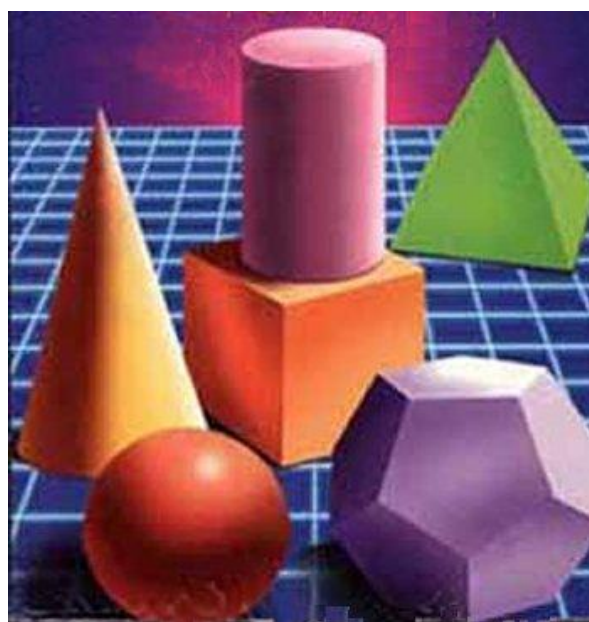


Formação continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano / 1º Bimestre/ 2013

PLANO DE TRABALHO

GEOMETRIA
ESPACIAL



TAREFA 4:

Cursista: Vanessa de Souza Machado

Matrícula: 00/0974440-0

Tutor: Cláudio

SUMÁRIO

Introdução.....	3
Desenvolvimento.....	4
Avaliação.....	15
Fonte de Pesquisa.....	15

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos primeiramente tenham conhecimento dos primeiros axiomas da geometria, como também diferenciem uma figura plana de uma figura não plana. A partir de suas observações e construções reconheça os elementos que compõem os sólidos geométricos e aprofunde seus estudos com o conhecimento da relação de Euler.

Geralmente os alunos apresentam dificuldades na parte da Geometria inclusive na parte da geometria espacial seja pela dificuldade em se entender os desenhos e as formas ou até pelas complexidades e não compreensão das fórmulas.

Para a totalização do plano, serão necessários seis tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos juntamente com a avaliação da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1 – Axiomas da geometria

- HABILIDADE RELACIONADA: Identificação dos primeiros axiomas.
- PRÉ-REQUISITOS: Nenhum
- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Slides
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
- OBJETIVOS:
 - Conhecer os axiomas da geometria
 - Estabelecer comparações entre os axiomas e objetos do dia a dia
- METODOLOGIA ADOTADA: A partir da apresentação dos axiomas iniciar uma atividade de comparação para elucidar o entendimento.

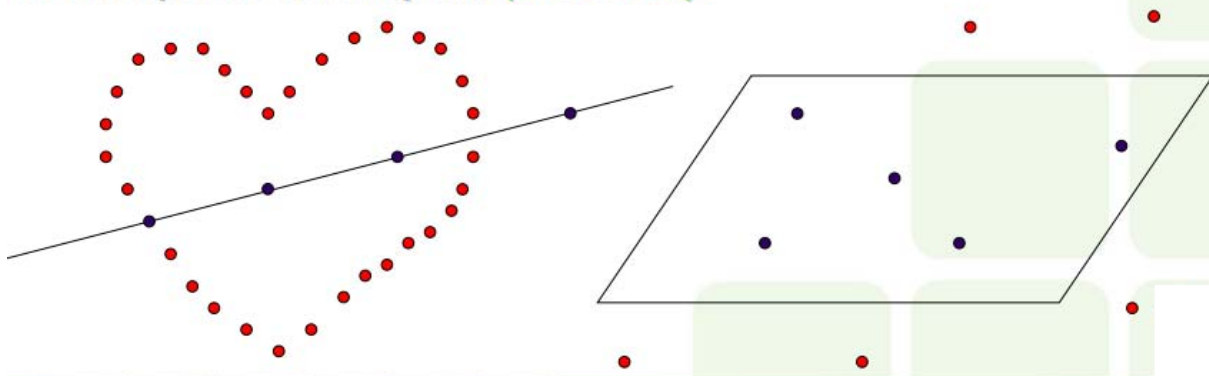
1) Introdução à Geometria Plana

Axioma

São verdades matemáticas aceitas sem a necessidade de demonstração.

