Formação Continuada em Matemática Fundação Cecierj/consórcio CEDERJ

Matemática 2ºAno-1º Bimestre/2013

PLANO DE TRABALHO 2

Cursista: Werbert Augusto Coutinho

Tutor(a): Daiana da Silva Leite

Grupo: 2

INTRODUÇÃO A GEOMETRIA ESPACIAL

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1927

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivos: apresentar os conceitos primitivos da geometria espacial (ponto, reta e plano); Reconhecer as posições de retas e planos no espaço; Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. Além de Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou aresta de poliedros expressa em um problema.

O estudo dos sólidos e das formas geométricas no Ensino Fundamental e Médio é imprescindível para o desenvolvimento da visão espacial do aluno. Atualmente, inúmeras profissões utilizam a os conceitos geométricos, entre elas pode-se citar: a engenharia, a arquitetura, a astronomia, as pesquisas nas ciências exatas, as atividades de uma costureira, de um mestre de obras, de um coreógrafo, de um artista plástico, de um atleta ou técnico. Sendo assim, a importância da Geometria é inquestionável, tanto sob o ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento. Existem situações cotidianas no ambiente em que os alunos vivem que exigem um pensamento elaborado da Geometria espacial para que sejam solucionados. Situações como criar um brinquedo, pintar uma parede ou montar um equipamento simples podem se transformar em um grande problema e desmotivar a própria criação do indivíduo.

Com o intuito de atingir os objetivos traçados serão desenvolvidos alguns procedimentos, tais como: a introdução do assunto utilizando uma apresentação no PowerPoint sobre a geometria no dia a dia (moda, arquitetura, etc.). Após essa introdução e ao longo das aulas serão utilizados alguns recursos tecnológicos (data show, notebook e vídeos, internet). Além de recursos educacionais (barbantes, tesoura, lápis de cor ou caneta hidrográfica, planificações de sólidos geométricos e slides) para realizar o Roteiro de Ação 3. Assim com, canudos e slides. Tudo isso, visa tonar as aulas mais prazerosas e dinâmicas, com o intuito de propiciar ao educando uma aprendizagem significativa.

Desenvolvimento / Atividades

Atividade 1

- Habilidade relacionada: Compreender os conceitos primitivos da geometria espacial; Reconhecer as posições de retas e planos no espaço.

- Pré-requisitos: Não há necessidade.

- Tempo de Duração: 150 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook (Apresentação no Power point feita pelo professor, programa GeoGebra instalado, e Cubo no GeoGebra AR2, internet-apresentação no Power Point- http://www.slideshare.net /Micheleboulanger/geometria-de-posio-5756067), quadro, piloto, texto base, folha de ofício branca, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica .

- Organização da turma: Em grupo (com três alunos).

Objetivo: Desenvolver e ampliar ideias sobre ponto, reta e plano, identificando a presença destes conceitos em elementos da natureza; Trabalhar as relações entre duas retas e entre dois planos.

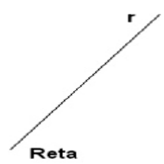
- Metodologia adotada: Como introdução ao estudo da geometria espacial será apresentado uma montagem feita no Power point (a montagem contém imagens de pontos retas e planos no cotidiano, além de fotos de vertidos com formas de poliedros e fotos com algumas obras arquitetônicas de Oscar Niemeyer, assim como, fotos dos principais sólidos), após essa apresentação o professor irá pedir aos alunos para desenharem– qualquer coisa referente a geometria. Terminada essa parte, o professor deverá perguntar aos alunos se eles saberiam definir ponto, reta e plano. Em seguida o professor irá distribuir o texto base e iniciará o assunto mostrando no datashow (http://www.slideshare.net/Micheleboulanger/ geometria-de-posio-5756067), as noções primitivas e as definições referentes às posições de retas e planos no espaço. Também serão distribuídas folhas em branco para que os alunos desenhe as restas e possam notar a diferença entre as posições relativas das retas. Além disso os alunos deverão desenvolver uma pesquisa sobre o 5° postulado (em casa).

❖ Noções primitivas:

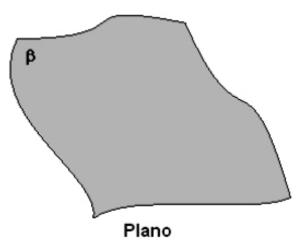
Na Geometria, pontos, retas e planos são algumas noções aceitas sem definição, e por isso chamadas de **noções primitivas.** Como são produtos da mente humana, as noções primitivas funcionam como modelos para explicar a realidade. Assim:

- um **ponto** não tem dimensão, nem massa, nem volume;

- uma **reta** não tem espessura, nem começo, nem fim;



- um **plano** não tem espessura nem fronteiras



❖ Postulados:

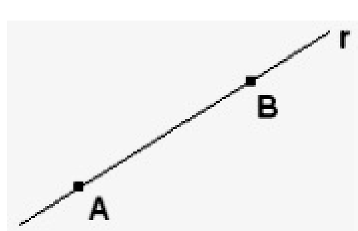
Postulados primitivos da geometria, qualquer postulado ou axioma é aceito sem que seja necessária a prova, contanto que não exista a contraprova.

P_1 Numa reta bem como fora dela há infinitos pontos distintos.

P_2 Toda reta e todo plano são conjuntos de infinitos pontos

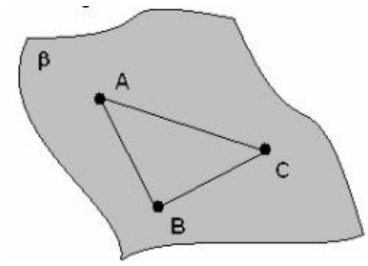
P_3 Fora de uma reta, bem como fora de um plano, há infinitos pontos.

P_4 Dois pontos distintos determinam uma única reta.

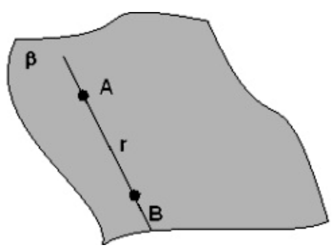


P_5 **Postulado de Euclides: ?**(os alunos deverão fazer uma pesquisa sobre o assunto)

P_6 Três pontos não colineares determinam um único plano.



P_7 Se dois pontos distintos estão em um plano, a reta que passa por eles está contido nesse plano.

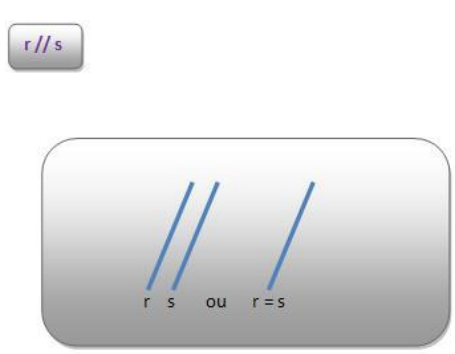


❖ **Posições relativas de duas retas:**

- Retas paralelas

Duas **retas**, r e s, são **paralelas** se têm todos os pontos comuns (coincidem) ou se estão num mesmo plano α e não têm nenhum ponto em comum (intersecção vazia).

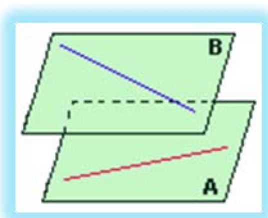
Em linguagem simbólica, podemos escrever: r//s $\Leftrightarrow r \equiv s$ ou $r \subset \alpha, s \subset \alpha$ e $r \cap s = \emptyset$

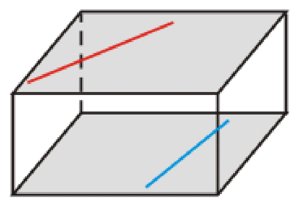


- <u>Retas reversas</u>

> Duas **retas**, r e s, são **reversas** (não coplanares) quando não existe um mesmo plano que as contenha.

