FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: CIEP 271 José Bonifácio Tassara

Professor: Maria do Carmo Nines Rocha L:ima
Matrículas: 09422296/12082848
Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO (1º Bimestre)

Tutora: Ana Paula S. Muniz

Cursista: Maria do Carmo Nines Rocha Lima

Formação continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matematica 2º Ano – 1º Bimestre/2013

Plano de Trabalho

Geometria Espacial

Tarefa 2
Cursista: Maria do Carmo Nines Rocha Lima
Tutor: Ana Paula s. Muniz

INTRODUÇÃO

O objetivo deste plano é fazer com que os alunos do Ensino Médio entendam que estão numa etapa de uma educação de caráter geral, que situa o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo de trabalho. E este Plano de Trabalho, tem como tema Geometria Espacial e deve levar os alunos a aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação, nas atividades tecnológicas e cotidianas.

Ao estudarmos Geometria Espacial nos deparamos com várias situações geométricas presentes no cotidiano. É importante ao lidar com o assunto definir o tema proposto exemplificando, para que o aluno concretize a aprendizagem.

Entendo que a compreensão da matemática é essencial para o educando agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. A medida que o tema proposto vai se integrando ao que se denomina numa sociedade da informação, crescentemente globalizada, é importante que o aluno se volte para as capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer interferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores e de trabalhar cooperativamente.

Nos roteiros Revisitando e Introdução à Geometria Espacial, veremos os vestidos da designer Amila Hrustic inspirada nos poliedros de Platão. Em cada vestido da coleção foi usado um dos cinco poliedros:

tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Você viu ainda outras situações que envolvem estes sólidos como nos jogos de RPG e na representação de Kepler para o universo. O mundo que nos cerca está cheio de formas geométricas planas e espaciais. E é utilizando da observação e manipulação dessas formas que podemos começar a falar um pouco mais da Geometria Espacial com nossos alunos.

Um bom contexto para reconhecer as formas espaciais em nosso dia a dia é por meio do estudo das embalagens. Boa parte do que compramos, entre alimentos, roupas e sapatos, produtos de limpeza entre outros, são acondicionados em embalagens que tem a forma de sólidos geométricos.

DESENVOLVIMENTO

_ Pré-requisitos: Nenhum

_ Duração: 100 minutos

_ Área de conhecimento: Matemática

_Assunto: Introdução à Geometria Espacial

_ Papel A4, cartolina, lápis de cor, tesoura, régua, compasso, computador, Data Show, tecido, isopor.

_ Organização da turma: Duplas.

_ Objetivos: Apresentar a possibilidade de conjugar saberes artísticos e matemáticos e preparar uma introdução para o trabalho com geometria espacial.

.

_ Metodologia adotada:

- Conteúdos desenvolvidos utilizando poliedros. Enfoque na instrumentalização para o Ensino Médio.

- Aulas expositivas com resolução de exercícios em sala de aula.

- Discussão da apresentação da Geometria Espacial nos livros-textos usuais do Ensino Médio.

- Listas de exercícios.

- Trabalhos desenvolvidos em duplas.

1ª Parte – Apresentando da Geometria espacial

Sugerimos que você inicie o trabalho em sala apresentando o vídeo Geometria Colorida, disponibilizado no site http://www.blogdaemme.com/estilo/geometria-colorida/

Fonte:http://tv.estadao.com.br/videos,geometria-e-tendencia,160239,256,0.htm

Sobre o vídeo

Pode parecer estranho, num primeiro momento, para os alunos a maneira como a geometria é apresentada através da moda, mas você, professor, pode discutir com a turma as formas geométricas que aparecem não apenas nas roupas da modelo, mas em todo o cenário. É provável que algum de seus alunos reconheça no vídeo algum formato presente no dia a dia. Questione-os e peça que eles digam onde viram tal forma. Mesmo que eles não saibam o nome da forma, não se preocupe com isso agora. Teremos um longo caminho a percorrer e muito que apresentar!

Outra dica de trabalho relacionado a moda é tratar das estampas das roupas, que, com as temperaturas mais elevadas, aparecem com tudo pelas ruas. Então, que tal sugerir que seus alunos criem estampas bem coloridas em folha de papel com o uso de régua, compasso, ou até mesmo com desenhos a mão livre?