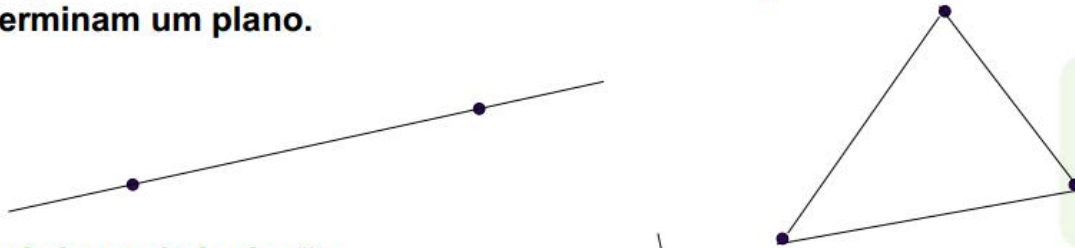
1.1) Axioma da Existência

Existem infinitos pontos em uma reta (e fora dela), bem como, existem infinitos pontos em um plano (e fora dele).



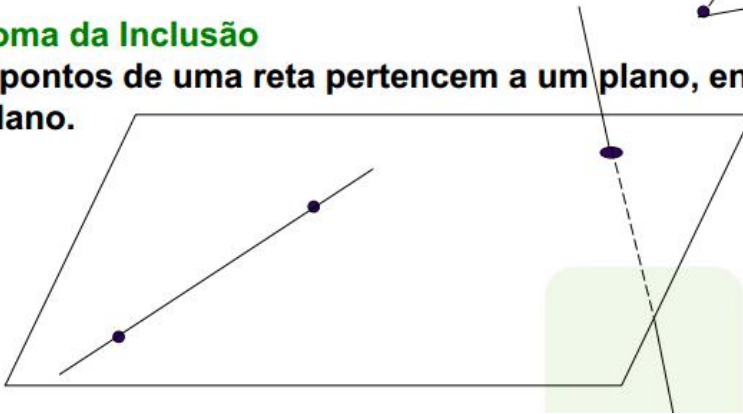
1.2) Axioma da Determinação

Dois pontos distintos determinam uma reta e três pontos não-colineares determinam um plano.



1.3) Axioma da Inclusão

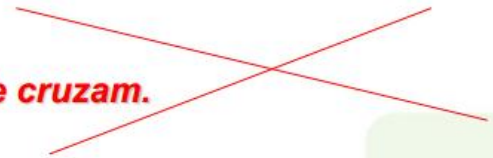
Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano, então a reta está contida nesse plano.



1.4) Posição Relativa Entre Duas Retas

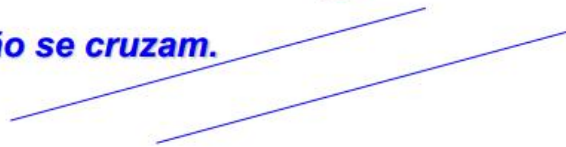
Concorrentes

São retas coplanares que se cruzam.



Paralelas

São retas coplanares que não se cruzam.



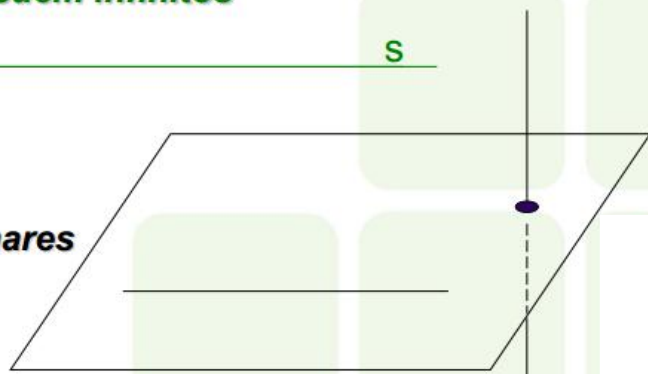
Coincidentes

São retas coplanares que possuem infinitos pontos em comum.



