

Formação Continuada em Matemática  
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano  
1º Bimestre de 2013  
Grupo 4

Plano de Trabalho 2: **INTRODUÇÃO  
A GEOMETRIA ESPACIAL**

Cursista: **Josiane da Cunha Souza Page**  
Tutora: **Maria Cláudia Padilha Tostes**

## SUMÁRIO

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| INTRODUÇÃO.....               | 3  |
| DESENVOLVIMENTO.....          | 3  |
| AVALIAÇÃO.....                | 19 |
| REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA..... | 19 |

# INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo contextualizar a teoria matemática por meio de situações reais e despertar a curiosidade do aluno para aplicações mais elaboradas. O pré-requisito básico para as atividades propostas serão a leitura, interpretação, coordenação motora e as operações básicas matemáticas.

No primeiro momento do plano de trabalho é introduzir a Geometria Espacial por meio de uma dobradura com recortes, construída a partir de uma folha de papel, em que os alunos irão observar os conceitos de ponto, reta e plano, em seguida, será apresentado à obra os Elementos onde serão abordado seus tópicos e podendo assim conhecer um pouco mais da história da Geometria. O próximo passo será a identificação dos sólidos por meio de imagens de obras arquitetônicas no qual será aberta uma discussão sobre o assunto e logo após os alunos receberão planificações dos sólidos para e assim efetuar a identificação dos seus elementos (arestas, faces e vértices), a diferença entre poliedros convexos e não convexos, a compreensão da Relação de Euler e os cinco Poliedros de Platão. Em seguida, passaremos para a resolução de dez situações-problemas que irão conduzir o cálculo dos vértices, arestas e faces de um poliedro trabalhando as habilidades H03, H04, H08 e H09 da Matriz de Referência do Saerjinho. Para finalizar as tarefas os alunos serão desafiados através de um jogo (capturando poliedros) de cartas para fixar o aprendizado decorrente da aula.

Por fim o processo de avaliação que é um instrumento fundamental para se obter informações sobre como foi o andamento do processo ensino-aprendizagem. Somente o diagnóstico contínuo possibilita a reformulação de procedimentos e estratégias, visando sempre o sucesso efetivo de nossos alunos.

## DESENVOLVIMENTO

### **ATIVIDADE 1:**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Auxiliar na compreensão da geometria espacial desenvolvendo e aprimorando seus conceitos.

**PRÉ-REQUISITOS:** Coordenação motora, leitura e interpretação.

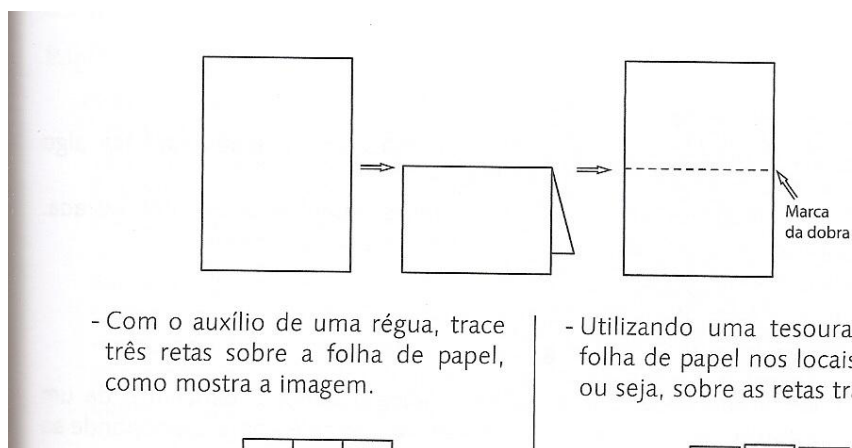
**TEMPO DE DURAÇÃO:** 50 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de papel, tesoura, notebook e projetor de multimídia.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

**OBJETIVOS:** Compreender os conceitos de ponto, reta e plano.

**METODOLOGIA ADOTADA:** Reuni as turmas em duplas e distribuí a cada aluno uma folha de papel e tesoura. As orientações seguirão as etapas abaixo e a partir daí, pedirei que identifiquem as vistas e estabeleçam relação com as imagens representadas. Logo após através de slides será comentado a importância da obra *Elementos* que faz parte da história da Matemática e da Ciência de modo geral.

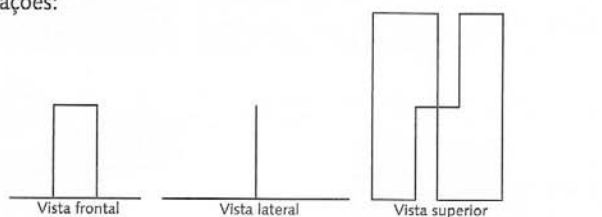


## 1 Introdução

Neste capítulo, iremos retomar alguns conceitos já estudados, como ponto e reta, e introduzir outros, como os planos e suas propriedades.

Antes de iniciar o nosso estudo, vamos analisar a imagem ao lado, que representa uma folha de papel cortada e dobrada de determinada maneira.

Conforme a posição em que observamos a folha, obtemos diferentes representações:



Na vista frontal, podemos observar uma região plana e um segmento de reta. Na vista lateral, observamos dois segmentos de reta concorrentes. Já na vista superior, podemos observar duas regiões planas com 1 ponto comum.

Desde a Antiguidade diversos povos, entre eles os mesopotâmios, os babilônios e os egípcios, já se utilizavam de conhecimentos geométricos, mesmo que de maneira prática, em áreas como agrimensura, engenharia e arquitetura.