Um pouco de Niemeyer

POEMA DA CURVA

Não é o ângulo reto que me atrai,
Nem a linha reta, dura, inflexível criada pelo o homem.
O que me atrai é a curva livre e sensual.
A curva que encontro no curso sinuoso dos nossos rios,
nas nuvens do céu,
no corpo da mulher preferida.
De curvas é feito todo o universo,
O universo curvo de Einstein.

Oscar Niemeyer

Disponível em: <http://www.avidaeumsopro.com.br/pt/niemeyer_depoimentos.php >. Acesso em: 17/12/2012

A geometria se faz presente também na arquitetura. E quando falamos dela, não podemos deixar de citar o grande mestre Oscar Niemeyer. A exibição de algumas fotografias com suas obras pode ser o estopim para uma boa discussão sobre espaço e forma. Talvez o professor de Artes de sua escola possa ajuda-lo nesta tarefa, o que será uma boa oportunidade para interdisciplinaridade.

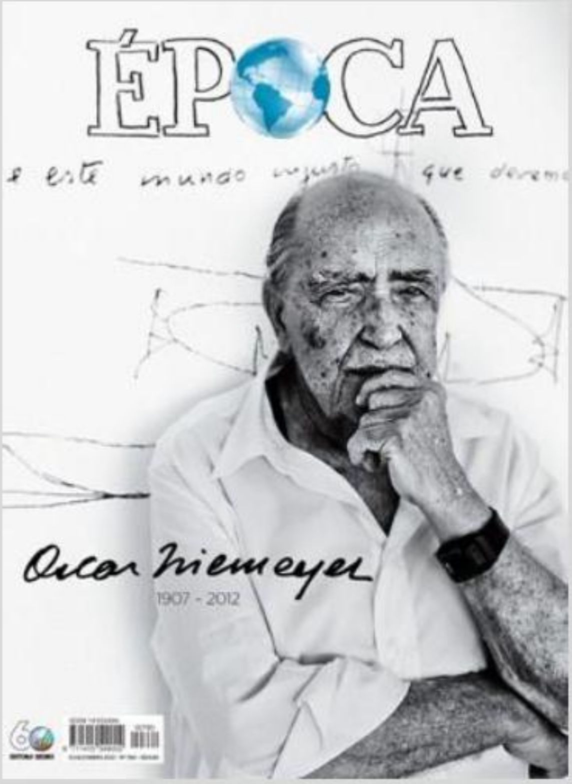
Você pode exibir um SlideShow com essas fotos disponível em http://g1.globo.com/pop-arte/fotos/2012/12/fotos-obras-de-oscar-niemeyer.html. Ou então, recortar as fotos e montar um cartaz.

Fotos disponíveis em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer

Em seguida, você pode fazer aos seus alunos os seguintes questionamentos:

- Qual a característica principal presente nas obras de Niemeyer?
- Você consegue enxergar nessas obras formas parecidas com as que temos na natureza? Quais?
- Pense em objetos criados pelo homem onde a natureza possa ter sido uma fonte de inspiração. Converse com seus colegas e faça uma lista com esses objetos.

Com o falecimento do arquiteto Oscar Niemeyer em dezembro de 2012, muitas publicações foram feitas a respeito de sua vida e



Fonte: http://revistaepoca.globo.com/tempo/Especial/noticia/2012/12/o-pendulo-do-genio.html

Uma sugestão é você pedir que os alunos construam com o uso de folhas de papel como cartolina, por exemplo, e tesoura uma escultura baseada nas obras de Niemeyer e na natureza. Dê a eles liberdade para a criação. Analise junto com eles o que foi criado e deixe um gancho para o que será visto nas próximas aulas: Conceitos Primitivos, Poliedros e Corpos redondos.

Caixas decoradas têm inúmeros formatos dependendo do presente que se quer guardar.