Em linguagem simbólica, escrevemos: $\nexists \alpha$ tal que $r \subset \alpha$ e $s \subset \alpha$

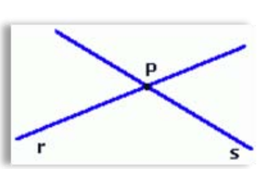


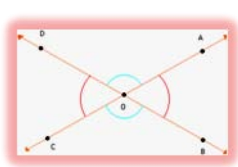


- <u>Retas concorrentes</u>

> Duas **retas**, r e s, são **concorrentes** quando têm apenas um ponto em comum.

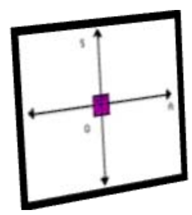
Para indicar simbolicamente que r e s são concorrentes, escrevemos: $r \cap s = \{P\}$





- <u>Retas perpendiculares</u>

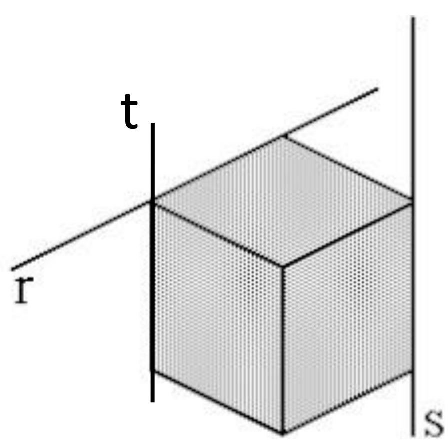
Duas **retas**, r e s, são **perpendiculares** quando são concorrentes e determinam quatro ângulos retos.



$r \perp s$ (lemos “a reta r é perpendicular à reta s”)

- <u>Retas ortogonais</u>

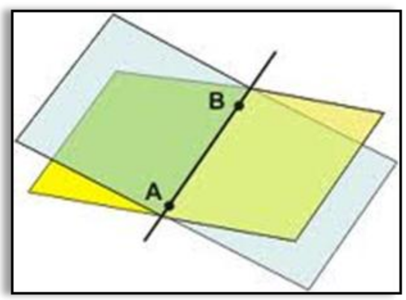
Duas **retas**, r e s, são **ortogonais** quando existe uma reta t que é paralela (não coincidente) a s e perpendicular a r.



❖ Posições relativas de dois planos:

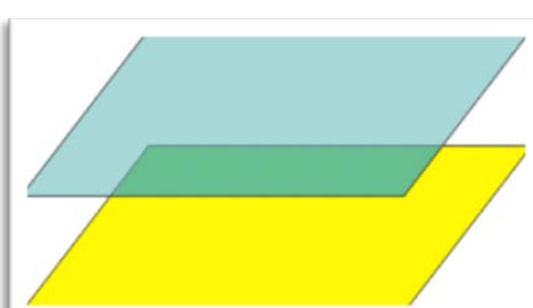
- <u>Planos concorrentes</u>

Dois **planos**, α e β, são **concorrentes** (ou **secantes**) quando têm pelo menos um ponto comum (intersecção não vazia).



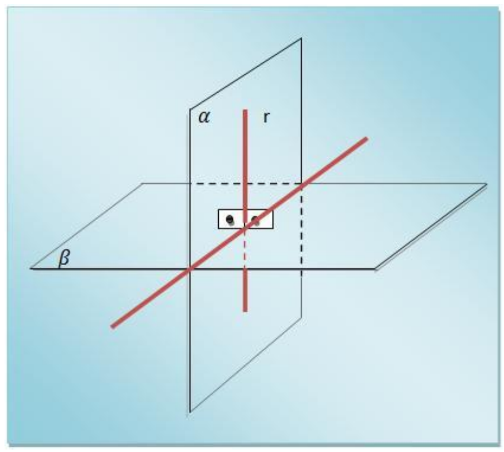
- <u>Planos paralelos</u>

Dois planos são **paralelos** se, e somente se,não têm ponto em comum ou têm todos os seus pontos em comum.



- <u>Planos perpendiculares</u>

Dois planos são **perpendiculares** se, e somente se,um deles contem uma reta perpendicular ao outro. Indicamos que um plano α é perpendicular a um plano β por: $\alpha \perp \beta$.



RESUMO:

1. Ponto é um elemento do espaço que indica posição. Representação: Sempre indicamos um ponto com letras maiúsculas.
2. Pontos colineares são pontos que pertencem a mesma linha.
3. Reta: é o conjunto de infinitos pontos colineares. Logo, toda reta é infinita.Representação: r Sempre indicamos uma reta com letras minúsculas.
4. Retas coplanares: são retas que pertencem a um mesmo plano..
5. Retas paralelas: são retas coplanares que não apresentam pontos em comum, ou seja, retas que nunca se encontram.
6. Retas concorrentes: são retas coplanares que apresentam apenas um ponto em comum.
7. Retas coincidentes: são retas que apresentam todos os pontos em comum.
8. Retas reversas: são retas que não pertencem a um mesmo plano.
9. Plano: é o conjunto de infinitas retas paralelas. Logo, todo plano é infinito. Representação: α Sempre indicamos um plano com letras minúsculas do alfabeto grego.

Atividade 2

- Habilidade relacionada: Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

- Pré-requisitos: Conceitos primitivos (ponto, reta e plano).

- Tempo de Duração: 100 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook (com internet), quadro, texto base, livro didático e folha de atividades (planificação dos sólidos em anexo), cola, tesoura, lápis de cor ou caneta hidrográfica e folha de cartolina.

- Organização da turma: Em grupo (com três ou quatro alunos).

- Objetivo: Identificar e relacionar poliedros ou corpos redondos com suas planificações; Reconhecer a planificação dado o nome do sólido.

- Metodologia adotada: Inicialmente será desenvolvida uma atividade em grupo (três ou quatro alunos)-Roteiro de Ação 3 (planificação dos sólidos em anexo), após essa atividade o professor passará no data show uma apresentação (http://www.slideshare.net/RamMad/

contagem-faces-arestas-e-vertices-ram) sobre a definição de poliedros e corpos redondos, além dos elementos de um poliedro. Também será passada uma demonstração dos principais sólidos no data show (http://www.uff.br/cdme/platonicos

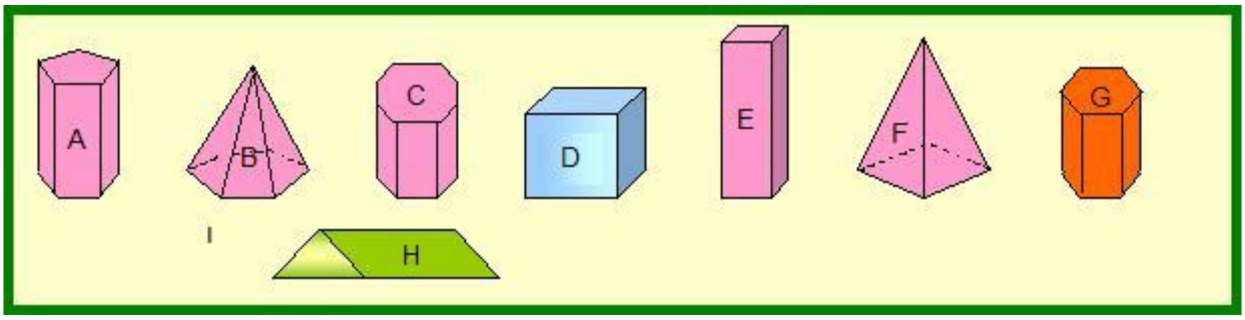
/platônicos)

Ao final da aula os alunos levarão uma copia do material(texto base) resumido sobre poliedro (abaixo).

