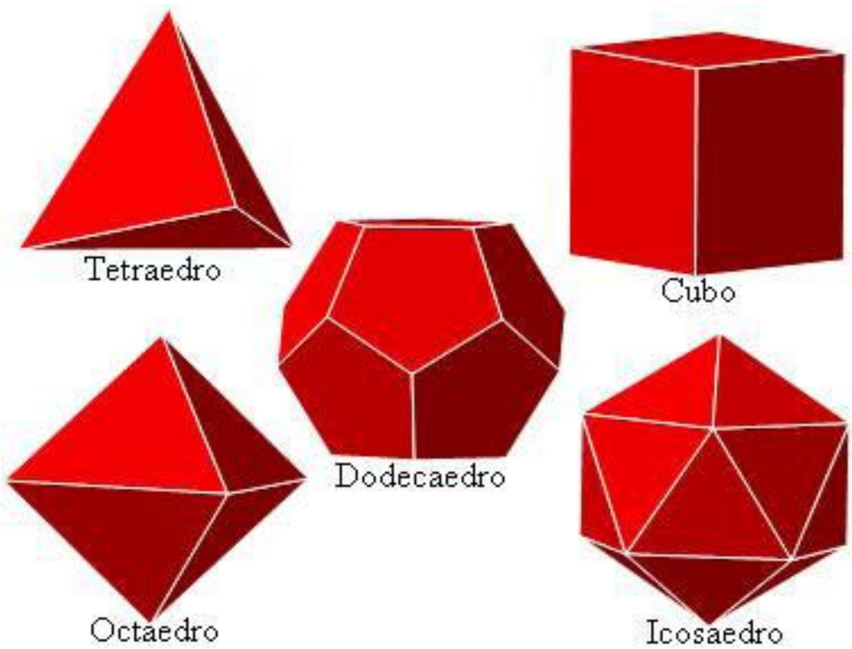
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRSIO CEDERJ

Matemática 2º Ano – 1º Bimestre /2013

Plano de Trabalho 04

Grupo 04

Ponto, Retas, Plano, Poliedros de Platão e Relação de Euler



Tarefa 04 – Turma 2005 Regular Noite

Cursista: Flávio de Aguiar.

Tutor: Maria Cláudia Padilha Tostes.

Sumário

INTRODUÇÃO

Vamos estudar nesse plano de aula alguns tópicos bem primitivos como ponto, reta e plano. Estudaremos também sobre os poliedros de Platão e iremos diferenciar um corpo redondo dos poliedros. Devemos compreender os conceitos a seremapresentados, suas aplicabilidades e oferecer ao aluno uma contextualização do conteúdo, oferecendo assim um melhor processo de ensino aprendizado e não deixando de repassar para o aluno o fator histórico e a importância do estudo.

No decorrer desse plano de aula teremos vídeos de aulas que irão proporcionar ao aluno uma revisão da matéria, faremos um trabalho em grupo de colagens, construiremos os poliedros de Platão e diante dos sólidos prontos trabalharem com os alunos a Relação de Euler. Os alunos nesse plano de aula irão realizar uma redação mediante a visualização de algumas fotos que representam a definição de ponto, reta e plano. Um trabalho interdisciplinar que levará o aluno a uma interpretação e desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Não devemos apresentar o conteúdo citado acima, no Ensino Médio, de forma artificial, pois vivemos hoje numa realidade bem diferente. Devemos deixar bem claro que exercícios repetitivos e poucas aulas contextualizadas não atendem mais os alunos de hoje.O uso da tecnologia é fundamental em sala de aula, a apresentação de softwares como o Geogebra e a utilização do data show, em sala de aula, contribuem muito para o aprendizado do aluno.

O professor deve ser capaz de direcionar a aula para a realidade do aluno e apresentar um valor concreto do conteúdo aos discentes.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 01

HABILIDADE RELACIONADA: H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações;
C3 - Reconhecer, dentre várias representações gráficas de sólidos, aquele que corresponde à uma planificação dada.
H08 - Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
C1 - Calcular o número de vértices dadas as relações entre o número de faces e arestas de um poliedro.

PRÉ – REQUISITOS: noções de geometria plana;

TEMPO DE DURAÇÃO: 240 minutos (6 tempos de aula).

Segunda 2 tempos de 40minutos;(80 min.)
Sexta 2 tempos de 40 minutos;(80 min.)
Segunda 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: leitura do conteúdo do livro didático adotado no ano letivo e realização de um fichamento, lista de exercíciosde fixação e complementares, explicação e demonstrações no quadro branco e apresentação de vídeos com auxílio do notebook e data show em sala de aula.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS:
Definição de ponto, reta, plano, poliedros de Platão , Relação de Euler e apresentação das diversas aplicabilidades do conteúdo de forma bem próxima da realidade do aluno.