Porém, foi apenas a partir de aproximadamente 600 a.C. que Tales de Mileto começou a desenvolver a chamada geometria demonstrativa, que culminou, por volta de 300 a.C., na obra *Elementos*, de Euclides.

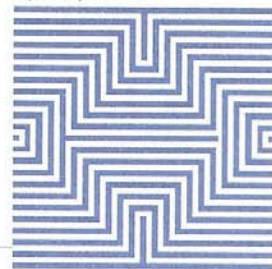
Composta de 13 livros, a obra *Elementos* busca **axiomatizar** e formalizar o que hoje denominamos geometria euclidiana. Com mais de mil edições, é possível que essa seja a obra que mais tenha influenciado o pensamento científico na História.

Muitos dos postulados tratados neste capítulo foram enunciados pela primeira vez nos *Elementos* e até hoje são amplamente estudados.

### Vocabulário

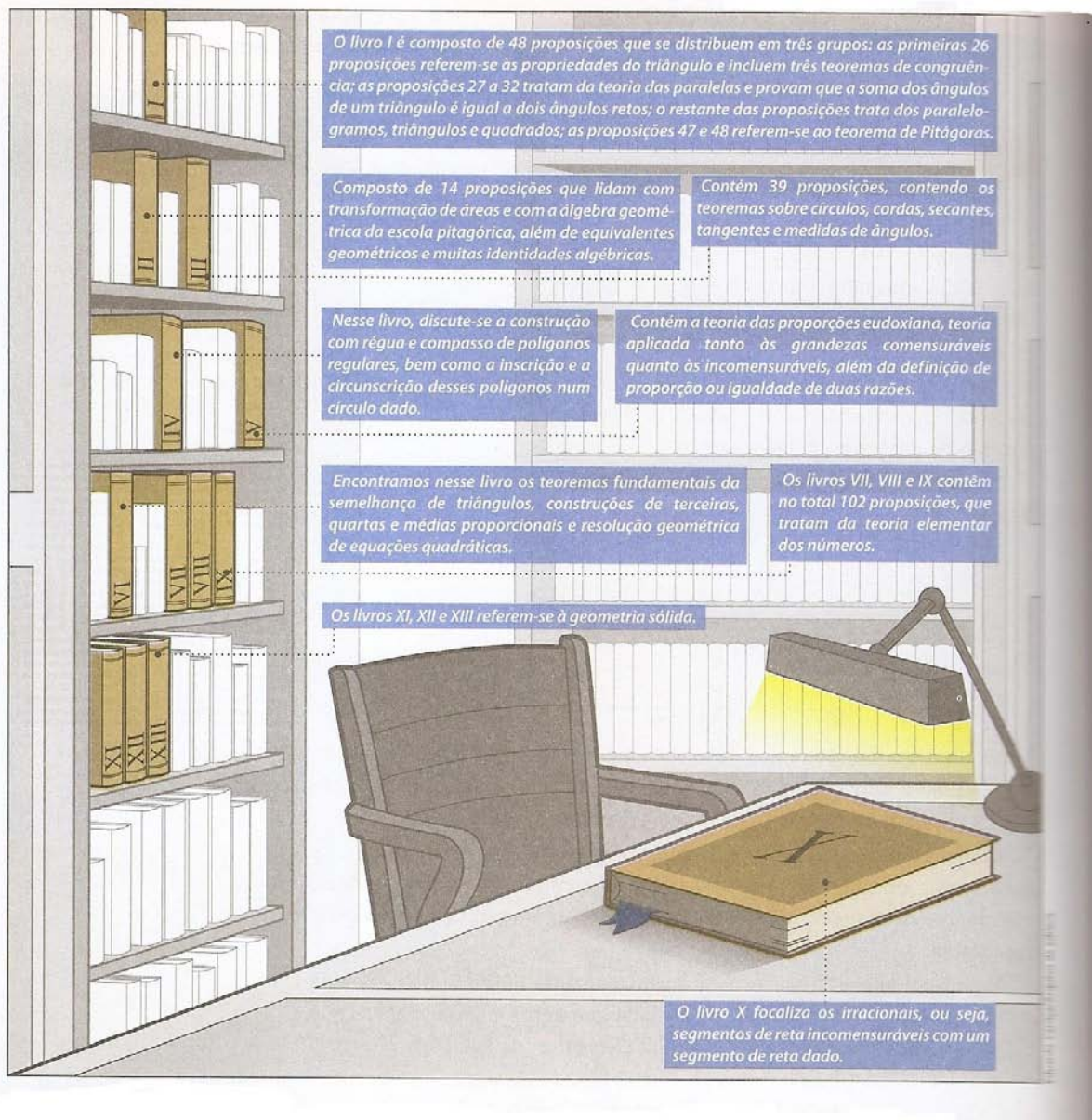
**axioma:** premissa considerada verdadeira, a qual é o fundamento de uma demonstração, também denominado postulado.

As imagens apresentadas foram feitas observando um pedaço de papel sem emendas, apenas com cortes e dobras, de diferentes ângulos, o que provoca as ilusões apresentadas, chamadas ilusões de ótica. Entenda por ilusão de ótica um efeito que provoca um erro de percepção ou de entendimento daquilo que se vê.



Página título da 1.ª edição de Sir Henry Billingsley em inglês dos *Elementos* de Euclides, 1570.