❖ POLIEDROS

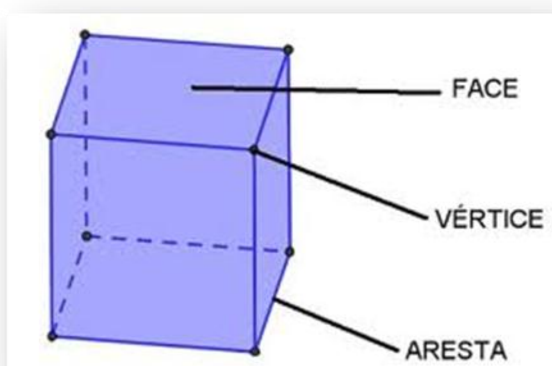
POLIEDRO:

Um *poliedro* é uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.



Cada poliedro é formado por regiões poligonais e pela região do espaço limitado por elas.
Os principais elementos de um poliedro são as faces, as arestas e os vértices.

- → Cada uma das regiões poligonais que limitam o poliedro é chamada de face do poliedro.
- → A intersecção de duas faces dá origem a uma aresta do poliedro.
- → A intersecção de três ou mais arestas dá origem a um vértice do poliedro.



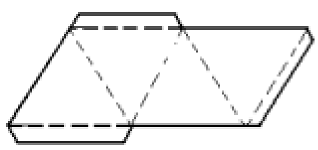
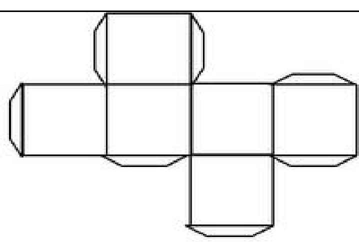
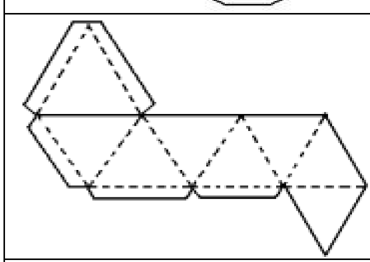
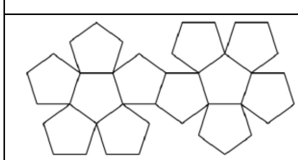
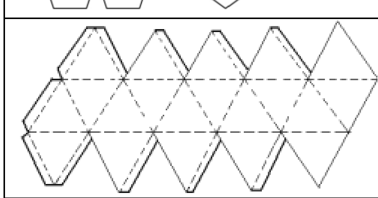
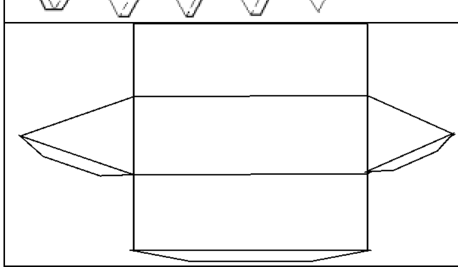
- ✓ A palavra **poliedro**, de origem grega, é formada por poli, que significa “várias”, e edro, que significa “face”.

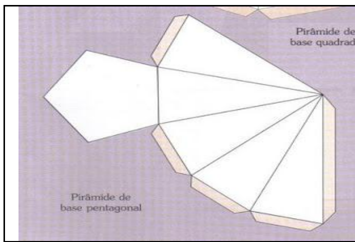
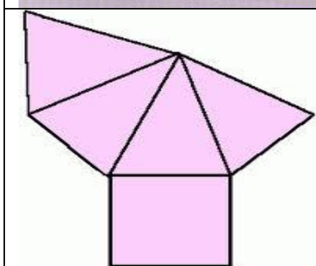
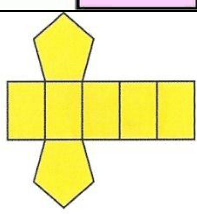
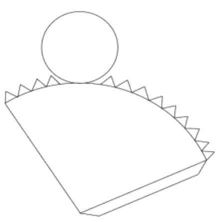
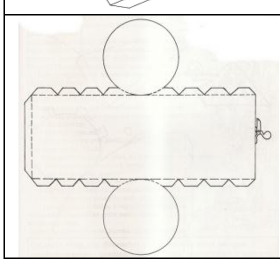
- ✓ Um poliedro costuma ser nomeado de acordo com seu número de faces. Seu nome é composto de um elemento de origem grega (como tetra = 4) seguido do elemento de composição edro. Assim, tetraedro significa “poliedro de 4 faces”.

ATIVIDADE

1) Recorte, monte e cole as figuras que seu professor disponibilizou.

2) Você conhece o nome de algum dos sólidos construídos pelo seu grupo? Tente completar a tabela abaixo, associando a planificação do sólido com o nome dele:

PLANIFICAÇÃO	NOME DO SÓLIDO
	
	
	
	
	
	

3) Observe o cone e o cilindro. O que diferencia estes sólidos dos demais? Será que podemos dividir os sólidos em dois grupos?

4) Você conhece a esfera? Que objetos do dia a dia você pode citar para representa-la? Ela pode ser considerada um corpo redondo? Conserve com seus colegas.

5) Observe os poliedros e complete a tabela a seguir.

Nome do Poliedro	**Nome dos polígonos que compõe o poliedro**	**Quantidade de polígonos que compõe o poliedro**
Tetraedro	Triângulos	4
Hexaedro ou Cubo		

Octaedro		
Dodecaedro		
Icosaedro		
Prisma de base triangular		
Prisma de base pentagonal		
Pirâmide de base quadrada	Quadrado e triângulo	1 quadrado e 4 triângulos
Pirâmide de base pentagonal		

6) Vamos analisar os cinco primeiros poliedros que aparecem na tabela (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro). Quantos tipos diferentes de polígonos compõe cada um deles? Esses polígonos são regulares?

7) E quanto aos demais poliedros, quantos tipos diferentes de polígonos compõe cada um deles?

8) Onde podemos encontrar os poliedros ou corpos redondos listados abaixo no nosso dia a dia?
a) Cubo
b) Pirâmide de base quadrada
c) Cubo
d) Cilindro

<u>Atividade 3</u>

- Habilidade relacionada: Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou aresta de poliedros expressa em um problema

- Pré-requisitos: Conceitos primitivos (ponto, reta e plano).

- Tempo de Duração: 100 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: folha de atividades, texto base, folha de oficio em branco, os poliedros previamente construídos e quadro.

- Organização da turma: Em grupo (com três ou quatro alunos).

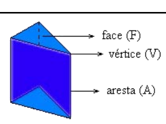
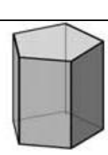
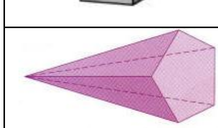
Objetivo: Calcular o número de faces dadas às relações entre o número de vértices e arestas de um poliedro.

- Metodologia adotada: Inicialmente os alunos manipularão os sólidos por eles construídos (aula anterior) em seguida o professor pedirá que os alunos planifiquem os mesmos sólidos (desenho em folha de ofício) e que preencham uma tabela (em anexo). Após essa atividade o professor apresentará a relação (espera-se que os alunos já tenham percebido a relação). Em seguida serão resolvidos alguns exemplos e passado uma lista de exercícios.