Reversas

São retas NÃO coplanares que não se cruzam.



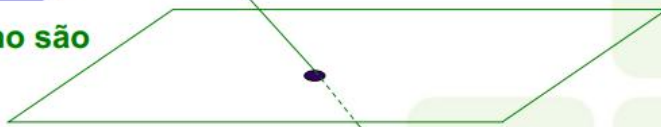
1.5) Posição Relativa Entre Reta e Plano

1º A reta está contida no plano;



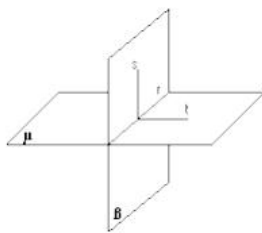
2º A reta e o plano são paralelos;

3º A reta e o plano são concorrentes.



1.6) Posição Relativa Entre Planos

Planos Concorrentes



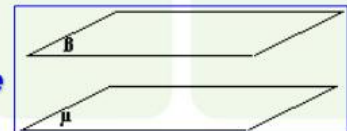
São planos que se cruzam.

Coincidentes

São planos que possuem infinitos pontos em comum. $\mu = \beta$

Paralelos

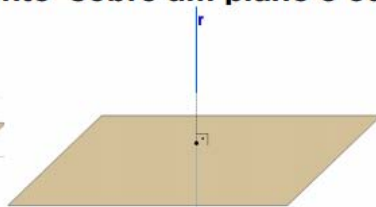
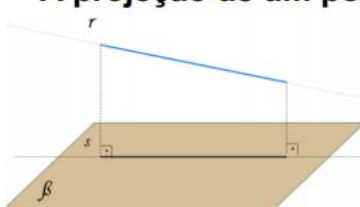
São planos que não se cruzam.



CURIOSIDADE:

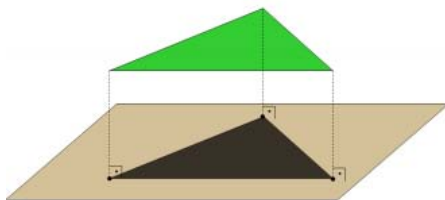
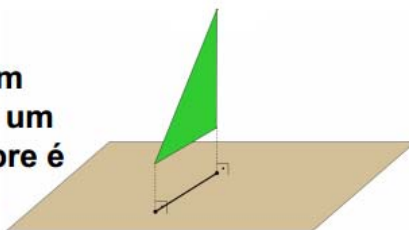
1.9) Projeções Ortogonais (sombras)

A projeção de um ponto sobre um plano é outro ponto.

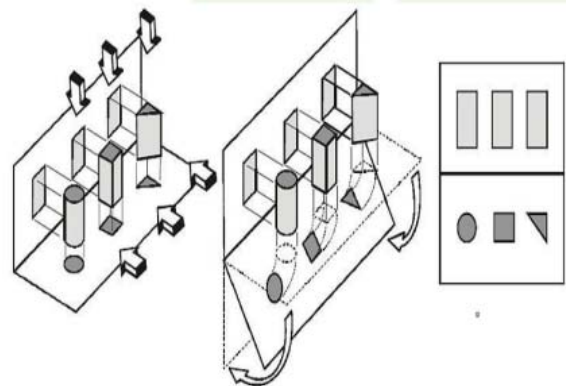


A projeção de uma reta sobre um plano nem sempre é outra reta.

A projeção de um triângulo sobre um plano nem sempre é outro triângulo.