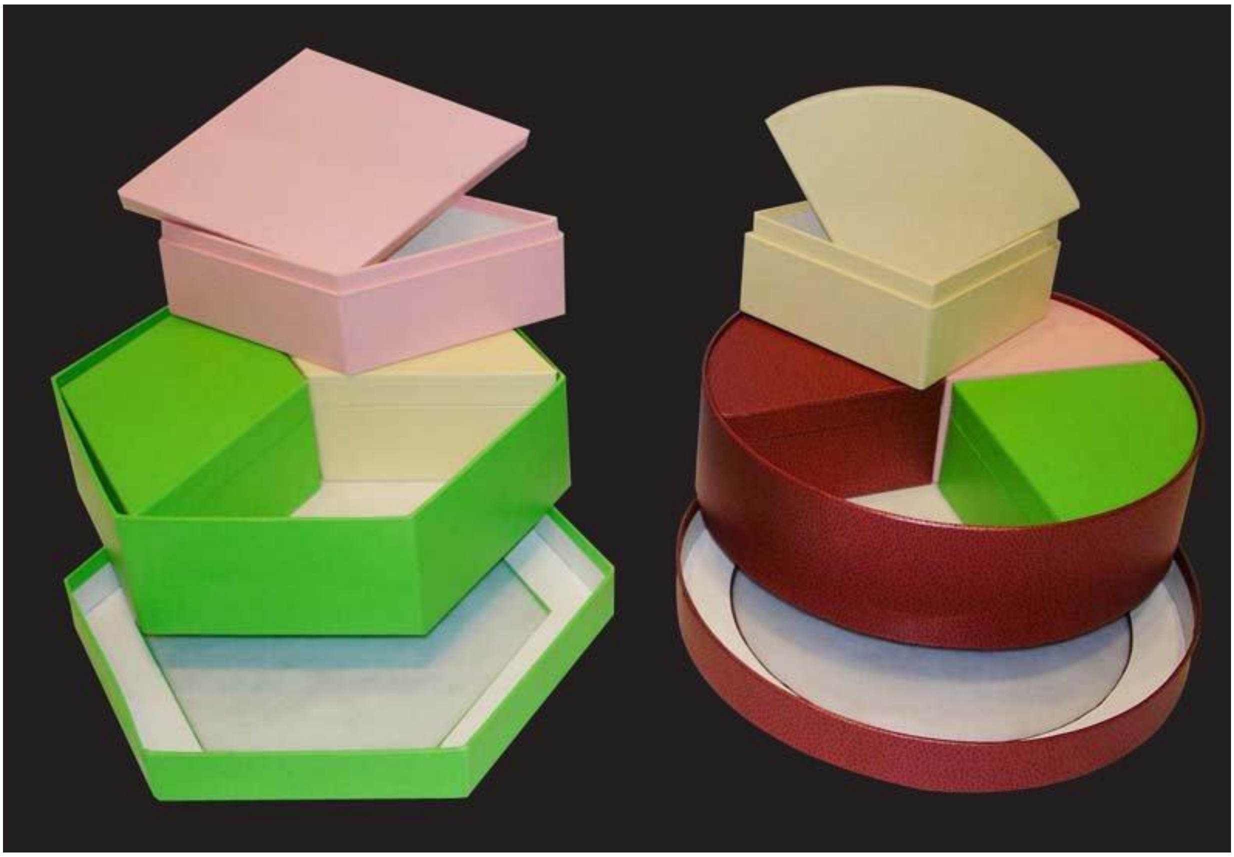


Figura 13 – Embalagens com formatos variados
Fonte: http://www.sxc.hu/photo/1012481
http://www.sxc.hu/photo/91065
http://www.sxc.hu/photo/1319176
Em geral, observando as embalagens, os alunos percebem algumas características que diferem os poliedros dos “corpos redondos”.