❖ RELAÇÃO DE EULER

Os elementos dos poliedros mantêm entre si muitas relações geométricas, numéricas e métricas. Entre as relações numéricas, uma das mais importantes, é a denominada **relação de Euler**, que relaciona o número de vértices (v), de arestas (A) e de faces (F) de qualquer poliedro convexo:

$$V + F - 2 = A$$

Poliedro	V	F	A	V + F	V + F - 2
	6	5	9	11	9
	10	7	15	17	15
	6	6	10	12	10

Exemplo 1

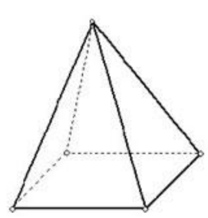
Determine o número de faces de um sólido que possui 10 arestas e 6 vértices.

Resolução:
V – A + F = 2
6 – 10 + F = 2
–4 + F = 2
F = 4 + 2
F = 6
Portanto, o sólido possui 6 faces.

Exemplo 2

Determine o número de vértices da pirâmide quadrangular a seguir:

Visivelmente podemos afirmar que a pirâmide possui 5 vértices, 5 faces e 8 arestas. Vamos agora demonstrar que a relação de Euler é válida na determinação dos elementos da pirâmide de base quadrangular.



Resolução:

Vértices
V – A + F = 2
V – 8 + 5 = 2
V = 2 + 3
V = 5

Arestas
V – A + F = 2
5 – A + 5 = 2
–A = 2 – 10
–A = –8 x(–1)
A = 8

Faces
V – A + F = 2

$5 - 8 + F = 2$
$-3 + F = 2$
$F = 2 + 3$
$F = 5$
Podemos notar que a relação de Euler é realmente válida na determinação dos elementos de um sólido convexo.

Exemplo 3

O número de faces de um poliedro convexo de 22 arestas é igual ao número de vértices. Determine, utilizando a relação de Euler, o número de faces do poliedro.

Resolução:

Considerando que o número de faces é igual ao número de vértices, podemos representar os valores desconhecidos pela incógnita x. Dessa forma, F = x e V = x.

Aplicando a relação de Euler:
$V - A + F = 2$
$x - 22 + x = 2$
$2x = 2 + 22$
$2x = 24$
$x = 12$

Portanto, o número de faces do poliedro com 22 arestas é igual a12.

EXERCÍCIOS

1) Um poliedro convexo tem 3 faces pentagonais e algumas faces triangulares. Qual o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares.

R: O poliedro possui 3 faces pentagonais e 3 faces triangulares, totalizando 6 faces.

2) Sabendo que em um poliedro o número de vértices corresponde a 2/3 do número de arestas, e o número de faces é três unidades menos que o de vértices. Calcule o número de faces, de vértices e arestas desse poliedro.

R: O poliedro possui 7 faces, 15 arestas e 10 vértices.

3) (**UF-AM**) O número de faces de um poliedro convexo de 22 arestas é igual ao número de vértices. Então, qual o número de faces do poliedro?

R: Como o número de faces é igual ao número de vértices, concluímos que o poliedro possui 12 faces.

4) **(FAAP-SP)** Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

R: O poliedro possui 8 faces.

5) Sabendo que um poliedro possui 20 vértices e que em cada vértice se encontram 5 arestas, determine o número de faces dessa figura.

R: O poliedro em questão possui 32 faces

6) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

R: O poliedro possui 8 faces.

7) Quando João entrou na sala do professor, fez uma observação sobre a beleza do objeto de vidro que estava sobre os papéis do mestre. Este, não resistindo à tentação de propor um problema, característica do matemático, apresentou ao aluno a seguinte questão: Calcule o número de arestas e de vértices deste peso de papel, que é um poliedro convexo de 6 faces quadrangulares e 2 hexagonais.

R: : O poliedro possui 18 arestas e 12 vértices

8) Um poliedro convexo tem cinco faces triangulares e três pentagonais. O número de arestas e o número de vértices deste poliedro são:

R: O poliedro possui 15 arestas e 9 vértices.

Atividade 4

- Habilidade relacionada: Identificar a relação entre o número de vértices, faces e aresta de poliedros.

- Pré-requisitos: Relação de Euler.

- Tempo de Duração: 100 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook (com vídeos- Os poliedros de Platão- http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.), canudos de plástico, barbante, tesoura, quadro e texto base.

- Organização da turma: Em grupo (4 alunos).

- Objetivo: Reconhecer propriedades dos poliedros e aplicar relações entre seus elementos; Demonstrar a existência de apenas cinco classes de poliedros de Platão.

- Metodologia adotada: Inicialmente será passado um vídeo (os poliedros de Platão), após a apresentação o professor iniciará um debate a respeito dos poliedros de Platão e questionará os alunos sobre o porquê da existência de apenas cinco desses sólidos. Em seguida o professor fará a demonstração no quadro. Ao final da demonstração o professor pedirá que os alunos construam os cinco poliedros de canudo (foto anexo).

EXISTEM APENAS CINCO CLASSES DE POLIEDROS DE PLATÃO

Demonstração:

Um poliedro de Platão é convexo, logo satisfaz a relação de Euler: V – A + F = 2 (I) tem todas as F faces com o mesmo número $n(n \geq 3)$de aresta e em todos os V vértices concorre o mesmo número $m(m \geq 3)$ de aresta.

- $F \cdot n = A \cdot 2$, pois cada aresta é lado de duas faces.
- $V \cdot m = A \cdot 2$, pois cada aresta é definida por dois vértices.

Assim, temos: $V = \frac{2A}{m}(II)\ e\ F = \frac{2A}{n}(III)$

Substituindo (II) e (III) em (I) e dividindo por 2A:

$$\frac{2A}{m} - A + \frac{2A}{n} = 2 \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} = \frac{1}{A}\ (IV)$$

Como $A > 0$, o valor de n pode ser obtido por meio dos possíveis valores de m:

- $m = 3 \rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} > 0 \Rightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{6} \Rightarrow n < 6$ Logo, os valores possíveis de n são 3, 4 e 5.
- $m = 4 \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} > 0 \Rightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{4} \Rightarrow n < 4$ Portanto, o valor possível de n é 3.
- $m = 5 \rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} > 0 \Rightarrow \frac{1}{n} > \frac{3}{10} \Rightarrow n < \frac{10}{3}$ Então, o valor possível de n é 3.
- $m = 6 \rightarrow \frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} > 0 \Rightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{3} \Rightarrow n < 3$

Como não é possível uma face ter menos de 3 arestas, desconsideramos m=6. Fazendo os cálculos para $m > 6$, sempre obteremos $n < 3$. Provamos, assim que há apenas cinco pares (m, n) que satisfazem as condições: (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3) e (5, 3), correspondentes às cinco classes de poliedros de Platão.

Ao substituir, em (IV), os valores de m e de n,obtemos os valores de A. E pelos valores de A, de n e de m, obtemos, respectivamente em (II) e (III), os valores de V e F:

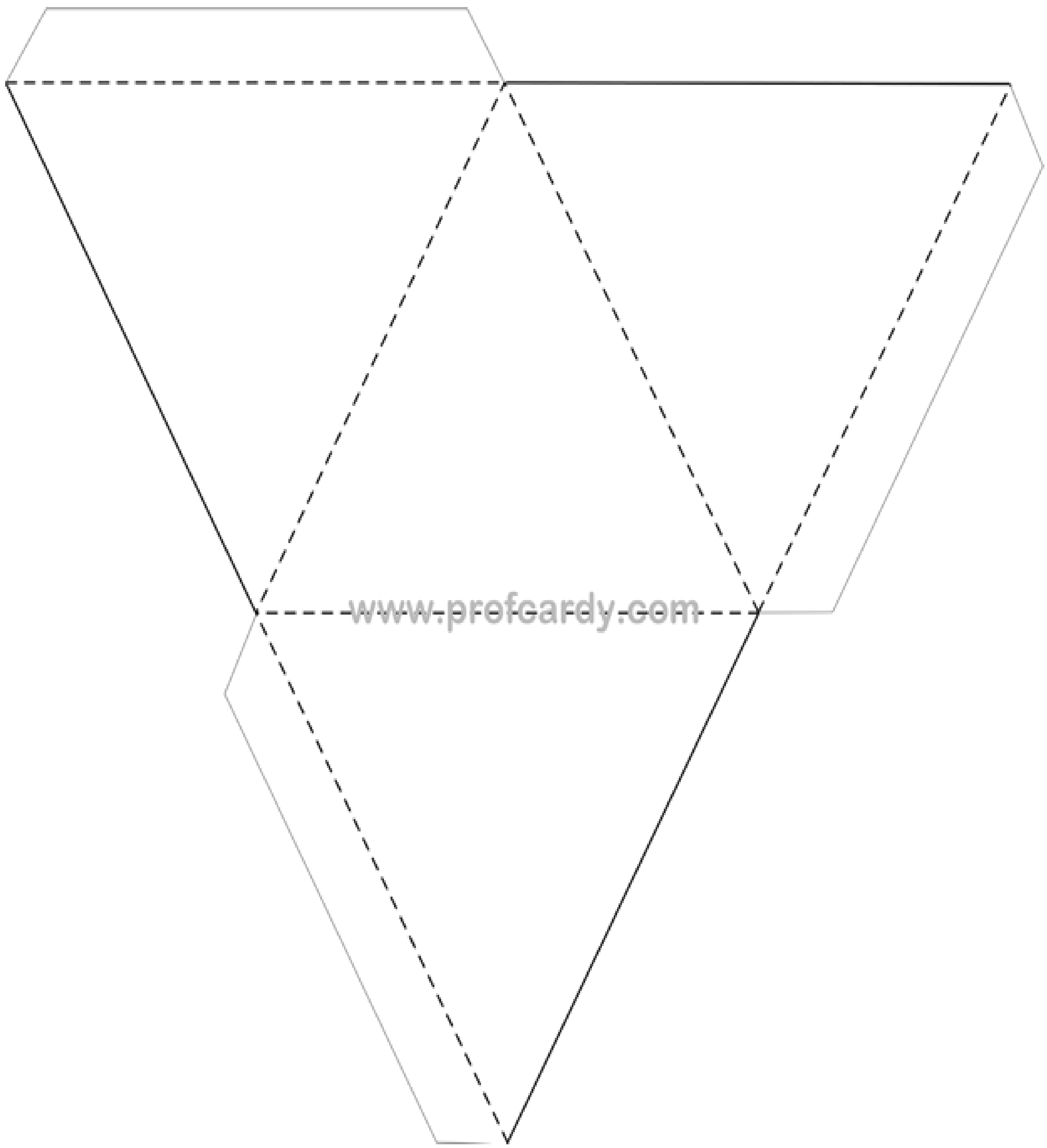
- Para m = 3 e n = 3: A = 6, V = 4 e F = 4;

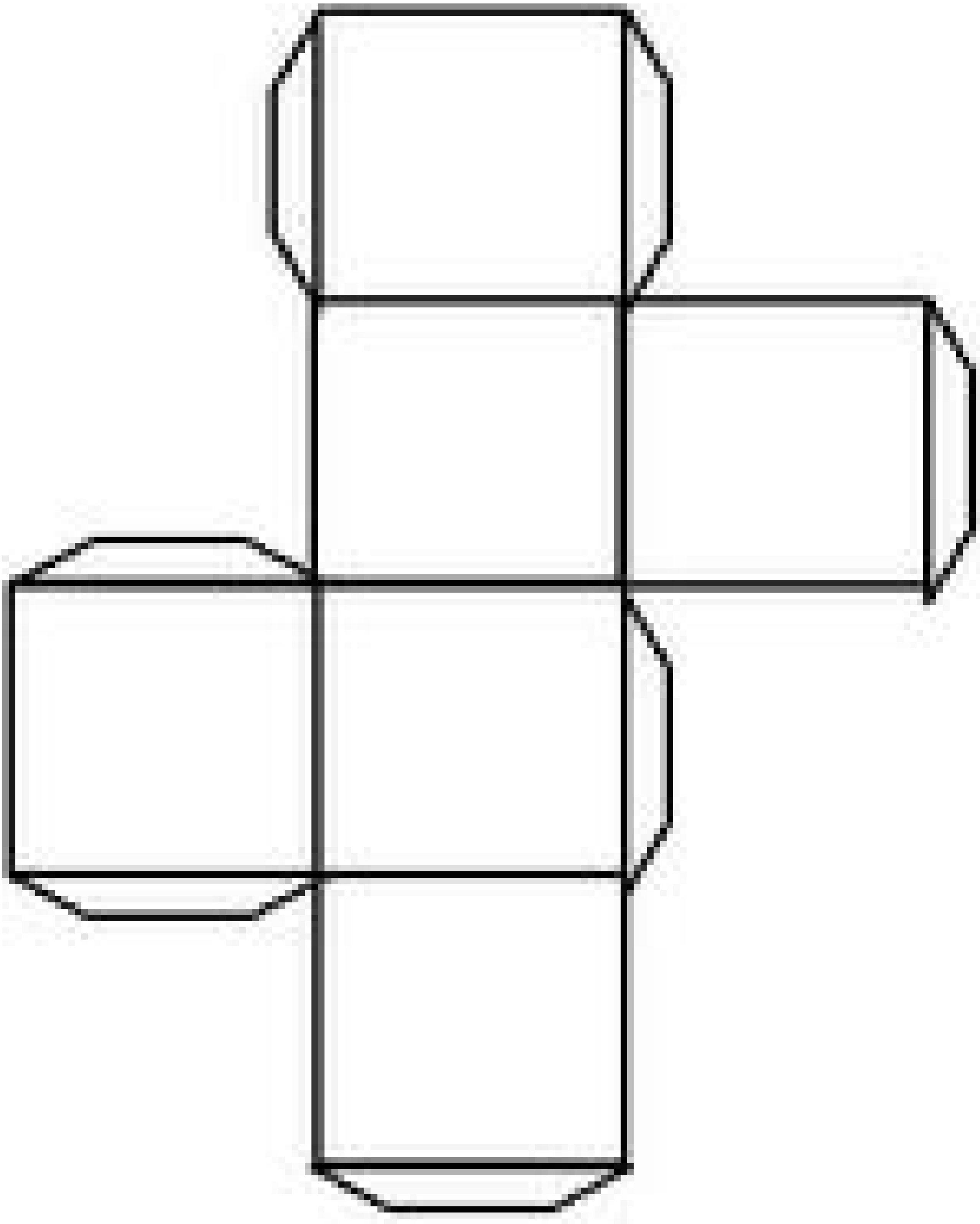
- Para m = 3 e n = 4: A = 12, V = 8 e F = 6;
- Para m = 3 e n = 5: A = 30, V = 20 e F = 12;
- Para m = 4 e n = 3: A = 12, V = 6 e F = 8;
- Para m = 5 e n = 3: A = 30, V = 12 e F = 20;