Curiosidade:



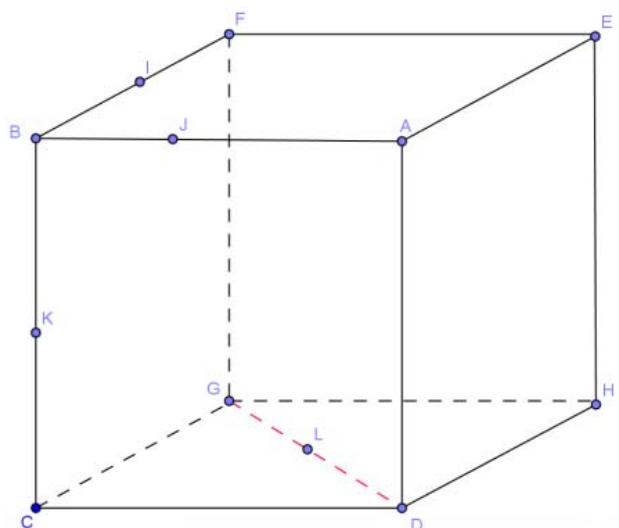
AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 1:

Avaliação Informal: Associar a ideia de ponto, reta e plano com objetos do dia a dia.

Avaliação Formal:

Q1) Observe os pontos de A a L nos vértices, arestas e faces do cubo abaixo. Verifique se os pontos indicados em cada item são ou não colineares e coplanares.

- a) F e D
- b) A, E e F
- c) G, L e D
- d) B, C e D
- e) A, J e B
- f) B, I, J e K
- g) C, G, E e A
- h) B, C, L e G
- i) H, D, I e E



Q2) Considere que os pontos, as retas e os planos citados abaixo são distintos e verifique se cada afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F). Para cada afirmação falsa, dê um contra exemplo que justifique.

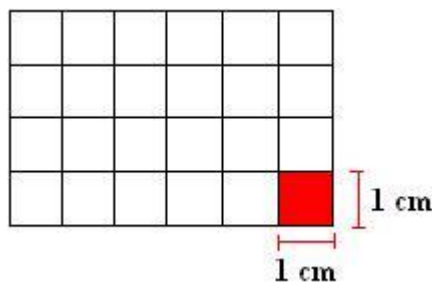
- a) Por 2 pontos passa uma única reta.
- b) 3 pontos são sempre colineares.
- c) 3 pontos NUNCA são colineares.
- d) 3 pontos podem ser colineares.
- e) Existem 5 pontos coplanares.
- f) Existem 5 pontos NÃO coplanares.
- g) Existem 3 pontos NÃO coplanares.
- h) Pontos colineares são coplanares.
- i) Pontos coplanares são colineares.
- j) Pontos coplanares podem ser colineares.

ATIVIDADE 2 – Figuras planas

➤ HABILIDADE RELACIONADA: Identificação de figuras planas, seus elementos bem como o cálculo de perímetro e área de cada figura.

- PRÉ-REQUISITOS: Axiomas da geometria
- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Malha quadriculada e régua.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.
- OBJETIVOS:
 - Identificar e nomear corretamente diversas figuras planas e seus elementos.
 - Calcular perímetro e área de figuras planas.
- METODOLOGIA ADOTADA: A partir da utilização da malha quadriculada explorar a dedução das fórmulas de área e noção de perímetro de cada figura.

Utilizando a malha quadriculada cada aluno seguindo a orientação do(a) professor(a) deverá montar sua figura com as dimensões dadas. O professor aproveitará esse momento para relembrar o nome de cada figura que está sendo montada e os termos como base, altura, diagonal, vértice, ângulo... Montada as figuras como quadrado, retângulo, pentágono, hexágono, heptágono etc... Usar a malha quadriculada para deduzir o cálculo do perímetro e as fórmulas de área. Formalizar o que aprenderam e relembraram no caderno através de um resumo.



AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 2:

Avaliação Informal: Verificar se o aluno consegue trabalhar com a malha quadriculada associando a cada lado do quadradinho o valor de 1 cm e conseguindo realizar noções de cálculo.