METODOLOGIA ADOTADA:

1. Leitura prévia da matéria no livro didático pelo aluno e realização de um fichamento;

2. O aluno irá resolver os exercícios propostos pelo livro didático adotado no ano regente;
3. Aplicação de lista de exercícios de fixação e complementares;
4. Apresentação de vídeos em sala de aula.

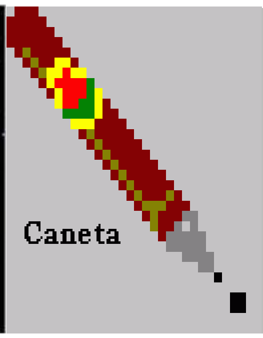
ATIVIDADE 01

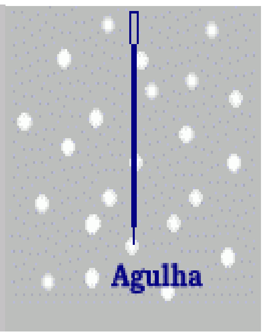
Conceitos de Ponto, Reta e Plano

Ponto, Reta e Plano são noções primitivas dentre os conceitos geométricos. Os conceitos geométricos são estabelecidos por meio de definições. As noções primitivas são adotadas sem definição. Como podemos imaginar ou formar idéias de ponto, reta e plano, então serão aceitos sem definição.

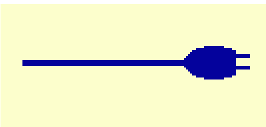
Podemos ilustrar com as seguintes ideias para entender alguns conceitos primitivos em Geometria:

Ponto: uma estrela, um pingo de caneta, um furo de agulha, ...



Reta: fio esticado, lados de um quadro, linha, do horizonte ...

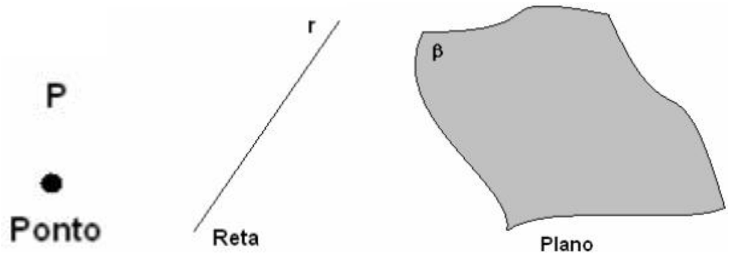



Plano: o quadro negro, a superfície de uma mesa, parede de uma casa, ...

Representação, (notação)

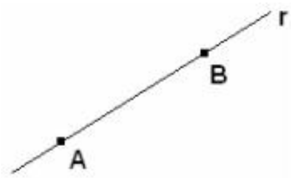
→ Pontos serão representados por letras latinas maiúsculas; ex: A, B, C,…
→ Retas serão representados por letras latinas minúsculas; ex: a, b, c,…
→ Planos serão representados por letras gregas minúsculas; ex: α,ϒ, β,...

Representação gráfica

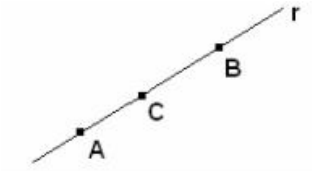


Postulados primitivos da geometria, qualquer postulado ou axioma é aceito sem que seja necessária a prova, contanto que não exista a contraprova.

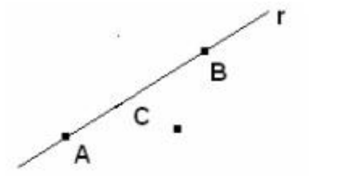
1º Numa reta bem como fora dela há infinitos pontos distintos.
2º Dois pontos determinam uma única reta (uma e somente uma reta).



3º Pontos colineares pertencem à mesma reta.

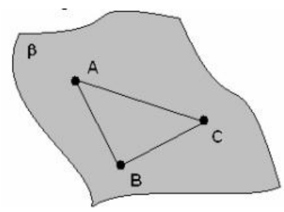


A, B e C são colineares.

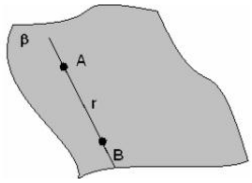


A, B e C não são colineares.

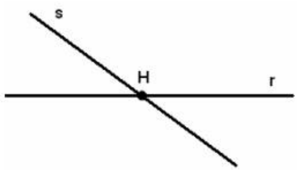
4º Três pontos determinam um único plano.