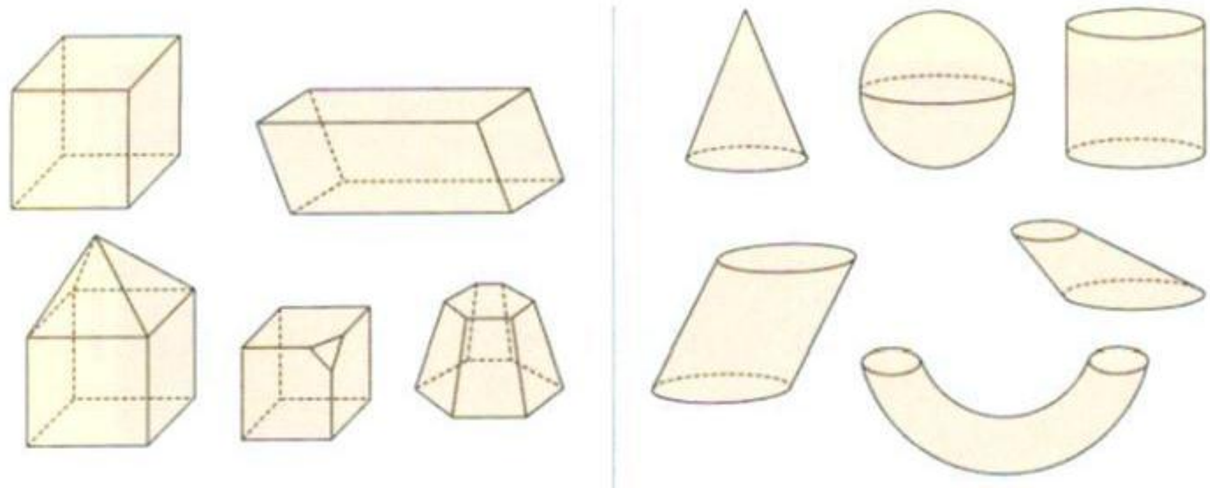


Figura 14 – Poliedros e “Corpos redondos”

No primeiro grupo, todas as superfícies que delimitam cada um dos sólidos são planas (poliedros) e no segundo grupo algumas das superfícies que delimitam os sólidos não são planas (corpos redondos).

Você poderá encontrar várias definições para poliedros nos livros didáticos. Uma forma que nos parece adequada de definir o que é um poliedro é a seguinte (Lima e outros, 1998):

Um *poliedro* é uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.

Cada um dos polígonos que compõem o poliedro é denominado de *face*, cada lado comum a duas faces é denominado de *aresta* e o encontro de duas ou mais arestas é denominado de *vértice* do poliedro.

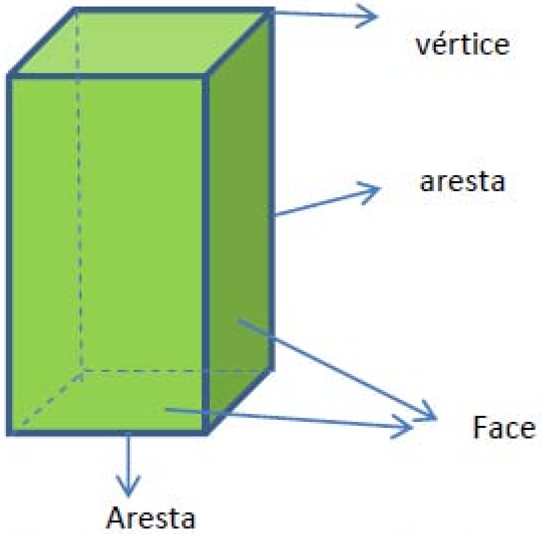


Figura 15 – Elementos de um poliedro

Os livro didáticos, em geral, apresentam duas classes de poliedros: os prismas e as pirâmides.

1. Forneça uma definição para cada deles.

2. Pesquise algumas imagens desses tipos de sólidos em nosso cotidiano (em objetos, obras de arte, monumentos, etc.) que você usaria em sala de aula para exemplificar os prismas e as pirâmides.

Em geral temos interesse em estudar os poliedros convexos. Ou seja, aqueles onde o plano que contém qualquer face deixa todos os outros pontos do poliedro no mesmo lado do plano.

Para o ensino médio uma expressão importante é a que relaciona o número de faces, vértices e arestas de um poliedro regular, conhecida como *relação de Euler*.

Em todo poliedro convexo que possui V vértices, F faces e A arestas, vale a relação:
V – A + F = 2

Essa igualdade é válida para todos os poliedros simples, ou seja, aqueles que podem ser deformados de modo a se tornarem iguais a uma esfera, imaginando que suas superfícies fossem elásticas e que pudéssemos enchê-los como um balão.

Por que só existem 5 poliedros de Platão?

Falamos na seção Revisitando, dos poliedros de Platão. Mas por que existem apenas cinco poliedros de Platão?

3

Vamos lembrar que os poliedros de Platão são poliedros regulares que:

- são convexos;
- todas as faces tem o mesmo número de arestas (faces são polígonos regulares congruentes);
- em cada vértice concorre o mesmo número de arestas.

Uma forma de chegar a essa conclusão é utilizar o fato de que *a soma dos ângulos dos polígonos em volta de cada vértice de um poliedro é sempre menor do que 360°*. Este resultado é demonstrado por Euclides nos Elementos (proposição 21 do Livro XI).