Avaliação Formal: No caderno propor uma atividade com o cálculo de área de algumas figuras planas trabalhadas na malha quadriculada.

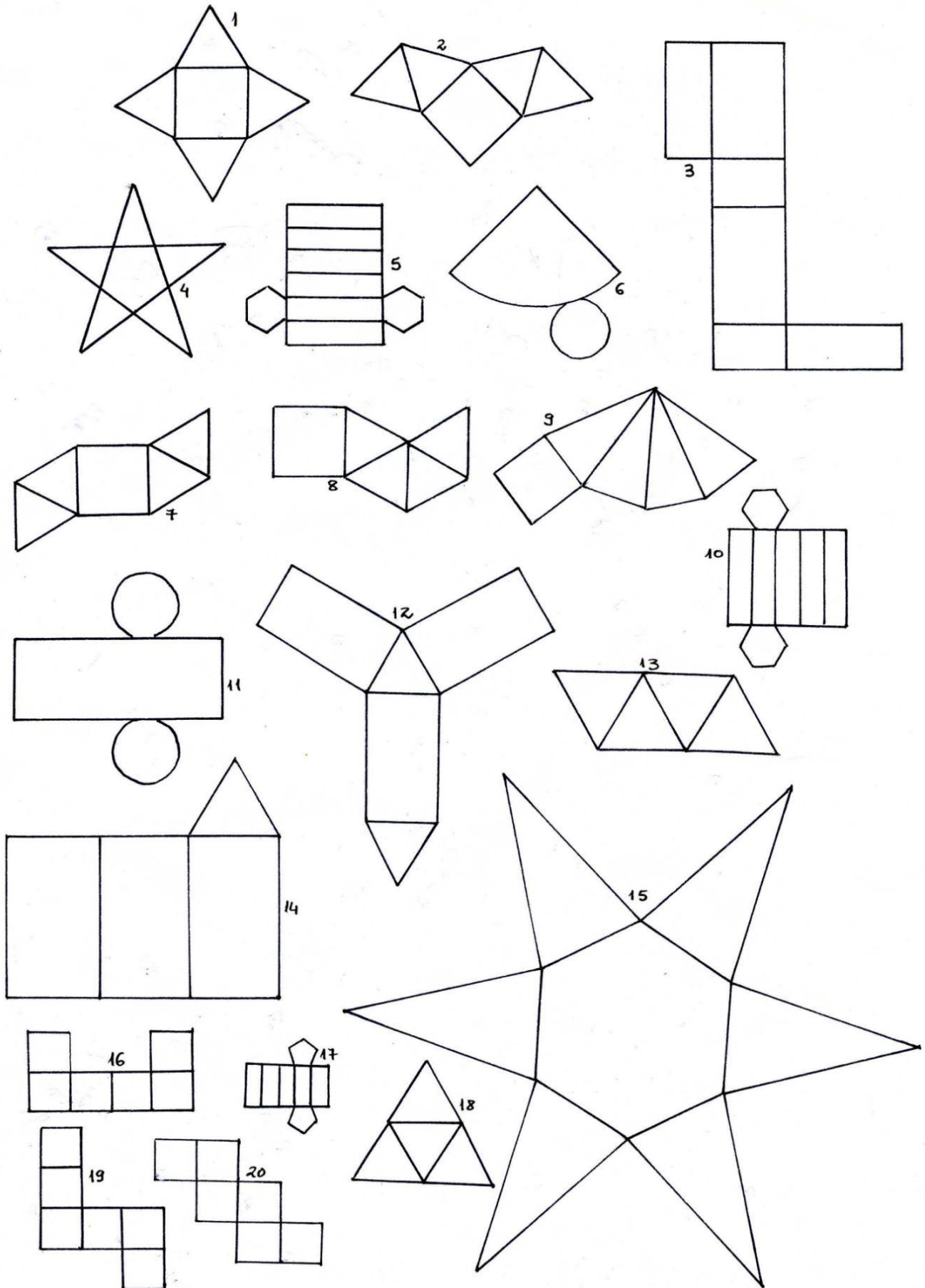
ATIVIDADE 3 – Conhecendo figuras não planas