5º Se uma reta contém dois pontos de um plano, esta reta está contida neste plano.



6º Duas retas são concorrentes se tiverem apenas um ponto em comum.



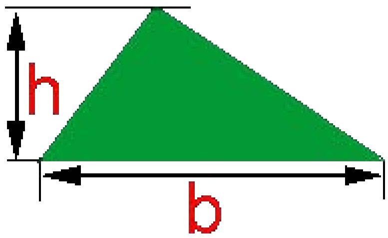
Observe que $r \cap s = \{H\}$. Sendo que H está contido na reta **r** e na reta **s**.

Vídeo para revisão dos conceitos dados

http://www.youtube.com/watch?v=ahoTbLntZ2M;

GEOMETRIA PLANA

Cálculo da Área do Triângulo



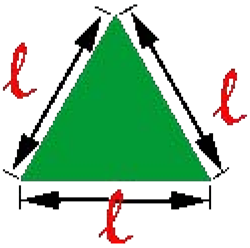
Denominamos de **triângulo** a um polígono de três lados.

Observe a figura ao lado. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base.

A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo.



No caso do triângulo equilátero, que possui os três ângulos internos iguais, assim como os seus três lados, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$$

Onde **l** representa a medida dos lados do triângulo.

Exemplos

▸ A medida da base de um triângulo é de 7 cm, visto que a medida da sua altura é de 3,5 cm, qual é a área deste triângulo?

Do enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 3{,}5 \\ b = 7 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{7 \cdot 3{,}5}{2} \Rightarrow S = 12{,}25$$

● A área deste triângulo é 12,25 cm^2.

▸ Os lados de um triângulo equilátero medem 5mm. Qual é a área deste triângulo equilátero?

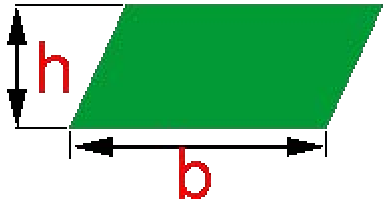
Segundo o enunciado temos:

$$l = 5$$

Substituindo na fórmula:

● A área deste triângulo equilátero é de aproximadamente 10,8 mm^2.

Cálculo da Área do Paralelogramo



Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado **paralelogramo**.

Com **h** representando a medida da sua altura e com **b** representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se **b** por **h**, tal como na fórmula abaixo:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

▸ A medida da base de um paralelogramo é de 5,2 dm, sendo que a medida da altura é de 1,5 dm. Qual é a área deste polígono?

Segundo o enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 1{,}5 \\ b = 5{,}2 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5{,}2 \cdot 1{,}5 \Rightarrow S = 7{,}8$$

● A área deste polígono é 7,8 dm^2.

▸ Qual é a medida da área de um paralelogramo cujas medidas da altura e da base são respectivamente 10 cm e 2 dm?

Sabemos que **2 dm** equivalem a **20 cm**, temos:

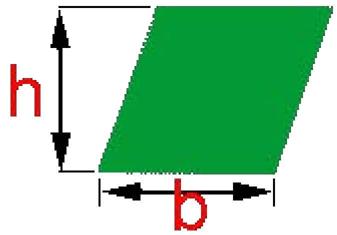
$$\begin{cases} h = 10 \\ b = 20 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 20 \cdot 10 \Rightarrow S = 200$$

● A medida da área deste paralelogramo é 200 cm^2 ou 2 dm^2.

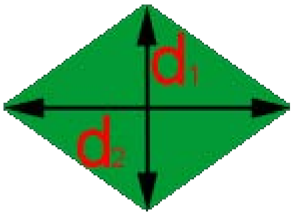
Cálculo da Área do Losango



O **losango** é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais.

Se você dispuser do valor das medidas **h** e **b**, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango.

Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.



Observe na figura à direita, que a partir das diagonais podemos dividir o losango em quatro triângulos iguais.

Consideremos a base **b** como a metade da diagonal $\mathbf{d_1}$ e a altura **h** como a metade da diagonal $\mathbf{d_2}$, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango. Vejamos:

$$S = \frac{\frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2}}{2} \cdot 4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Exemplos

- As diagonais de um losango medem 10 cm e 15 cm. Qual é a medida da sua superfície?

Para o cálculo da superfície utilizaremos a fórmula que envolve as diagonais, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} d1 = 10 \\ d2 = 15 \end{cases}$$

Utilizando na fórmula temos:

- A medida da superfície deste losango é de 75 cm^2

- Qual é a medida da área de um losango cuja base mede 12 cm e cuja altura seja de 9 cm?