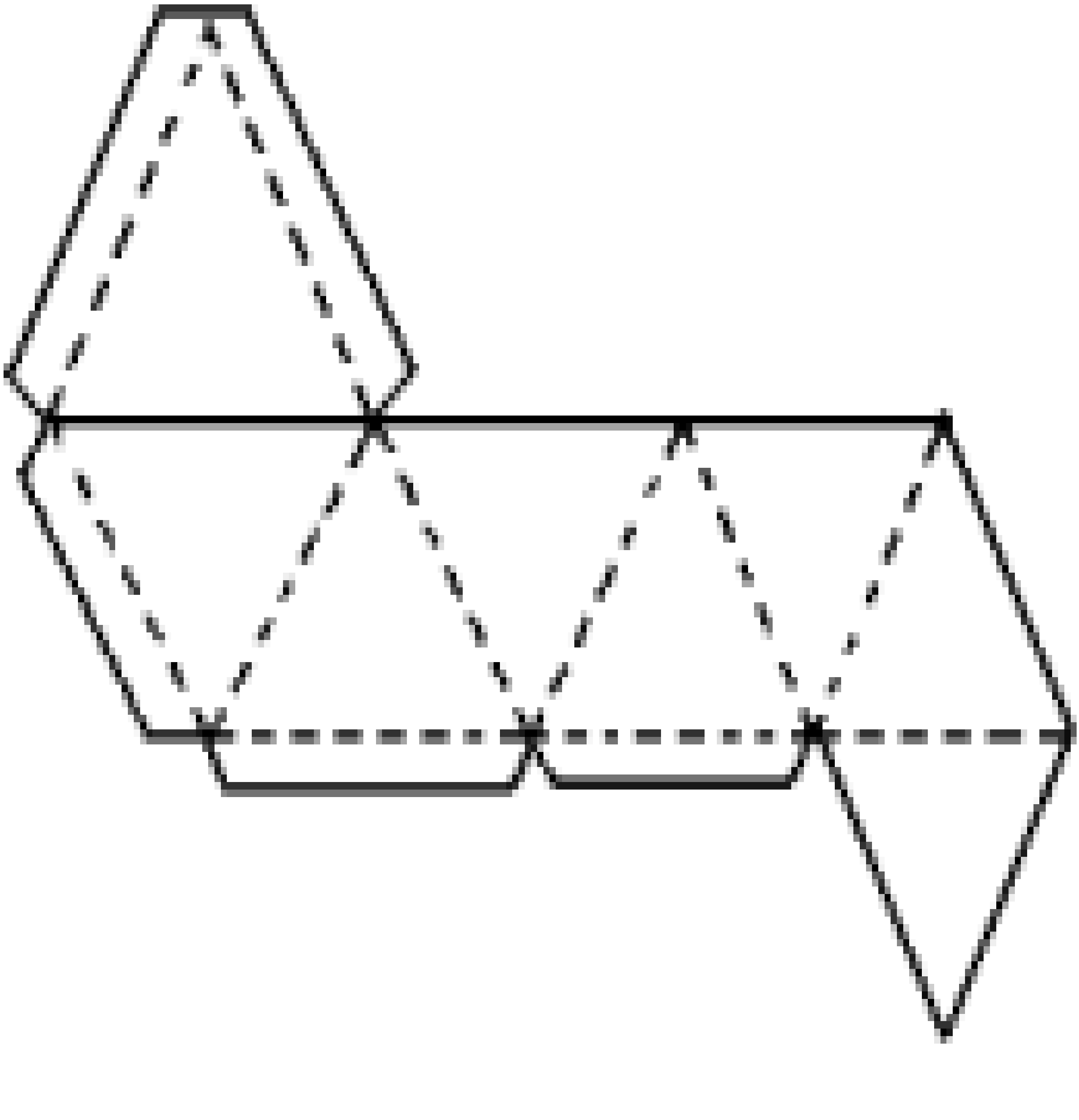
Na tabela abaixo, estão discriminadas as cinco classes de poliedros de Platão.

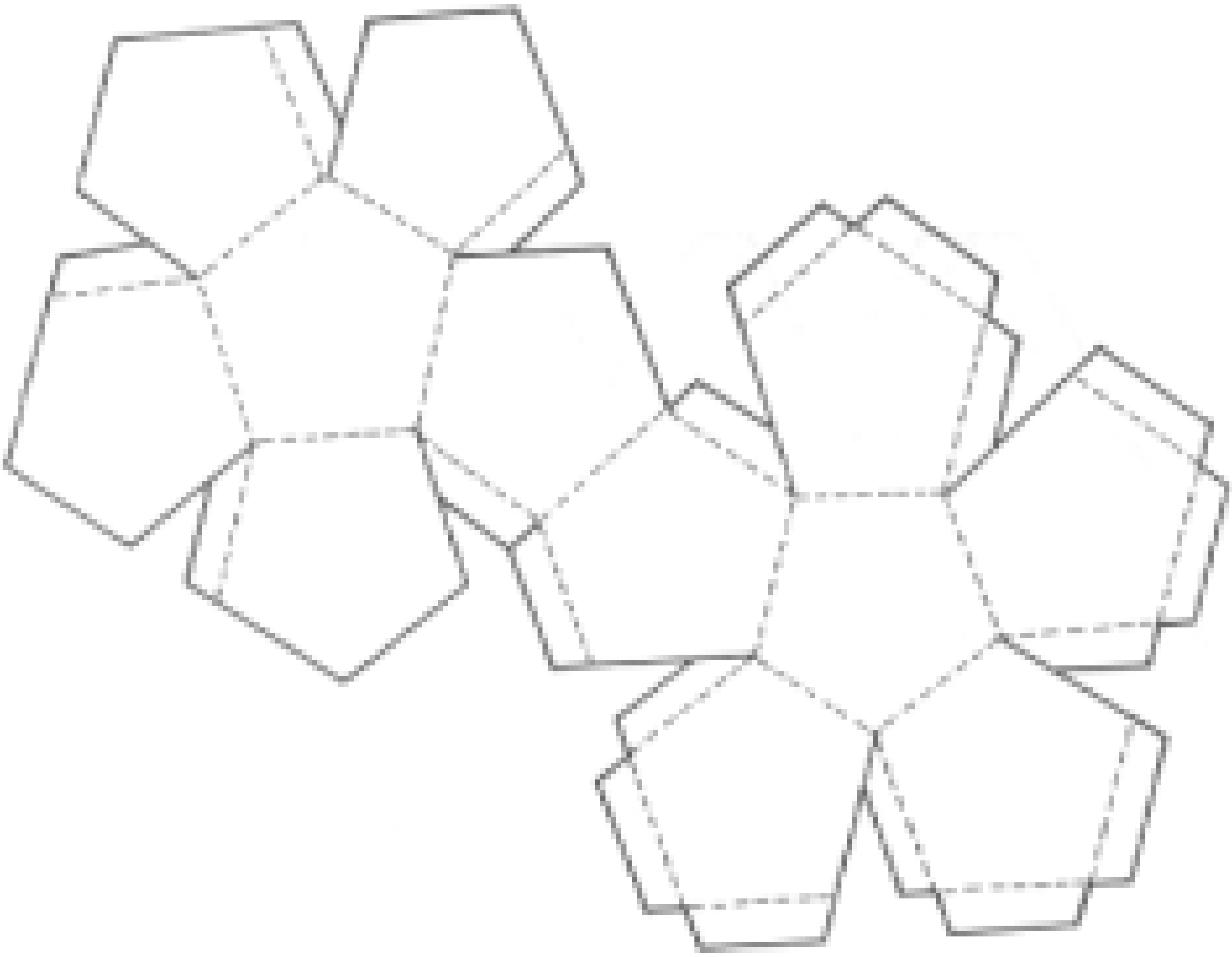
m	n	V	A	F	Nome do poliedro
3	3	4	6	4	tetraedro
3	4	8	12	6	hexaedro
4	3	6	12	8	octaedro
3	5	20	30	12	dodecaedro
5	3	12	30	20	icosaedro