HABILIDADE RELACIONADA: Apresentação ao aluno de figuras não planas, os sólidos geométricos. C1 - Identificar entre um conjunto de figuras tridimensionais qual representa um poliedro ou corpo redondo. C1 - Reconhecer, dentre várias planificações, aquela que corresponde a um sólido representado graficamente. C2 - Reconhecer a planificação dado o nome do sólido. C3 - Reconhecer, dentre várias representações gráficas de sólidos, aquele que corresponde à uma planificação dada. C4 - Reconhecer entre vários nomes de sólidos, aquele que corresponde à planificação dada.

- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de figuras planas.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Modelos de sólidos planificados, tesoura e cola e lápis de cor.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual
- OBJETIVOS:
 - Introduzir e apresentar alguns sólidos geométricos;
 - Mostrar a planificação de alguns sólidos geométricos;
- METODOLOGIA ADOTADA: A partir de diversos modelos de sólidos geométricos planificados construir sólidos geométricos.

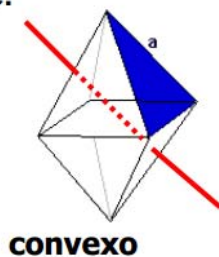
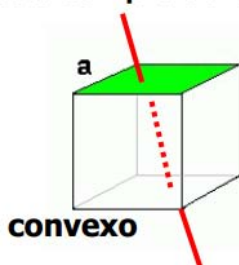
Cada aluno receberá uma planificação de um sólido geométrico. Inicialmente relembremos o nome das figuras planas que compõem essa planificação e cada aluno poderá pintar cada uma dessas figuras planas de uma cor ou com uma técnica. Feita essa parte de arte, o professor irá propor a montagem de um objeto a partir do modelo que cada um recebeu. Dado o tempo para os alunos montarem seus “objetos” iniciaremos a aula sobre sólidos geométricos diferenciando-os de figuras planas e mostrando e destacando seus elementos: faces e arestas. Compararemos os sólidos com objetos do dia a dia e os nomearemos corretamente cada sólido.

Exemplo de molde de planificação:



2) Poliedros Convexos [e Côncavos (Não Convexos)]

Um poliedro é convexo quando um segmento que liga dois de seus pontos está sempre contido nele.



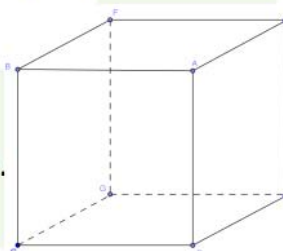
OBSERVAÇÃO: Vamos estudar “somente” os poliedros convexos.

2) Elementos de um Poliedro

Vértices: São os pontos “das quinas”.

Arestas: São os segmentos determinados por dois vértices.

Faces: São os polígonos que formam o poliedro.



Denominam-se sólidos geométricos as figuras geométricas do espaço.

Entre os sólidos geométricos, destacamos, pelo seu interesse, os **poliedros** e os corpos redondos.

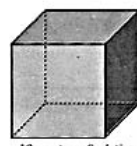
POLIEDROS

Denomina-se **poliedro** o sólido limitado por polígonos **planos** que têm, dois a dois, um lado comum. Podemos citar como exemplos:



prisma triangular

9 arestas e 6 vértices



cubo

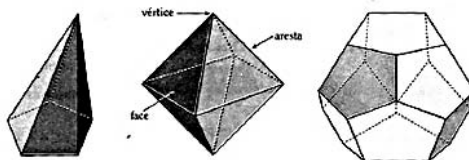
12 arestas e 8 vértices

Os polígonos são denominados **faces** do poliedro.

Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se, respectivamente, **arestas** e **vértices** do poliedro.

Um poliedro se diz **convexo** se, em relação a qualquer de suas faces, ele está todo situado num mesmo semi-espaço determinado por esta face.