Neste caso, para o cálculo da área utilizaremos a fórmula do paralelogramo, onde utilizamos a base e a altura da figura geométrica, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} b = 12 \\ h = 9 \end{cases}$$

Segundo a fórmula temos:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 12 \cdot 9 \Rightarrow S = 108$$

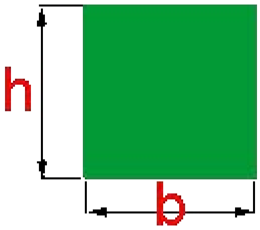
- A medida da área do losango é de 108 cm^2**.**

Cálculo da Área do Quadrado

Todo **quadrado** é também um losango, mas nem todo **losango** vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.

O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a 90°. Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais.

Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.

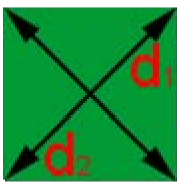


Quando dispomos da medida do lado do quadrado, podemos utilizar a fórmula do paralelogramo:

$$S = b \cdot h$$

Como **h** e **b** possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:

$$S = l^2$$



Quando dispomos da medida das diagonais do quadrado, podemos utilizar a fórmula do losango:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Como ambas as diagonais são idênticas, podemos substituí-las por **d**, simplificando a fórmula para:

$$S = \frac{d^2}{2}$$

Explos

▸ A lateral da tampa quadrada de uma caixa mede 17 cm. Qual a superfície desta tampa?

Do enunciado temos que a variável **l** é igual a **17**:

$$l = 17$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 17^2 \Rightarrow S = 289$$

● Portanto a superfície da tampa desta caixa é de 289 cm^2.

▸ A medida do lado de um quadrado é de 20 cm. Qual é a sua área?

Como o lado mede **20** cm, temos:

$$l = 20$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 20^2 \Rightarrow S = 400$$

● A área do quadrado é de 400 cm^2.

▸ A área de um quadrado é igual a 196 cm^2. Qual a medida do lado deste quadrado?

Temos que **S** é igual a **196**.

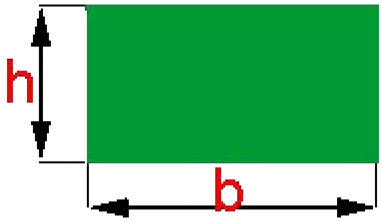
$$S = 196$$

Utilizando a fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow 196 = l^2 \Rightarrow l = \pm\sqrt{196} \Rightarrow l = \pm 14$$

● Como a medida do lado não pode ser negativa, temos que o lado do quadrado mede 14 cm.

Cálculo da Área do Retângulo



Por definição o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todo os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais.

Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado.

Por ser o retângulo um paralelogramo, o cálculo da sua área é realizado da mesma forma.

Se denominarmos as medidas dos lados de um retângulo como na figura ao lado, teremos a seguinte fórmula:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

- Um terreno mede 5 metros de largura por 25 metros de comprimento. Qual é a área deste terreno?

Atribuindo **5** à variável **h** e **25** à variável **b** temos:

$$\begin{cases} h = 5 \\ b = 25 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 25 \cdot 5 \Rightarrow S = 125$$

- A área deste terreno é de 125 m^2.

- A tampa de uma caixa de sapatos tem as dimensões 30 cm por 15 cm. Qual a área desta tampa?

Podemos atribuir **15** à variável **h** e **30** à variável **b**:

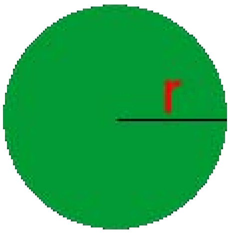
$$\begin{cases} h = 15 \\ b = 30 \end{cases}$$

Ao substituirmos as variáveis na fórmula teremos:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 30 \cdot 15 \Rightarrow S = 450$$

- Portanto a área da tampa da caixa de sapatos é de 450 cm^2.

Cálculo da Área do Círculo



A divisão do perímetro de uma circunferência, pelo seu diâmetro resultará sempre no mesmo valor, qualquer que seja circunferência. Este valor irracional constante é representado pela letra grega minúscula **pi**, grafada como:

π

Por ser um número irracional, o número **pi** possui infinitas casas decimais. Para cálculos corriqueiros, podemos utilizar o valor **3,14159265**. Para cálculos com menos precisão, podemos utilizar **3,1416**, ou até mesmo **3,14**.

O perímetro de uma circunferência é obtido através da fórmula:

$$P = 2\pi r$$

O cálculo da área do círculo é realizado segundo a fórmula abaixo:

$$S = \pi \cdot r^2$$

Onde **r** representa o raio do círculo.