Vamos avaliar um poliedro regular que tem todas as **faces triangulares** (equiláteras). Nesse caso, os ângulos de cada face são, portanto, iguais a 60º. Vale lembrar que em cada vértice são necessárias ao menos três faces para formar um sólido. No caso de serem 3 faces, a soma dos ângulos dos 3 triângulos incidentes em cada vértice é 3 x 60º = 180º; se forem 4 faces, essa soma é 4 x 60º = 240º e se incidem forem 5, essa soma é de 5 x 60º = 300º. Se forem 6 ou mais triângulos, essa soma seria superior a 360º o que não é possível. Assim, podemos concluir que existem no máximo 3 sólidos regulares com faces triangulares (equiláteras). De forma resumida,

Numero de faces triangulares	Soma dos Ângulos	Poliedro Formado
3	180°	Tetraedro
4	240°	Octaedro
5	300°	Icosaedro
≥ 6	≥ 360°	Não é possível

Vamos aumentar o número de lados das faces do poliedro. Suponhamos agora que o poliedro regular tem todas as **faces quadradas**.

Os ângulos de cada face têm agora 90º. Como são necessárias ao menos três faces para montar o sólido, vamos avaliar cada caso. No caso de três faces, a soma dos ângulos dos 3 quadrados que se encontram em cada vértice é 3 x 90º = 270º. Se forem 4 ou mais quadrados, essa soma seria superior a 360º o que não é possível. Portanto há no máximo um sólido regular com essas características, que é o **cubo**.

Agora pense em faces pentagonais. Os ângulos de cada face têm agora 108º. Se em cada vértice se encontram três faces, a soma dos ângulos dos 3 pentágonos que incidem em cada vértice é 3 x 108º = 324º. Se o número de faces pentagonais fosse de 4 ou mais, a soma dos ângulos passaria de 360º o que não é possível. Mais uma vez, só há uma possibilidade que é o **dodecaedro**.

Se aumentarmos o número de lados das faces que compõem o poliedro a soma dos ângulos dos polígonos em torno de cada vértice é maior que 360°. Assim, não existe nenhum sólido platônico com faces hexagonais, heptagonais, ou qualquer outro caso.

Outra forma de demonstrar que só existem 5 poliedros de Platão é usando a relação de Euler.

Considere um poliedro com **F** faces, **V** vértices e **A** arestas e no qual **n** é o número de arestas de cada face e **p** é o número de arestas que parte de cada vértice.

Cada uma das faces do poliedro tem n arestas ($n \geq 3$). Mas como cada aresta é comum a duas faces, as arestas são contadas duas vezes, ou seja, o número de arestas é $A = \frac{n.F}{2}$.

Da mesma forma, cada uma destas arestas se conecta a dois vértices. Assim, se contarmos o número de arestas em cada face, o número de arestas do poliedro são contadas duas vezes. Podemos escrever então, $A = \frac{p.V}{2}$ ou $V = \frac{2.A}{p}$, onde p representa o número de faces do poliedro.

Substituindo na relação de Euler, V – A + F = 2, temos:

$$\frac{2.A}{p} - A + \frac{2A}{n} = 2$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{A} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{2n.p}{2n + 2p - np}$$

Como A é positivo, $2n + 2p - np > 0$.

Escrevendo de outra forma $\frac{2n}{n-2} > p$. Como $p \geq 3$, obrigatoriamente, **n < 6**.

Assim, n = 3, 4 ou 5.

- Se **n = 3**, $A = \frac{2n.p}{2n+2p-np} = \frac{6p}{6-p}$

Como $A = \frac{n.F}{2} \Rightarrow F = \frac{2A}{n} \Rightarrow F = \frac{2}{n}.\frac{6p}{6-p} \Rightarrow F = \frac{4p}{6-p}$

Como F também é um número positivo, $6 - p > 0$ e, portanto, **p < 6**.

n	**P**	**F**	**sólido**
3	3	4	tetraedro
3	4	8	octaedro
3	5	20	icosaedro

- Se **n = 4**, $A = \frac{4p}{4-p}$ e $F = \frac{2A}{n} = \frac{2p}{4-p}$. Como F >0, $4 - p > 0$ e portanto, **p < 4**.

n	**P**	**F**	**sólido**
4	3	6	cubo

- Se **n = 5**, $A = \frac{10p}{10-3p}$ e $F = \frac{2A}{n} = \frac{4p}{10-3p}$. Da mesma forma, impondo F >0, $p < \frac{10}{3}$.

n	**P**	**F**	**sólido**
5	3	12	dodecaedro

Portanto há 5 classes de poliedros de Platão:

n	**p**	**V**	**A**	**F**	**Nome do poliedro**
3	3	4	6	4	Tetraedro
3	4	6	12	8	Octaedro
3	5	12	30	20	Icosaedro
4	3	8	12	6	Hexaedro (Cubo)
5	3	20	30	12	Dodecaedro