Os sólidos das figuras seguintes são, pois, poliedros convexos:




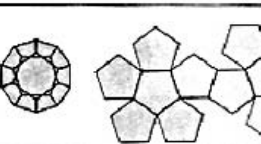



Os poliedros convexos possuem nomes especiais, de acordo com o número de faces:

tetraedro	⇒	poliedro convexo com quatro faces
pentaedro	⇒	poliedro convexo com cinco faces
hexaedro	⇒	poliedro convexo com seis faces
heptaedro	⇒	poliedro convexo com sete faces
octaedro	⇒	poliedro convexo com oito faces
icosaedro	⇒	poliedro convexo com vinte faces

Na Geometria Plana, dizemos que um polígono é regular quando todos os seus lados são congruentes e todos os seus ângulos são congruentes

Nestas condições, há somente cinco poliedros regulares, que são:

	Tetraedro regular 4 faces triangulares 4 vértices 6 arestas
	Hexaedro regular 6 faces quadrangulares 8 vértices 12 arestas
	Octaedro regular 8 faces triangulares 6 vértices 12 arestas
	Dodecaedro regular 12 faces pentagonais 20 vértices 30 arestas
	Icosaedro regular 20 faces triangulares 12 vértices 30 arestas

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 3:

*Avaliação Informa*l: Cartaz coletivo com nome do sólido e recortes de objetos que se assemelham pela forma.

Avaliação Formal: Com uma folha com atividades diferenciar figuras planas de sólidos geométricos e nos sólidos geométricos identificar se são poliedros ou corpos redondos.

ATIVIDADE 4 – Relação de Euler

HABILIDADE RELACIONADA: Conhecer e aplicar a relação de Euler no estudo da geometria espacial.

- PRÉ-REQUISITOS: Sólidos geométricos
- TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Caderno e exemplos adicionais.

➤ ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

➤ OBJETIVOS:

- Identificar e reconhecer os sólidos.
- Aplicar a relação de Euler nas atividades propostas.

➤ METODOLOGIA ADOTADA: A partir das orientações e discussões coletivas aplicar a fórmula da relação de Euler.

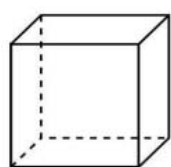
$$V + F = A + 2$$

3) A Relação de Euler

“O número de Vértices somado ao número de Faces é igual ao número de Arestas somado com 2.”

E ainda:

$$2A = n.F \quad \text{e} \quad 2A = m.V$$



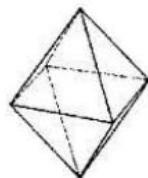
$$\begin{aligned} V &= 8 \\ F &= 6 \\ A &= 12 \end{aligned}$$



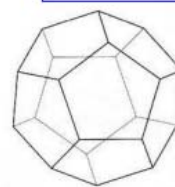
$$\begin{aligned} V &= 4 \\ F &= 4 \\ A &= 6 \end{aligned}$$



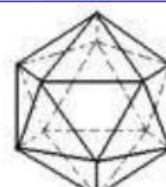
$$\begin{aligned} V &= 6 \\ F &= 5 \\ A &= 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= 6 \\ F &= 8 \\ A &= 12 \end{aligned}$$



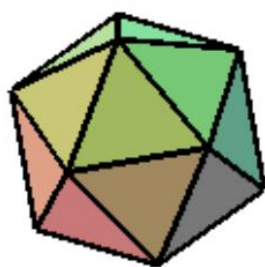
$$\begin{aligned} V &= 20 \\ F &= 12 \\ A &= 30 \end{aligned}$$



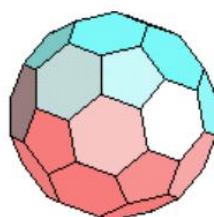
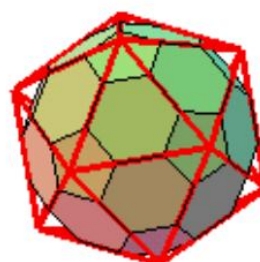
$$\begin{aligned} V &= 12 \\ F &= 20 \\ A &= 30 \end{aligned}$$

Q11) Qual é o número de arestas de um poliedro que possui 6 faces quadrangulares e 4 faces triangulares?