Os 13 volumes que compõem a obra *Elementos* não tratam apenas de conteúdos que se referem à geometria, alguns dos volumes que a compõem também abordam assuntos relacionados à teoria dos números, à álgebra, entre outros conteúdos. Veja no infográfico a seguir o conteúdo existente nos 13 volumes dos *Elementos*.



### CONVERSANDO ...

- O que você lembra acerca do que já estudou em geometria?
- O que você já sabe sobre ponto, reta e plano?
- Qual situação do seu dia a dia pode ser representada por um ponto? E por uma reta? E por um plano?
- Alguns objetos, ao serem observados em diferentes posições, apresentam diferentes vistas. Cite um objeto em que, independente da posição, a vista é sempre a mesma.
- Dos treze livros que compõem a obra *Elementos*, quais volumes se referem à geometria?

### **ATIVIDADE 2:**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Reconhecer as formas poliédricas. Resgatar o conhecimento prévio sobre os sólidos geométricos. Identificar características comuns nas figuras geométricas espaciais.

**PRÉ-REQUISITOS:** Leitura e interpretação, coordenação motora, operações básicas da matemática: adição e subtração.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 50 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha fotocopiada (xerox), folha ofício, tesoura e cola.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

**OBJETIVOS:** Identificar poliedros e seus elementos. Reconhecer as formas poliédricas em objetos, embalagens, construções, entre outros. Compreender e utilizar a relação de Euler. Reconhecer os poliedros de Platão e os poliedros regulares.

**METODOLOGIA ADOTADA:** O tema é introduzido com o comentário sobre grandes construções, atuais e históricas. As imagens serão aproveitadas para identificação de alguns elementos como altura, faces, tipos de base (elementos visuais), procurando resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto.



## 1 Introdução

Desde os tempos mais remotos, o ser humano tem apresentado certo fascínio pelas obras arquitetônicas. Em uma busca incessante pela beleza e perfeição das construções, verdadeiras obras de arte foram edificadas no decorrer da História.

Das pirâmides egípcias, passando pelos monumentos da Idade Média, até chegar às moderníssimas construções de nosso tempo, a forma sempre obteve atenção especial dos arquitetos.



A grande pirâmide de Quéops (Gizé), localizada próxima à cidade do Cairo, foi construída por volta de 2600 a.C. É a maior e mais antiga das três pirâmides, situadas no deserto, com 147 m de altura. Em sua construção foram utilizados 2,3 milhões de blocos de pedra, com cerca de 2 500 kg cada.

O Castelo de Santa Maria da Feira, localizado em Portugal, foi construído entre 1028 e 1037 e, por volta de 1117, passou a proteger uma feira muito importante para a economia da região, motivo pelo qual recebeu esse nome. É um dos mais notáveis monumentos portugueses visto que espelha a diversidade de recursos utilizados visando a proteção entre os séculos XI e XVI, e que o torna peça única da arquitetura militar portuguesa.



O Obelisco do Ibirapuera, localizado em São Paulo e inaugurado em 1955, é um monumento com 72 m de altura, que homenageia os heróis da Revolução Constitucionalista de 1932. Dentro dele, há um mausoléu que guarda as cinzas de quatro estudantes mortos durante um protesto contra o primeiro governo Vargas, além das cinzas de outros 713 ex-combatentes.

Muitas dessas construções, como as apresentadas no infográfico, têm a forma de poliedros. Neste capítulo, iremos estudar alguns poliedros, assim como suas características e propriedades.

### CONVERSANDO ...

- Você já viu ou conhece algum monumento ou construção cujas linhas e formas são interessantes?
- As construções apresentadas lembram figuras geométricas espaciais que você provavelmente já estudou? Qual o nome dessas figuras?
- Que características essas figuras geométricas espaciais têm em comum?
- Quais figuras geométricas espaciais você conhece?
- Quais são as formas mais abundantes em sua casa (em objetos, cômodos etc.)?
- Em sua casa existe algum cômodo que tenha um formato incomum? Se sua reposta for sim, qual é a forma desse cômodo?
- Na sua cidade existe algum monumento com forma de poliedro? Que monumento é esse?
- Cite alguns objetos que tenham forma semelhante aos monumentos e construções apresentados anteriormente.

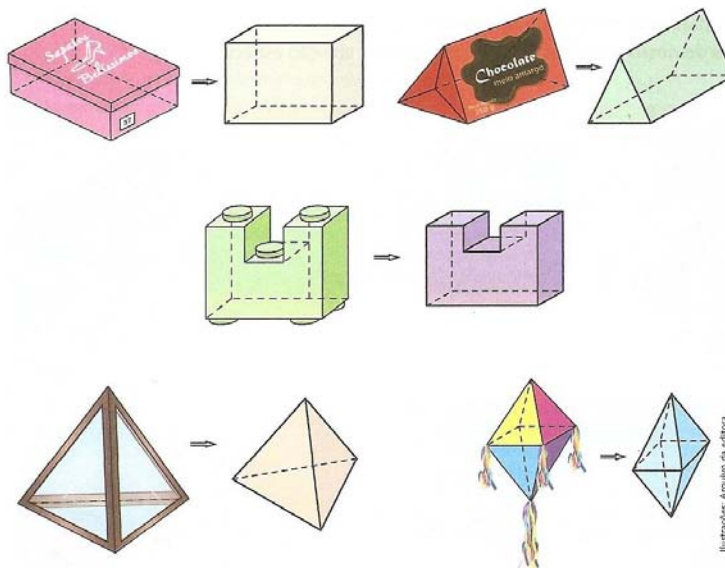
Continuar a discussão sobre as formas citadas por eles e fazer um comentário sobre as três grandes construções: pirâmide do Egito, castelo de Portugal, obelisco do Brasil. Todas ricas em formas poliédricas:

- As pirâmides do Egito são túmulos de faraós. A maior delas é a do faraó Khufu (Quéops) e é considerada a primeira maravilha do mundo. Os egípcios acreditavam que a vida após a morte dependia da conservação do corpo; assim os corpos eram embalsamados e colocados nos túmulos. No caso dos faraós, nas pirâmides, eles eram acompanhados por pertences de grande valor.
- Sobre o obelisco, não é o nome de um monumento, mas um tipo de monumento. Trata-se de uma pedra vertical, de base quadrangular, que vai estreitando progressivamente para formar, no ápice, uma pirâmide. No Egito Antigo, obeliscos eram construídos para celebrar o deus Sol. No Brasil, eles são construídos para homenagear personalidades, eventos, entre outros.

Distribuir aos alunos as planificações de alguns poliedros para que possam montá-los e observar na prática algumas características semelhantes entre eles.

## 2 Poliedros

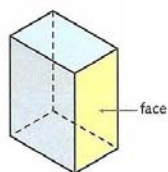
Observe os seguintes objetos que lembram figuras geométricas:



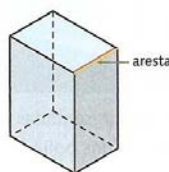
Essas figuras geométricas espaciais são chamadas **poliedros**, que são sólidos limitados por superfícies planas poligonais.

Em um poliedro, podemos destacar os seguintes elementos:

- **faces:** são os polígonos que limitam os poliedros. Todo poliedro tem uma quantidade finita de faces.



- **aresta:** é o nome que se dá a cada lado de uma face do poliedro. Cada aresta de um poliedro é comum a somente duas faces.



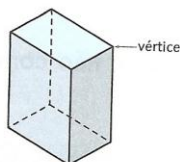
Leonardo da Vinci (1452–1519) é reconhecido por sua ousadia e originalidade. Entre tantos talentos atribuídos a ele, estão os de artista e engenheiro. Mas da Vinci também é frequentemente reconhecido como matemático, devido à aplicação da Matemática às ciências e à teoria das perspectivas. Em seus cadernos de notas, encontram-se ideias sobre centros de gravidade, curvas de dupla curvatura, construções de polígonos regulares, e projetos como o do paraquedas por ele idealizado.

### Observação

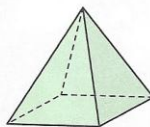
A origem da palavra poliedro é grega. Nela, "poli" significa muitos(as) e "edro", face, isto é, poliedro significa "muitas faces". Atente-se para não confundir aresta de um poliedro com lado de um polígono.



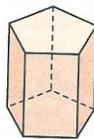
- **vértice**: é cada um dos pontos de interseção de 3 ou mais arestas. O vértice de cada face também é o vértice do poliedro.



Veja a quantidade de faces, arestas e vértices dos poliedros a seguir:



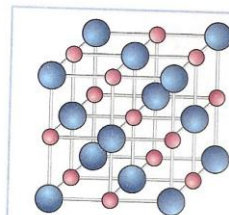
5 faces  
8 arestas  
5 vértices



7 faces  
15 arestas  
10 vértices

De acordo com a quantidade de faces, podemos nomear os poliedros da seguinte forma:

| Quantidade de faces | Nome do poliedro | Quantidade de faces | Nome do poliedro |
|---------------------|------------------|---------------------|------------------|
| 4                   | Tetraedro        | 10                  | Decaedro         |
| 5                   | Pentaedro        | 11                  | Undecaedro       |
| 6                   | Hexaedro         | 12                  | Dodecaedro       |
| 7                   | Heptaedro        | 13                  | Tridecaedro      |
| 8                   | Octaedro         | ...                 | ...              |
| 9                   | Eneaedro         | 20                  | Icosaedro        |

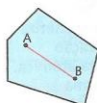


O estado sólido é caracterizado por uma organização espacial da estrutura atômica, que pode ser de forma amorfa (sem ordenação) ou cristalina (os átomos ou moléculas se distribuem de forma regular no espaço, formando uma rede geométrica). O sal de cozinha (NaCl), por exemplo, possui forma cúbica (imagem acima), assim como o diamante. O grafite possui a mesma composição do diamante, mas é organizado de outra maneira. A estrutura do diamante faz dele o material mais resistente da natureza.

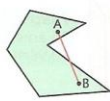
### 3 Poliedros convexos e não convexos

#### Polígonos convexos

Um polígono é dito **convexo** quando um segmento de reta que liga dois pontos quaisquer desse polígono está inteiramente contido nele.



Esse polígono é convexo, pois o segmento de reta que liga quaisquer dois de seus pontos está contido nele.

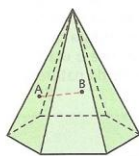


Esse polígono é não convexo, pois existem segmentos de reta que ligam dois de seus pontos que não estão contidos nele.

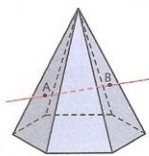
#### Poliedros convexos

Dizemos que um poliedro é convexo quando um segmento de reta que liga quaisquer dois de seus pontos está inteiramente contido nele. Além disso, um poliedro é convexo se toda reta não paralela a nenhuma das faces corta suas faces em dois pontos, no máximo.