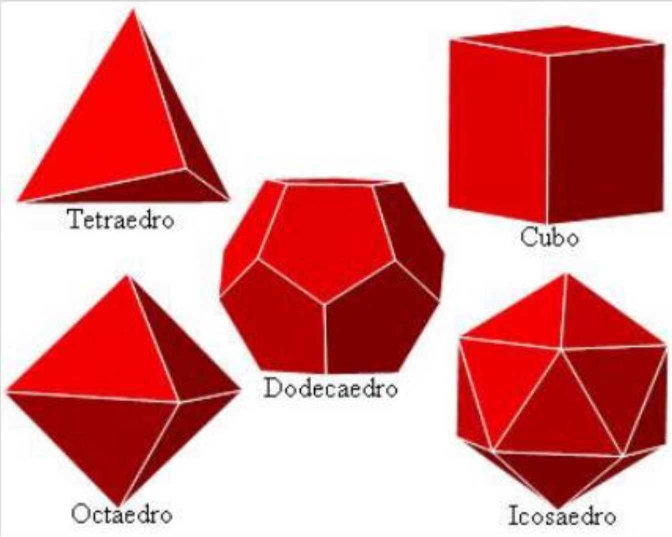


Figura 16 - Poliedros de Platão
Disponível em:
http://www.brasilescola.com/matematica/os-solidos-platao.htm

Deve ficar a seu critério, professor, trabalhar com a demonstração da existência de apenas cinco poliedros de Platão em sala de aula. Mais uma vez, se você achar que seus alunos terão dificuldades, construa a prova com eles, passo a passo. Com os sólidos em mãos, construídos a partir das planificações, pode ser

Tanto para os poliedros como para os corpos redondos, uma tarefa que pode ser explorada a partir das embalagens são suas planificações. Por meio da planificação os alunos podem eles mesmos construir diversos sólidos e observar melhor suas características. Desmontar as embalagens também pode ser uma alternativa melhor do que simplesmente fornecer as planificações já prontas.

Os desenhos podem ser uma forma mais simples de representar os sólidos geométricos, mas isso dificulta a visualização do aluno já que o objeto é tridimensional e seu desenho o retrata apenas em duas dimensões. Muitos alunos não possuem habilidades para desenhar e se sentem prejudicados em suas tarefas. Além disso, ficamos muitas vezes restritos aos sólidos mais simples, já que com o aumento do número de faces o desenho se torna mais difícil, até para nós professores.

Avaliação

A avaliação do trabalho proposto contemplou o Currículo Mínimo, a Matriz Saerj e Parâmetros Nacionais do Ensino Médio, envolvendo o aluno e professor e realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

O tema proposto foi bem aceito pelos alunos, com isso obtiveram um bom resultado no bimestre; contemplou as atividades do curso de Formação Continuada, que a cada dia diversifica as atividades, tornando a aprendizagem e prática pedagógica cada vez mais rica. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, a Geometria Espacial é vista através da leitura e interpretação do espaço, enfim, todos ligados às aplicações.

Foi passada uma pesquisa em dupla sobre o assunto abordado que foi pontuado de acordo com os critérios da escola e a atividade proposta foi de acordo com o tempo citado acima, nas turmas 2001, 2002,2003, Ciep 271 José Bonifácio Tassara /2013.

Fontes de Pesquisa

ROTEIROS: Repensando e Roteiro de ação 1 – Geometria Espacial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre – disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava.

CARVALHO, P. C. P. Introdução à Geometria Espacial. Coleção do Professor de Matemática V. 10, Rio de Janeiro: SBM, 2002.

DOLCE, O. e POMPEO, J. N. Geometria Espacial, Posição e Métrica, 5ª Ed., Coleção Fundamentos de Matemática Elementar, V. 10. São Paulo: Atual, 1998.

ELON LAGES LIMA, Medida e Forma em Geometria, Coleção do Professor de Matemática, Rio de Janeiro: SBM, 1991.

KALEFF, A. M. e REI, D. M. Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos, Revista do Professor de Matemática, Nº.28, Rio de Janeiro: SBM

Revista do Professor de Matemática, toda a coleção, Rio de Janeiro: SBM.

Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio./Ministério da educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, -- Brasília: Ministério da educação, 1999.