Q12) Qual é o número de vértices de um poliedro que possui 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais? Você consegue imaginar esse poliedro? Se “SIM”, com o que ele parece?



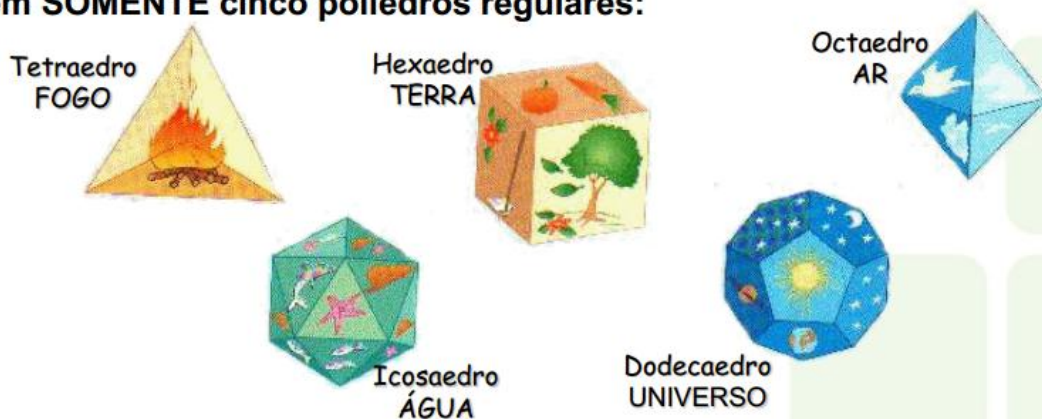
icosaedro



Bola de Futebol: icosaedro truncado

3.1) Os Poliedros de Platão

Em um poliedro regular todas as faces são polígonos regulares congruentes. Existem **SOMENTE** cinco poliedros regulares:



Q13) Em um poliedro convexo de 20 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Quantas faces tem esse poliedro?

Q14) Qual o número de faces de um poliedro de 20 vértices tal que em cada vértice concorrem 5 arestas?

Q15) Em um poliedro o número de vértices corresponde a $\frac{2}{3}$ do número de arestas e o número de faces é 3 unidades a menos do que o número de vértices. Quantas são as faces, as arestas e os vértices?

Q16) Um poliedro convexo tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 face pentagonal e 2 faces hexagonais. Obtenha o número total de faces, vértices e arestas do poliedro.

Q17) Determine o número de vértices de um poliedro convexo que tem três faces triangulares, duas face quadrangulares, uma face pentagonal e duas faces hexagonais.

AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE 3:

Avaliação Formal: Aplicar a relação de Euler nos exercícios propostos.

AVALIAÇÃO

A Avaliação acontece em todas as aulas planejadas de maneira formal e informal. O aluno pode ser avaliado de maneira qualitativa e quantitativa.

Em todas as avaliações são propostas atividades que estão de acordo com o que é proposto no Currículo Mínimo 2013. Como:

- ✓ Na atividade 2 a avaliação vem de encontro ao item: - Identificar e calcular a área de algumas figuras planas que dará base para se calcular a área de sólidos planificados como é proposto no Currículo Mínimo 2013.
- ✓ Na atividade 3 a avaliação vem de encontro ao item: - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações como são propostos no Currículo Mínimo 2013.

FONTE DE PESQUISA:

- Currículo Mínimo 2013 de Matemática do Governo do Estado do Rio de Janeiro;
- Matriz do Saerjinho 2013;
- Roteiros de ação Cone e Pirâmide – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013 <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 01/09/2012;
- MATEMATICA IEZZI, Volume único/Gelson IEZZI – 4º Edição – São Paulo:Atual, 2007;

Endereços eletrônicos acessados entre 07/09/2012 e 09/09/2012

<http://www.saborsaber.com/INDEX/MATEMATICA/5/mat5.htm>