*Professor(a): Se possível, reproduza e distribua aos alunos a planificação da pirâmide de base hexagonal apresentada nesta página, a fim de que possam montá-la e utilizá-la ao longo do capítulo.*



poliedro convexo



Esse poliedro é não convexo, pois existe uma reta não paralela a nenhuma de suas faces que corta suas faces em mais de 2 pontos; nesse caso, 4 pontos.



Espelho é uma superfície com alta capacidade de refletir luz. Para se obter alguns efeitos, os espelhos podem ser encurvados de forma côncava (face espelhada para dentro da curvatura) ou convexa (face espelhada para fora). Os côncavos são utilizados para projetar imagens ou aumentá-las, dependendo da posição do objeto. Já os espelhos convexos, como os que aparecem na fotografia, são utilizados para diminuir a imagem do objeto, aumentando assim o campo visual.

#### Relação de Euler

Nos poliedros está indicado o número de vértices, faces e arestas de cada um deles.



poliedro I

6 vértices  
6 faces  
10 arestas



poliedro II

8 vértices  
6 faces  
12 arestas



poliedro III

12 vértices  
8 faces  
18 arestas

Note que em cada um destes poliedros o número de vértices  $V$  mais o número de faces  $F$  é igual ao número de arestas  $A$  mais dois, isto é:

|              |   |
|--------------|---|
| Poliedro I   | $\frac{6}{V} + \frac{6}{F} = \frac{10}{A} + 2 \Rightarrow 12 = 12$  |
| Poliedro II  | $\frac{8}{V} + \frac{6}{F} = \frac{12}{A} + 2 \Rightarrow 14 = 14$  |
| Poliedro III | $\frac{12}{V} + \frac{8}{F} = \frac{18}{A} + 2 \Rightarrow 20 = 20$ |

Podemos escrever essa relação da seguinte maneira:

$$V + F = A + 2 \text{ ou } V + F - A = 2$$

Essa relação, conhecida como **relação de Euler**, em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler (1707–1783), pode ser demonstrada; no entanto, isso não será feito nesta obra.



Leonhard Euler

Segundo a História, Euler foi o matemático mais prolífico de todos os tempos, ou seja, que mais produziu. Quando completou 59 anos, ficou completamente cego e, mesmo assim, produziu muitos trabalhos. Em vida, Euler teve cerca de quinhentos livros publicados.

## 4 Poliedros de Platão

Um poliedro convexo é chamado **poliedro de Platão** se, e somente se, satisfaz as seguintes condições:

- Todas as faces têm o mesmo número  $n$  de arestas.
- De cada vértice do poliedro parte o mesmo número  $m$  de arestas.
- Vale a relação de Euler.

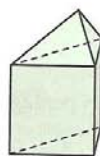
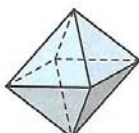
### Exemplo

O poliedro ao lado é de Platão, pois:

- todas as faces têm 3 arestas, isto é,  $n = 3$ ;
- de cada vértice partem 4 arestas, isto é,  $m = 4$ ;
- a relação de Euler é válida:

$$V + F - A = 2 \Rightarrow 6 + 8 - 12 = 2$$

Na imagem ao lado, o poliedro não é de Platão, pois há faces com números diferentes de arestas: 3 faces com 4 arestas e 4 faces com 3 arestas. Além disso, o número de arestas que partem de alguns vértices é diferente em relação aos demais.



Podemos destacar a seguinte propriedade dos poliedros de Platão:

Existem somente 5 classes de poliedros de Platão.

Essa propriedade pode ser demonstrada da seguinte forma:

Seja um poliedro de Platão em que:

- $n$  é o número de arestas de cada face;
- $m$  é o número de arestas que partem de cada vértice;
- $V$ ,  $A$  e  $F$  representam o número de vértices, arestas e faces, respectivamente.

Como cada uma das  $F$  faces tem  $n$  arestas, sendo  $n \geq 3$ , e como cada aresta é comum a 2 faces, temos:

$$A = \frac{n \cdot F}{2} \Rightarrow F = \frac{2 \cdot A}{n} \quad (I)$$

O número de arestas que partem de cada vértice é  $m$ , sendo  $m \geq 3$ . No entanto, a cada aresta pertencem 2 vértices. Dessa forma:

$$A = \frac{m \cdot V}{2} \Rightarrow V = \frac{2 \cdot A}{m} \quad (II)$$

Substituindo I e II na relação de Euler e, dividindo os dois membros da igualdade por  $2A$ , temos:

$$V + F - A = 2 \Rightarrow \frac{2 \cdot A}{m} + \frac{2 \cdot A}{n} - A = 2 \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - \frac{1}{2} = \frac{1}{A}$$

Como  $A > 0$ , então  $\frac{1}{A} > 0$ . Assim, segue que:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} - \frac{1}{2} > 0$$



Platão (427–347 a.C.), filósofo grego, discípulo de Sócrates.

Platão (427–347 a.C.), de Atenas, na Grécia, foi um grande admirador da geometria, tanto que na fachada de sua instituição, a Academia, orientada por propósitos de investigação científica e filosófica, tinha os dizeres: *Que aqui não adentrem aqueles não versados em geometria*. Em seus trabalhos, apresentou uma descrição mística de cinco poliedros, chamados de Poliedros de Platão (tetraedro, cubo, dodecaedro, octaedro e icosaedro), relacionando-os com elementos da natureza (fogo, terra, universo, ar e água, respectivamente).