Exemplos

- A lente de uma lupa tem 10 cm de diâmetro. Qual é a área da lente desta lupa?

Como informado no enunciado, o diâmetro da circunferência da lupa é igual a 10 cm, o que nos leva a concluir que o seu raio é igual a 5 cm, que corresponde à metade deste valor:

$$r = 5$$

Substituindo-o na fórmula:

- A área da lente da lupa é de 78,54 cm^2.

- Um círculo tem raio de 8,52 mm. Quantos milímetros quadrados ele possui de superfície?

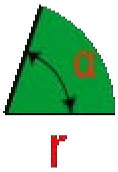
Do enunciado, temos que o valor do raio **r** é:

$$r = 8{,}52$$

Ao substituirmos valor de **r** na fórmula teremos:

- A superfície do círculo é de 228,05 mm^2.

Cálculo da Área de Setores Circulares



O cálculo da área de um setor circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e depois se montando uma regra de três, onde a área total do círculo estará para 360°, assim como a área do setor estará para o número de graus do setor.

Sendo **S** a área total do círculo, **S_α** a área do setor circular e **α** o seu número de graus, temos:

$$\frac{S}{360} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

Em radianos temos:

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

A partir destas sentenças podemos chegar a esta fórmula em graus:

$$S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

E a esta outra em radianos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$$

Onde **r** representa o raio do círculo referente ao setor e **α** é o ângulo também referente ao setor.

Exemplos

- Qual é a área de um setor circular com ângulo de 30° e raio de 12 cm?

Aplicando a fórmula em graus temos:

- A área do setor circular é de 37,6992 cm^2.

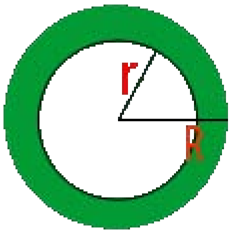
- Qual é a superfície de um setor circular com ângulo de 0,5 rad e raio de 8 mm?

Aplicando a fórmula em radianos temos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2} \Rightarrow S = \frac{8^2 \cdot 0{,}5}{2} \Rightarrow S = 16$$

- A superfície do setor circular é de 16 mm^2.

Cálculo da Área de Coroas Circulares



O cálculo da área de uma coroa circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e subtraindo-se desta, a área do círculo inscrito. Podemos também utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

Onde **R** representa o raio do círculo e **r** representa o raio do círculo inscrito.

Exemplos

- Qual é a área de uma coroa circular com raio de 20 cm e largura de 5 cm?

Se a largura é de 5 cm, significa que **r = 20 - 5 = 15**, substituindo na fórmula temos:

- A área da coroa circular é de 549,78 cm^2.

- Qual é a superfície de uma coroa circular com **r = 17** e **R = 34**?

Aplicando a fórmula em temos:

- A superfície desta coroa circular é 2723,7672.

Resolução Detalhada do Problema

Imagine a seguinte situação:

Aproveitando uma promoção de uma loja de materiais para construção, uma família resolve trocar o piso da sala de sua residência. Sabem que a sala mede 4 metros de largura e possui um comprimento de 5,5 metros. Sabem também que o ladrilho desejado é quadrado, com 25 cm de lado. Quantos ladrilhos serão necessários para ladrilhar o piso da sala inteira?

Área é a denominação dada à **medida de uma superfície**. Na situação acima estamos nos referindo às áreas da sala e do ladrilho.

Partindo-se deste princípio, o nosso problema se resume ao cálculo da **razão** entre as áreas da sala e do ladrilho.

Para resolvermos tal problema, primeiramente vamos calcular a área da sala.

Para podermos utilizar a fórmula do cálculo da área de um retângulo, vamos atribuir os **4 m** da largura à letra **h** e os **5,5 m** do comprimento à letra **b**:

$$\begin{cases} h = 4 \\ b = 5,5 \end{cases}$$

Resolvendo através da fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5,5 \cdot 4 \Rightarrow S = 22$$

Agora que sabemos que a sala tem uma área de **22 m²**, precisamos conhecer a área do ladrilho.

Como o ladrilho é quadrado, precisamos calcular a área de um quadrado, só que devemos trabalhar em **metros** e não em **centímetros**, pois a área da sala foi calculada utilizando-se medidas em **metros** e não medidas em **centímetros**. Poderíamos ter convertido as medidas da sala em **centímetros**, para trabalharmos apenas com **centímetros**. O importante é que utilizemos sempre a mesma unidade (múltiplo/submúltiplo).

A transformação de **25 cm** em **metros** é realizada dividindo-se tal medida por **100**:

$$25 \div 100 = 0,25$$

Então a medida dos lados dos ladrilhos é de **0,25 m**.

