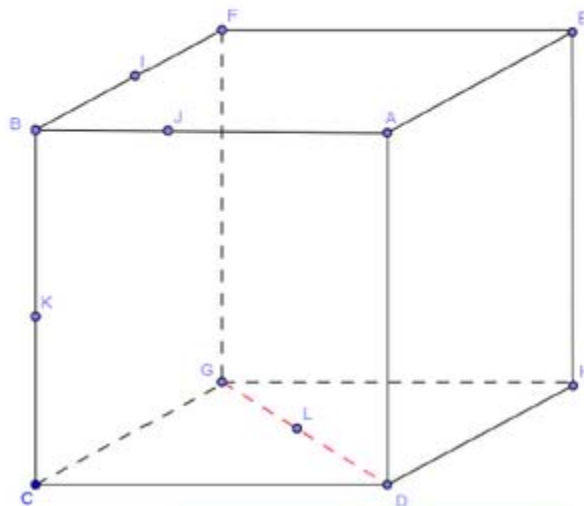
$$V + F = A + 2 \Rightarrow V + 32 = 90 + 2 \Rightarrow V = 60$$



<http://www.tibarose.com/port/boletim.htm>,  
acessado em: 10/10/2007. [Adapt.]

**Q1) Observe os pontos de A a L nos vértices, arestas e faces do cubo abaixo. Verifique se os pontos indicados em cada item são ou não colineares e coplanares.**

- a) F e D  
b) A, E e F  
c) G, L e D  
d) B, C e D  
e) A, J e B  
f) B, I, J e K  
g) C, G, E e A  
h) B, C, L e G  
i) H, D, I e E



## AVALIAÇÃO

- ✚ A avaliação da aprendizagem será realizada através da observação do desenvolvimento e compreensão de cada aluno durante as atividades propostas sendo estas registradas para futura análise e verificação dos progressos do aluno;
- ✚ Para os alunos que ainda apresentarem dificuldade a respeito do tema, novas atividades serão desenvolvidas posteriormente.

## Referências

NUNES Wallace – Fundação Cecierj – Formação Continuada – Matemática 2ª série - Roteiros de ação . Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br> - último acesso em 03 de março de 2013.

Geômetras – Disponível em <http://www.geometras.com.br/?p=656> – último acesso em 04/03/2013.

Vídeo : Moulage - Desfile da roupa de papel FASM- Disponível em [https://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=x06M2mWf3pw](https://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=x06M2mWf3pw) – último acesso em 03/03/2013.

Software: Uma *Pletora de Poliedros* – Disponível em [www.uff.br/cdme/pdp/pdp-html/pdp-br.html](http://www.uff.br/cdme/pdp/pdp-html/pdp-br.html) - último acesso em fev. 2013