### Observação

Temos que  $n \geq 3$  e  $m \geq 3$ , visto que se  $n$  e  $m$  forem menores que 3, não é possível obter um polígono e um poliedro, respectivamente.



Supondo que as faces sejam triangulares, temos  $n = 3$ . Nesse caso:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{6} > 0 \Rightarrow m < 6$$

Assim, para  $n = 3$ ,  $m$  pode ser 3, 4 ou 5, pois  $m \geq 3$ .

| $n$ | $m$ |                      |
|-----|-----|----------------------|
| 3   | 3   | } faces triangulares |
| 3   | 4   |                      |
| 3   | 5   |                      |

Supondo que as faces sejam quadrangulares, temos  $n = 4$ . Nesse caso:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow m < 4$$

Assim,  $m = 3$ .

| $n$ | $m$ |                        |
|-----|-----|------------------------|
| 4   | 3   | — faces quadrangulares |

Supondo que as faces sejam pentagonais, temos  $n = 5$ . Nesse caso:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{3}{10} > 0 \Rightarrow m < \frac{10}{3} \approx 3,33$$

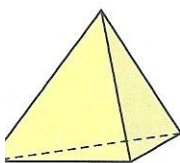
Assim,  $m = 3$ .

| $n$ | $m$ |                     |
|-----|-----|---------------------|
| 5   | 3   | — faces pentagonais |

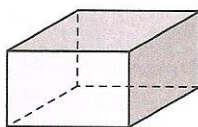
Para  $n \geq 6$ , sempre obtemos  $m < 3$ , o que é impossível, pois é necessário que  $m \geq 3$ . Portanto, há ao todo 5 classes de poliedros de Platão.

| $n$ | $m$ | $V$ | $A$ | $F$ | Nome do poliedro de Platão |
|-----|-----|-----|-----|-----|----------------------------|
| 3   | 3   | 4   | 6   | 4   | Tetraedro                  |
| 3   | 4   | 6   | 12  | 8   | Octaedro                   |
| 3   | 5   | 12  | 30  | 20  | Icosaedro                  |
| 4   | 3   | 8   | 12  | 6   | Hexaedro                   |
| 5   | 3   | 20  | 30  | 12  | Dodecaedro                 |

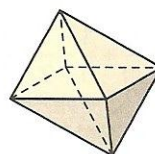
Veja a seguir exemplos de poliedros de Platão.



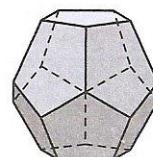
tetraedro



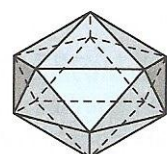
hexaedro



octaedro



dodecaedro

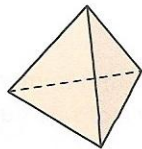


icosaedro

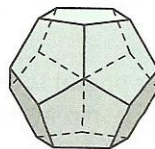
## Poliedros regulares

Um poliedro convexo é **regular** se suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si. Além disso, de cada vértice desse poliedro deve partir o mesmo número de arestas.

### Exemplo 1



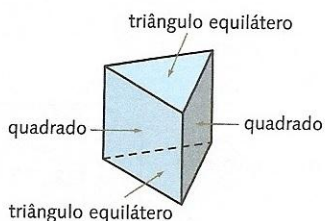
tetraedro regular



dodecaedro regular

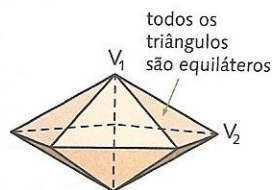
Os poliedros representados são regulares, pois as faces são polígonos regulares e congruentes entre si e, de cada vértice, parte o mesmo número de arestas.

### Exemplo 2



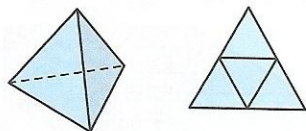
Esse poliedro é não regular, pois apesar de as faces serem polígonos regulares, elas não são congruentes entre si.

### Exemplo 3

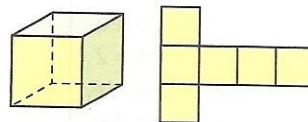


Esse poliedro também é não regular pois, apesar de as faces também serem polígonos regulares, o número de arestas que parte do vértice  $V_1$  é diferente do número de arestas que parte de  $V_2$ .

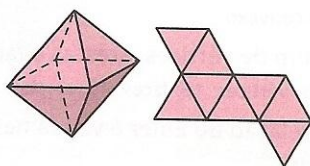
Nas imagens a seguir estão representados os cinco poliedros regulares possíveis e suas respectivas planificações.



tetraedro regular



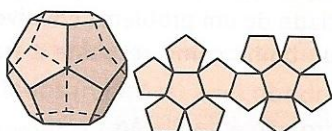
hexaedro regular (cubo)



octaedro regular



icosaedro regular



dodecaedro regular



Jorge Butuen/  
Editora Abril

Arquimedes (287–212 a.C.) de Siracusa, na Grécia, figura entre os maiores matemáticos da Antiguidade e de todos os tempos. Explorou tanto a geometria que desejou que em seu túmulo fosse gravada a figura de uma esfera inscrita em um cilindro circular reto. Uma das grandes aplicações das descobertas de Arquimedes foi o poliedro que inspirou a forma da bola de futebol, utilizada pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970, no México. Ele é composto por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares.

### Observação

Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular.



### **ATIVIDADE 3:**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver problemas envolvendo identificação de aresta, vértice e face; Utilizar a relação de Euler.