Se tiver dúvidas sobre como realizar tal conversão, por favor acesse a página que trata sobre as **unidades de medidas**, lá você encontrará várias informações sobre este assunto, incluindo vários exemplos e um **link** para uma **calculadora sobre o tema**.

Voltando ao problema, como o ladrilho é quadrado, a área do ladrilho com lado **l = 0,25** é igual a:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 0,25^2 \Rightarrow S = 0,0625$$

Como dito no começo da página, a resolução do problema se resume ao cálculo da **razão** entre a área da sala e a área do ladrilho.

Como a sala tem uma área de **22 m²** e o ladrilho de **0,0625 m²**, temos a seguinte razão:

$$\frac{22}{0,0625} = 352$$

Ou seja, para ladrilhar o piso da sala inteira serão necessários ladrilhos **352**.

ATIVIDADE PARA SALA DE AULA

De acordo com a matéria dada sobre ponto, reta e plano, refletir sobre as figuras abaixo e construir uma redação com no mínimo 20 linhas e no máximo 30 linhas, não podendo fugir do raciocínio e a linguagem matemática.







EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Questão 01 (PUCCAMP)

Considere as afirmações a seguir.

- I. Duas retas distintas determinam um plano.
- II. Se duas retas distintas são paralelas a um plano, então elas são paralelas entre si.
- III. Se dois planos são paralelos, então toda reta de um deles é paralela a alguma reta do outro.

É correto afirmar que

a) apenas II é verdadeira.

b) apenas III é verdadeira.

c) apenas I e II são verdadeiras.

d) apenas I e III são verdadeiras.

e) I, II e III são verdadeiras.

Resposta: B

Questão 02

Classifique em Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada uma das afirmações abaixo.

( ) Se uma reta é perpendicular a um plano então ela é perpendicular ou ortogonal às retas desse plano.

( ) Se duas retas r e s têm um único ponto em comum e r está contida em um plano α, então s e α têm um único ponto em comum.

( ) Duas retas paralelas distintas determinam um plano.

( ) Duas retas paralelas a um mesmo plano são paralelas entre si.

Resposta: V F V F

Questão 03 (PUC – SP)

Assinale a afirmação verdadeira:

a) Dois planos paralelos a uma reta são paralelos entre si.

b) Dois planos perpendiculares a uma reta são perpendiculares entre si.

c) Duas retas perpendiculares a um plano são paralelas entre si.

d) Duas retas paralelas a um plano são paralelas entre si.

e) Dois planos perpendiculares a um terceiro são perpendiculares entre si.

Resposta: C

Questão 04

Assinale a alternativa incorreta.

a) Todo plano contém, no mínimo, três pontos não colineares.

b) Dois planos secantes têm em comum uma reta.

c) Uma reta separa um plano em dois semiplanos.

d) Uma reta e um ponto fora dela determinam um plano.

Resposta: C

Apresentação de vídeos em sala de aula com uso do datashow

Construção de um tetraedro:

(http://www.youtube.com/watch?v=__N7O0Wqvzk);

Construindo poliedros com canudos:

(http://www.youtube.com/watch?v=FXcrq3QSAZI);

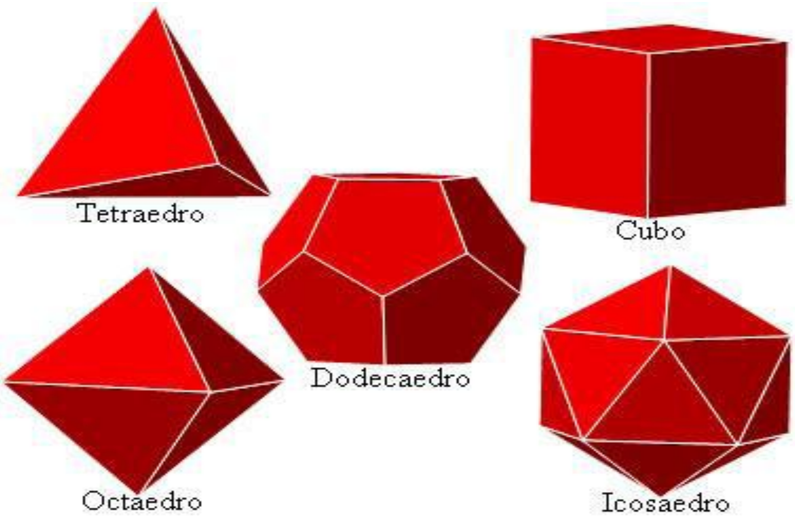
Poliedros com varetas:

(http://www.youtube.com/watch?v=AR-aF0JB6ik);

Poliedros de Platão:

(http://www.youtube.com/watch?v=mNAmA6ittsw);

Apresentação dos Poliedros de Platão



Poliedro	A	V	F
Tetraedro	6	4	4
Hexaedro	12	8	6
Octaedro	12	6	8
Dodecaedro	30	20	12
Icosaedro	30	12	20

Vamos lembrar que os poliedros de Platão são poliedros regulares que:

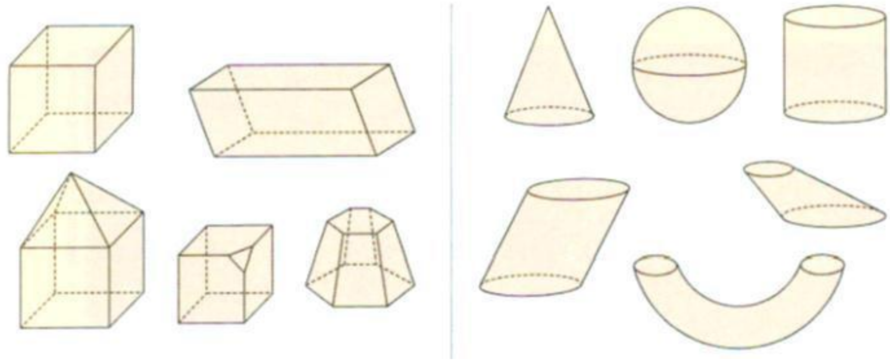
- são convexos;
- todas as faces tem o mesmo número de arestas (faces são polígonos regulares congruentes);
- em cada vértice concorre o mesmo número de arestas.

Uma forma de chegar a essa conclusão é utilizar o fato de que *a soma dos ângulos dos polígonos em volta de cada vértice de um poliedro é sempre menor do que 360°*. Este resultado é demonstrado por Euclides nos Elementos (proposição 21 do Livro XI).

Reconhecer as Formas Espaciais em Nosso Dia a Dia

Um bom contexto para reconhecer as formas espaciais em nosso dia a dia é por meio do estudo das embalagens. Boa parte do que compramos, entre alimentos, roupas e sapatos, produtos de limpeza entre outros, são acondicionados em embalagens que tem a forma de sólidos geométricos.

Poliedros e "Corpos redondos"



No primeiro grupo, todas as superfícies que delimitam cada um dos sólidos são planas (poliedros) e no segundo grupo algumas das superfícies que delimitam os sólidos não são planas (corpos redondos).
Você poderá encontrar várias definições para poliedros nos livros didáticos. Uma forma que nos parece adequada de definir o que é um poliedro é a seguinte (Lima e outros, 1998):
Um *poliedro* é uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.
Cada um dos polígonos que compõem o poliedro é denominado de *face*, cada lado comum a duas faces é denominado de *aresta* e o encontro de duas ou mais arestas é denominado de *vértice* do poliedro.

Relação de Euler

Em geral temos interesse em estudar os poliedros convexos. Ou seja, aqueles onde o plano que contém qualquer face deixa todos os outros pontos do poliedro no mesmo lado do plano.
Para o ensino médio uma expressão importante é a que relaciona o número de faces, vértices e arestas de um poliedro regular, conhecida como *relação de Euler*.
Em todo poliedro convexo que possui V vértices, F faces e A arestas, vale a relação:
V – A + F = 2

Exercícios de fixação

01. (U.MACK) Considere as afirmações:

I. Se uma reta é paralela a dois planos, então esses planos são paralelos.
II. Se dois planos são paralelos, toda reta de um é paralela a uma reta do outro.
III. Se duas retas são reversas, então existe uma única perpendicular comum a elas.

Então:
a) todas são verdadeiras.
b) Somente a II é verdadeira.
c) Somente a III é verdadeira.
d) Somente a I é verdadeira
e) Somente II e III são verdadeiras.

02. (PUC-SP) Se r e s são retas reversas, então pode-se garantir que:

a) todo plano que contém r também contém s.
b) existe um plano que contém r e é perpendicular a s.
c) existe um único plano que contém r e s.
d) existe um plano que contém r e é paralelo a s.
e) toda reta que encontra r encontra s.

03. (UFBA) Sendo α e β dois planos e r1 e r2 duas retas, tais que α // β , r1⊥α e r2 // β, então r1 e r2 podem ser:

a) paralelas a α.
b) perpendiculares a β.
c) coincidentes.
d) oblíquas.
e) ortogonais.