**PRÉ-REQUISITOS:** Operações básicas da matemática.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 50 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha fotocopiada (xerox).

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

**OBJETIVOS:** Possibilitar a abstração dos conceitos geométricos de forma clara e coerente. Utilizar os conceitos de poliedros na resolução de problemas sobre a relação de Euler.

**METODOLOGIA ADOTADA:** Resolver dez situações-problema levando os alunos a reconhecer os elementos e calcular corretamente utilizando a relação de Euler. Em cada atividade os conceitos serão reforçados gradativamente para garantir um aprendizado concreto e significativo.

### **QUESTÕES PROPOSTAS:**

1) Complete a tabela com os nomes, o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros convexos regulares confeccionados. Coloque também a forma das faces e verifique em cada um a relação de Euler.

| <b>Poliedros regulares</b> | <b>Número de faces</b> | <b>Número de vértices</b> | <b>Número de arestas</b> | <b>Formas das faces</b> | <b>Relação de Euler</b> |
|----------------------------|------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                            |                        |                           |                          |                         |                         |
|                            |                        |                           |                          |                         |                         |
|                            |                        |                           |                          |                         |                         |
|                            |                        |                           |                          |                         |                         |
|                            |                        |                           |                          |                         |                         |

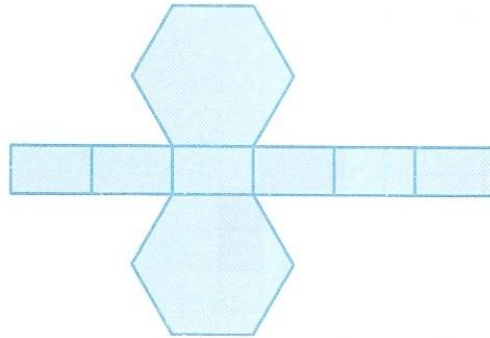
2) Arquimedes (séc. III a.C.) descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

3) Alberto é torneiro mecânico e deve construir uma peça maciça de acordo com o esquema abaixo.

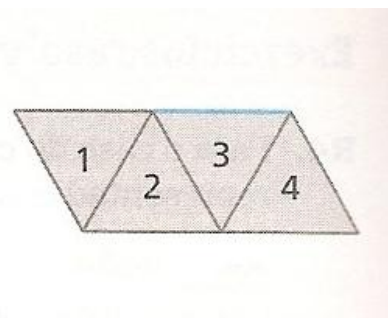
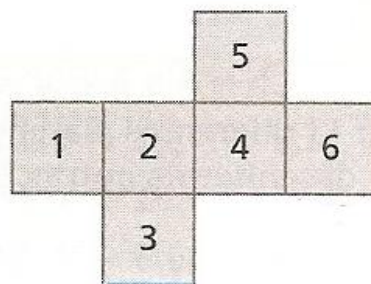


Verifique se o poliedro que essa peça lembra satisfaz a relação de Euler.

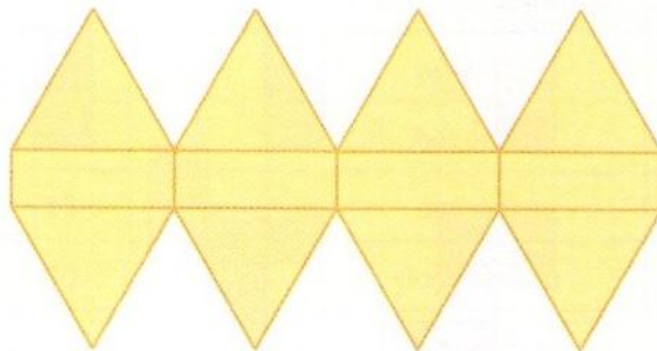
- 4) Determine o número de arestas e vértices do poliedro cuja planificação é o da figura.



- 5) Anote o número de faces de cada uma das planificações abaixo que coincidirá com o lado destacado em azul depois que o sólido for montado.



- 6) Considere que a figura abaixo seja a planificação da superfície de um poliedro. Qual é a soma do número de arestas e do número de vértices?



- 7) (UERJ-RJ) O poliedro abaixo, com exatamente 30 faces quadrangulares numeradas de 1 a 30, é usado como um dado, em um jogo. Admita que esse dado seja perfeitamente equilibrado e que, ao ser lançado, cada face tenha a mesma probabilidade de ser sorteada. Calcule:

- a) A probabilidade de se obter um número primo ou múltiplo de 5, ao lançar esse dado uma única vez.  
b) O número de vértices do poliedro.



- 8) (Cefet – PR) São classificados como poliedros de Platão:
- o cubo e o octaedro regular
  - o hexaedro regular e a esfera
  - a esfera e o cone reto
  - os prismas hexagonal e quadrangular regulares
  - a pirâmide hexagonal regular e o dodecaedro regular

- 9) Classifique cada uma das afirmações em verdadeira ou falsa.
- O icosaedro regular não é um poliedro de Platão.
  - O número de faces de poliedro regular é dado por  $A - V + 2$ , sendo A o número de arestas e V o número de vértices.
  - O hexaedro é um poliedro de Platão.
  - Um poliedro convexo é regular quando suas faces são polígonos regulares e não congruentes entre si.
  - Existem somente cinco classes de poliedros de Platão.
- 10) Elabore o enunciado de um problema envolvendo poliedros que tenha como resposta a frase: **O POLIEDRO NÃO É DE PLATÃO.**

#### **ATIVIDADE 4:**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Estimular o raciocínio através de uma atividade lúdica (jogo).

**PRÉ-REQUISITOS:** Poliedros.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 50 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha fotocopiada (Xerox) com as regras e cartas.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

**OBJETIVOS:** Desempenhar papel ativo na construção de seu conhecimento; Desenvolver raciocínio, autonomia e interação com o colega.

**METODOLOGIA ADOTADA:** Para fixar os conteúdos abordados nada melhor que uma atividade lúdica através de um jogo que incentivará e aguçará o espírito investigativo e competitivo de nossos alunos.

#### **CAPTURANDO POLIEDROS**

**Regras:**

- No centro de uma mesa (ou carteira) são colocadas as cartas de propriedades embaralhadas e com as faces voltadas para baixo. As cartas de poliedros são espalhadas pela mesa, de modo que possam ser vistas por todos os jogadores.
- Os participantes decidem a ordem em que cada um irá jogar.
- Na sua vez, cada jogador pega duas cartas de propriedades e captura todas as cartas de poliedros que satisfaçam as duas propriedades simultaneamente. Por exemplo: suponha que um jogador tenha tirado as seguintes cartas:

Todas as faces  
são congruentes.

Pelo menos  
um par de  
faces paralelas.

Com essas propriedades é possível capturar o **cubo** e o **octaedro regular**. Os poliedros capturados ficam à frente do jogador, de modo que os demais participantes possam vê-los.

- Se o jogador capturar uma carta cujo poliedro não satisfaz as propriedades, o próximo jogador pode fazê-lo antes de iniciar sua jogada.
- Se o jogador retirar a carta **Coringa de propriedades**, ele não precisa usar a outra carta. Neste caso, ele deve dizer duas propriedades quaisquer de poliedros e capturar todos os poliedros que satisfaçam as duas propriedades enunciadas por ele. Por exemplo: se na mesa estiverem muitos poliedros oblíquos, o jogador pode enunciar a propriedade **Algumas das faces não são perpendiculares** ou **Algumas das faces não são congruentes** e, assim, capturar vários poliedros. O jogador pode se valer tanto de propriedades que constam das cartas como de outras diferentes, desde que sejam propriedades dos poliedros que ele deseja capturar. Os demais jogadores devem concordar com as propriedades enunciadas e com a captura dos poliedros.
- Quando as cartas de propriedades terminarem, poderão ser embaralhadas novamente, continuando-se, dessa forma, o jogo. Este termina quando acabarem as cartas de poliedros.
- Ganha o jogador que ao final possuir o maior número de cartas de poliedros capturadas.

### Cartas de propriedades

Coringa de  
propriedades

Todas as arestas têm  
mesma medida.

Algumas arestas  
têm mesma medida.

Todas as faces  
são congruentes.

Algumas faces  
são congruentes.

Pelo menos um par  
de arestas paralelas.

Pelo menos um  
par de arestas  
perpendiculares.

Pelo menos  
um par de  
faces paralelas.



Pelo menos um  
par de faces  
perpendiculares.

Todas as faces  
são triangulares.

Todas as faces  
são quadriláteras.

Algumas faces  
são triangulares.

### Cartas de poliedros

Cubo

Octaedro  
regular

Tetraedro  
regular

Pirâmide reta  
de base  
quadrada

Pirâmide reta  
de base  
triangular

Pirâmide reta  
de base  
pentagonal

Pirâmide reta  
de base  
hexagonal

Prisma reto  
de base  
quadrada

Prisma reto  
de base  
triangular

Prisma reto  
de base  
pentagonal

Prisma reto  
de base  
hexagonal

Prisma oblíquo  
de base  
quadrada

Prisma oblíquo  
de base  
triangular

Pirâmide oblíqua  
de base  
quadrada

Pirâmide oblíqua  
de base  
triangular

Paralelepípedo  
reto retângulo

Pirâmide oblíqua  
de base  
hexagonal

Prisma oblíquo  
de base  
hexagonal

# AVALIAÇÃO

A avaliação é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, e não uma etapa isolada. Deve ser feita de forma continuada e com a utilização de diversos recursos. A prática dessa avaliação permite ao professor a verificação constante da produção do aluno. A avaliação é mais do que buscar um resultado.

É um processo de observação e verificação de como os alunos aprendem os conhecimentos matemáticos e o que pensam sobre a matemática. É parte integrante do próprio processo de ensino/aprendizagem e tem como objetivo aprimorar a qualidade dessa aprendizagem. A avaliação deve ser contínua, dinâmica e, com frequência, informal, para que através de uma série de observações sistemáticas possamos emitir um juízo valorativo sobre a evolução do aluno no aprendizado de matemática.

A avaliação do desempenho dos alunos tem suas finalidades baseadas no desenvolvimento dos alunos e no próprio trabalho do professor.

A avaliação durante esse roteiro de atividades deverá ser feita através de:

- Resolução das atividades propostas em duplas (habilidades do Currículo Mínimo 2012);
- Observação do comportamento do aluno (motivação, interesse, realização das tarefas, esforço, disciplina, responsabilidade e rendimento nas duplas).
- Auto-avaliação.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. São Paulo: Scipione, 2010.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO – Introdução a Geometria Espacial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 14/02/2013.

EXEMPLO DE TAREFA 1 – Função Polinomial do 1º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2012 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 20/08/2012.

MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAERJINHO 2012 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 04/02/2013.

CURRÍCULO MÍNIMO 2012 - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 04/02/2013.