4. Consideremos um plano a e uma reta r que encontra esse plano num ponto P, e que não é perpendicular a **a**. Assinale qual das afirmações é a verdadeira.

a) Existem infinitas retas de a perpendiculares a r pelo ponto P.
b) Existe uma, e somente uma, reta de a perpendicular a r por P.
c) Não existe reta de a, perpendicular a r, por P.
d) Existem duas retas de a perpendiculares a r passando por P.
e) Nenhuma das afirmações acima é verdadeira.

5. Se r e s são duas retas paralelas a um plano a, então:

a) r e s são paralelas.
b) r e s são perpendiculares.
c) r e s interceptam-se.
d) r e s são reversas.
e) nada se pode concluir.

6. Se a e b são dois planos perpendiculares, r a sua interseção e s uma reta paralela a a, então:

a) a reta s é paralela ao plano b.
b) a reta s é perpendicular ao plano b.
c) a reta s é paralela à reta r.
d) a reta s intercepta o plano b.
e) nada se pode concluir.

7. Uma só das seguintes afirmações é exata. Qual?

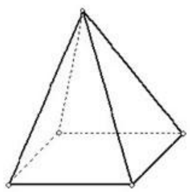
a) Um plano paralelo a uma reta de um outro plano é paralelo a este.
b) Um plano perpendicular a uma reta de um plano é perpendicular a este plano.
c) Um plano paralelo a duas retas de um plano é paralelo ao plano.
d) Dois planos paralelos à mesma reta são paralelos.
e) Um plano paralelo a três retas de um mesmo plano é paralelo a este plano.

8- **Determine o número de faces de um sólido que possui 10 arestas e 6 vértices.**

Resolução:

V – A + F = 2
6 – 10 + F = 2
–4 + F = 2
F = 4 + 2
F = 6
Portanto, o sólido possui 6 faces.

9- **Determine o número de vértices da pirâmide quadrangular a seguir:**



Visivelmente podemos afirmar que a pirâmide possui 5 vértices, 5 faces e 8 arestas. Vamos agora demonstrar que a relação de Euler é válida na determinação dos elementos da pirâmide de base quadrangular.

Resolução:

Vértices
V – A + F = 2
V – 8 + 5 = 2
V = 2 + 3
V = 5

Arestas
V – A + F = 2
5 – A + 5 = 2
–A = 2 – 10
–A = –8 x(–1)

A = 8

Faces
V – A + F = 2
5 – 8 + F = 2
–3 + F = 2
F = 2 + 3
F = 5

Podemos notar que a relação de Euler é realmente válida na determinação dos elementos de um sólido convexo.

10- O número de faces de um poliedro convexo de 22 arestas é igual ao número de vértices. Determine, utilizando a relação de Euler, o número de faces do poliedro.

Resolução:

Considerando que o número de faces é igual ao número de vértices, podemos representar os valores desconhecidos pela incógnita x. Dessa forma, F = x e V = x.

Aplicando a relação de Euler:
V – A + F = 2
x – 22 + x = 2
2x = 2 + 22
2x = 24
x = 12

Portanto, o número de faces do poliedro com 22 arestas é igual a12.

Trabalho em sala de aula

- **Construção dos Poliedros de Platão com canudos ou palitos de churrasco;**
- **Construção dos Poliedros de Platão com cartolinas.**

AVALIAÇÃO

- O aluno deverá reconhecer vários significados e interpretações de um conceito, comparar e integrá-los;
- Utilizar fotos, figuras e símbolos para representarem conceitos como ponto, reta e plano.
- Indicar se os alunos são capazes de verbalizar e definir os conceitos;
- Identificar e produzir exemplos contextualizados;
- Avaliar a capacidade do aluno em usar as informações e se conseguem uma aplicabilidade em situações que requeiram raciocínio e pensamento criativo, além de saber se são capazes de utilizar a matemática para comunicar ideias;
- A avaliação deve analisar a predisposição dos alunos em face dessa ciência e o modo como as valorizam, tal avaliação pode ser através de provas, trabalhos em grupos ou individuais, testes, apresentações de seminários, fichamentos etc.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- http://www.brasilescola.com/matematica/relacao-euler.htm;
- http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54;
- http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/forum/discuss.php?d=9376;
- MAT_1B_2SER_2C_Roteiro_de_Acao_3;
- MAT_1B_2SER_2C_Repensando_Poliedros;
- MAT_1B_2SER_2C_Repensando_Retas_e_Planos;
- http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=386;
- http://www.warlisson.com.br/exercicios/exercicios-de-ponto-reta-e-plano;
- http://www.matematicadidatica.com.br/GeometriaCalculoAreaFigurasPlanas.aspx.