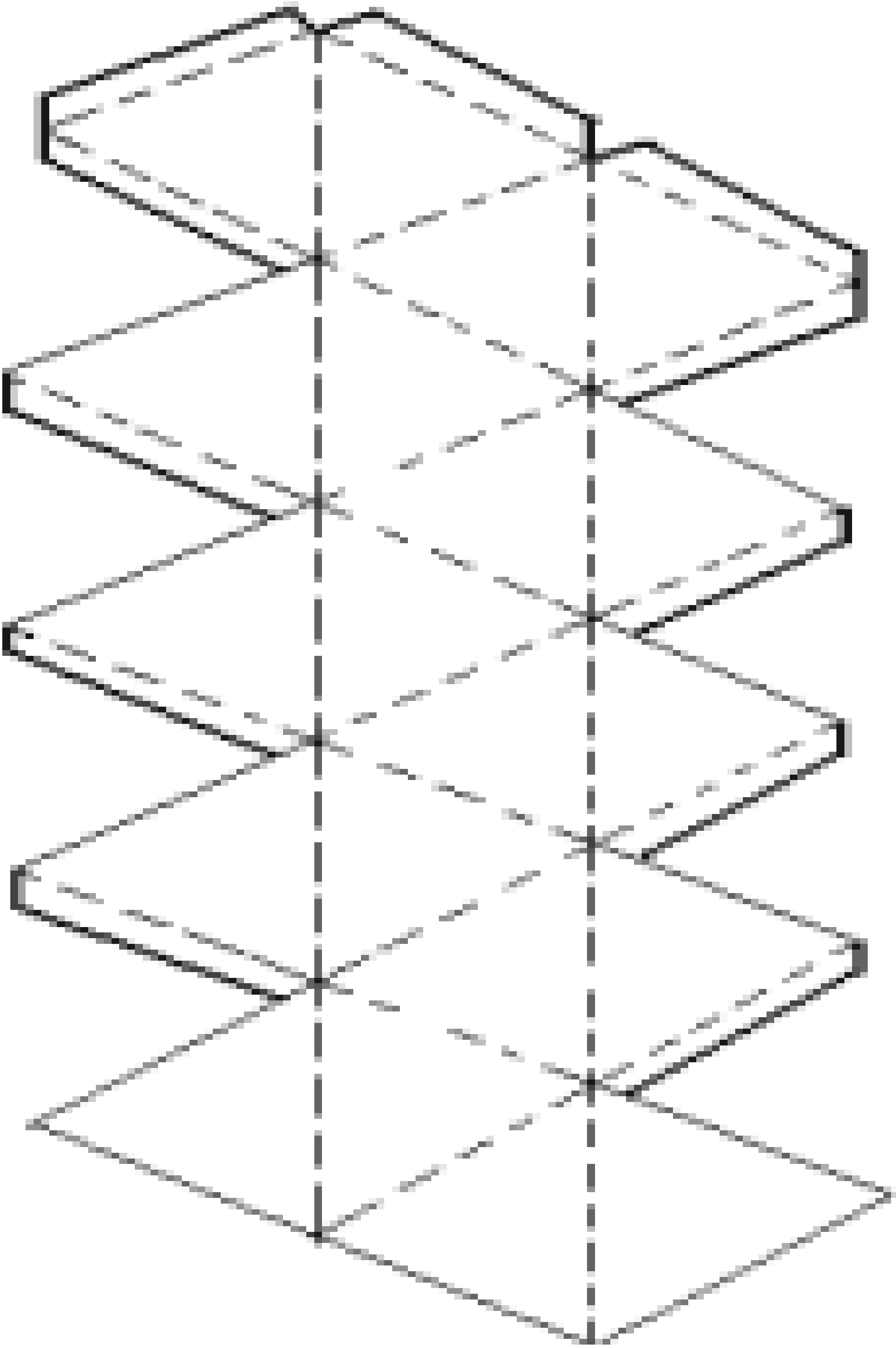
ANEXOS I:

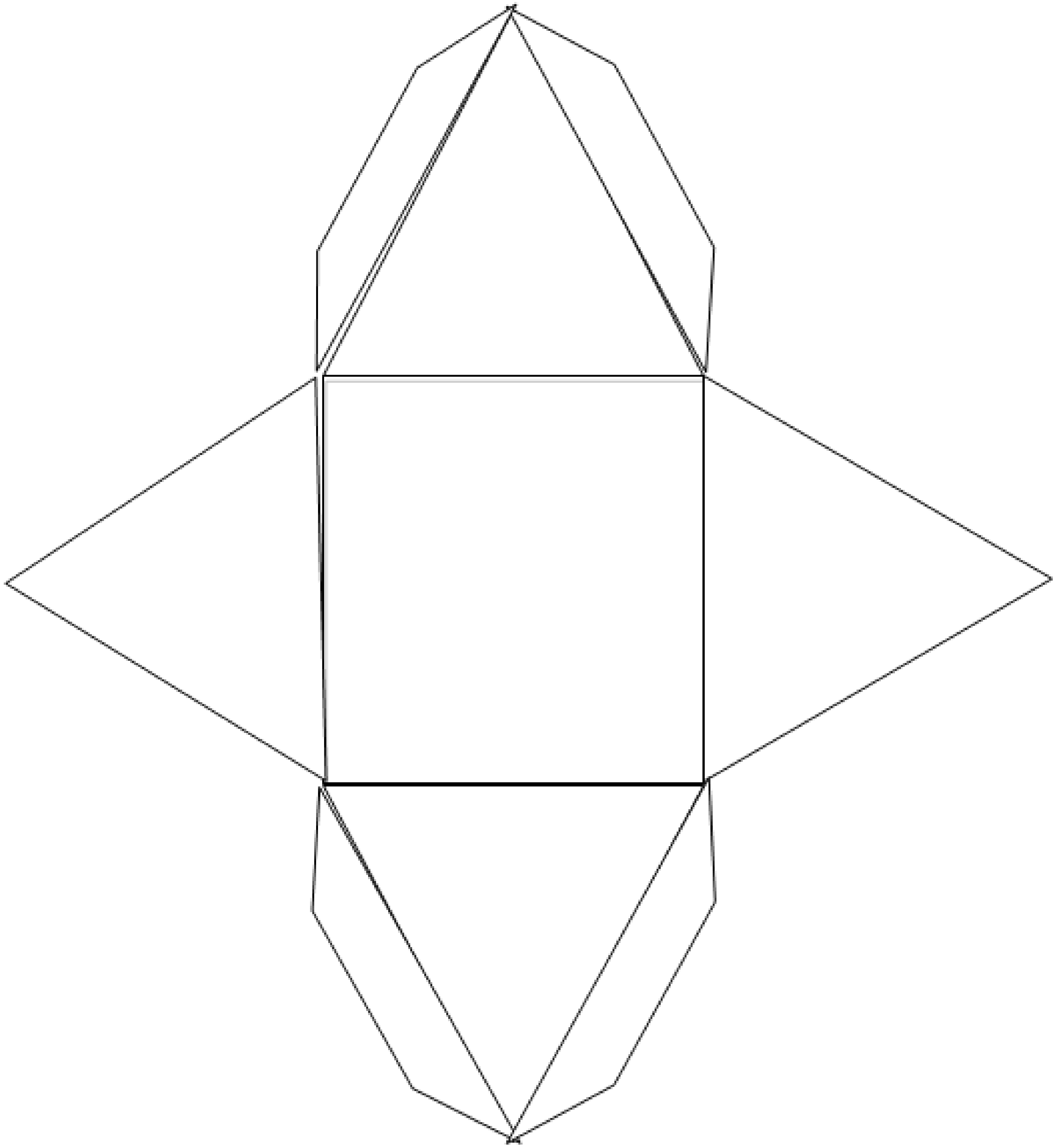


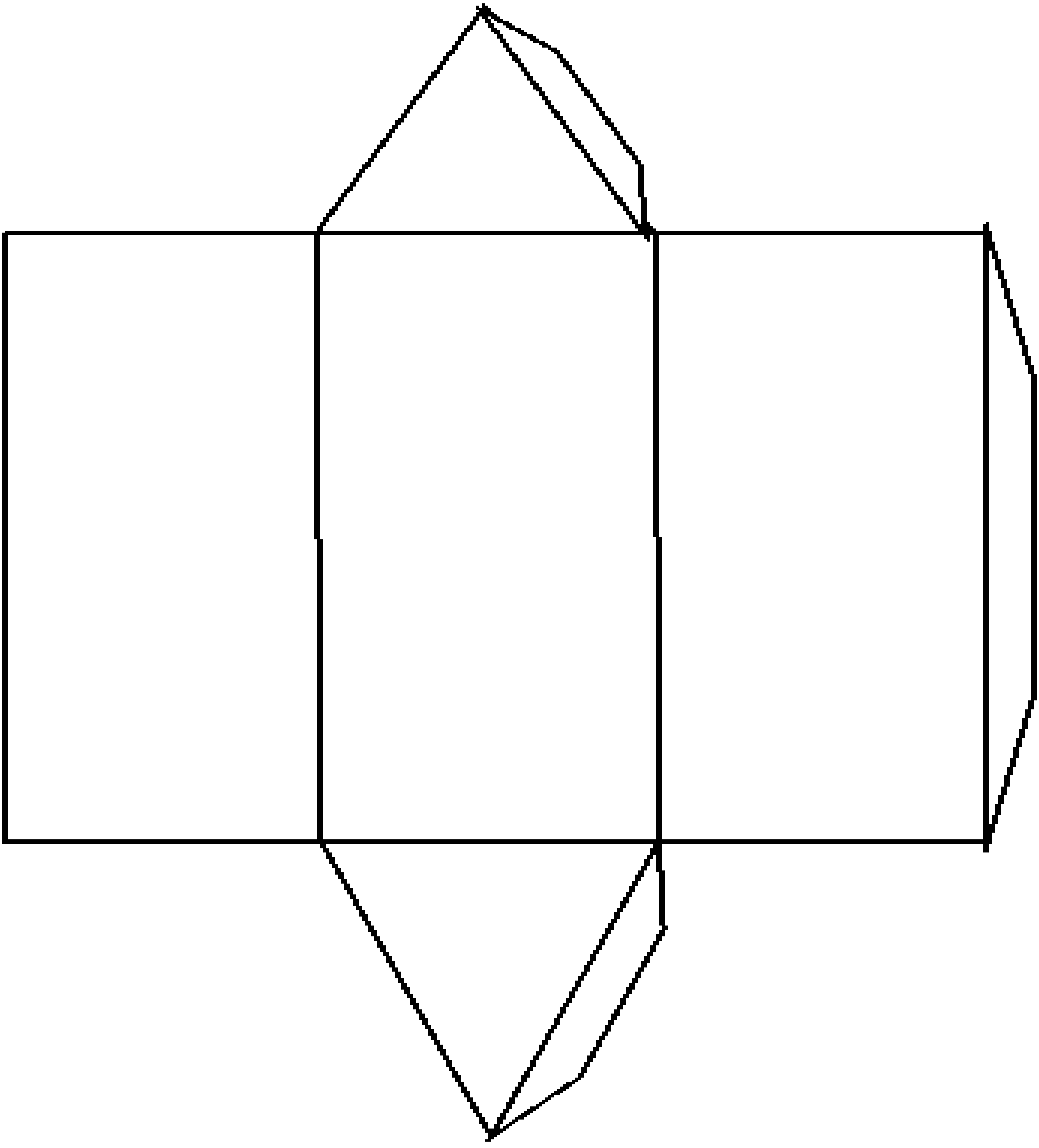


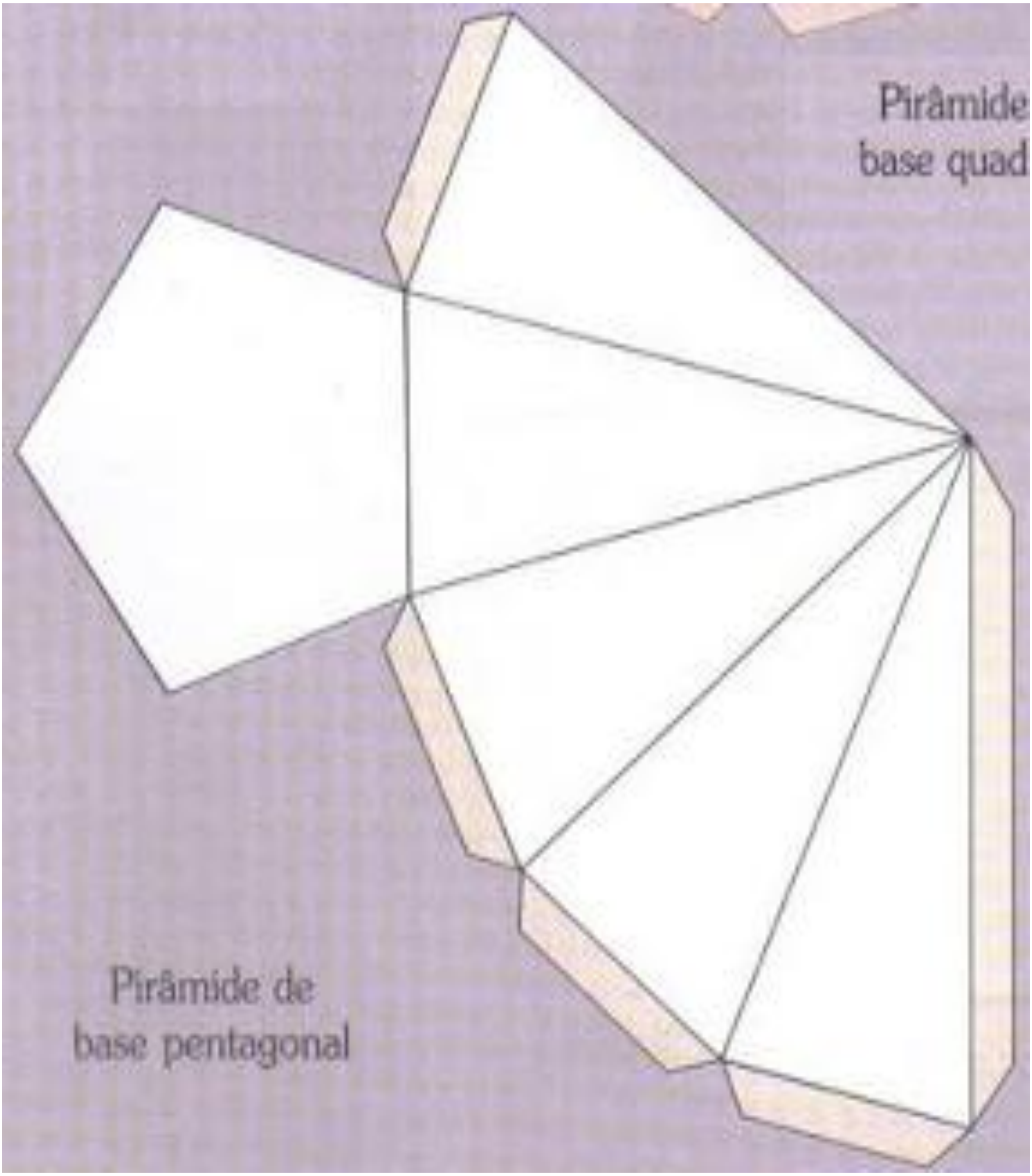


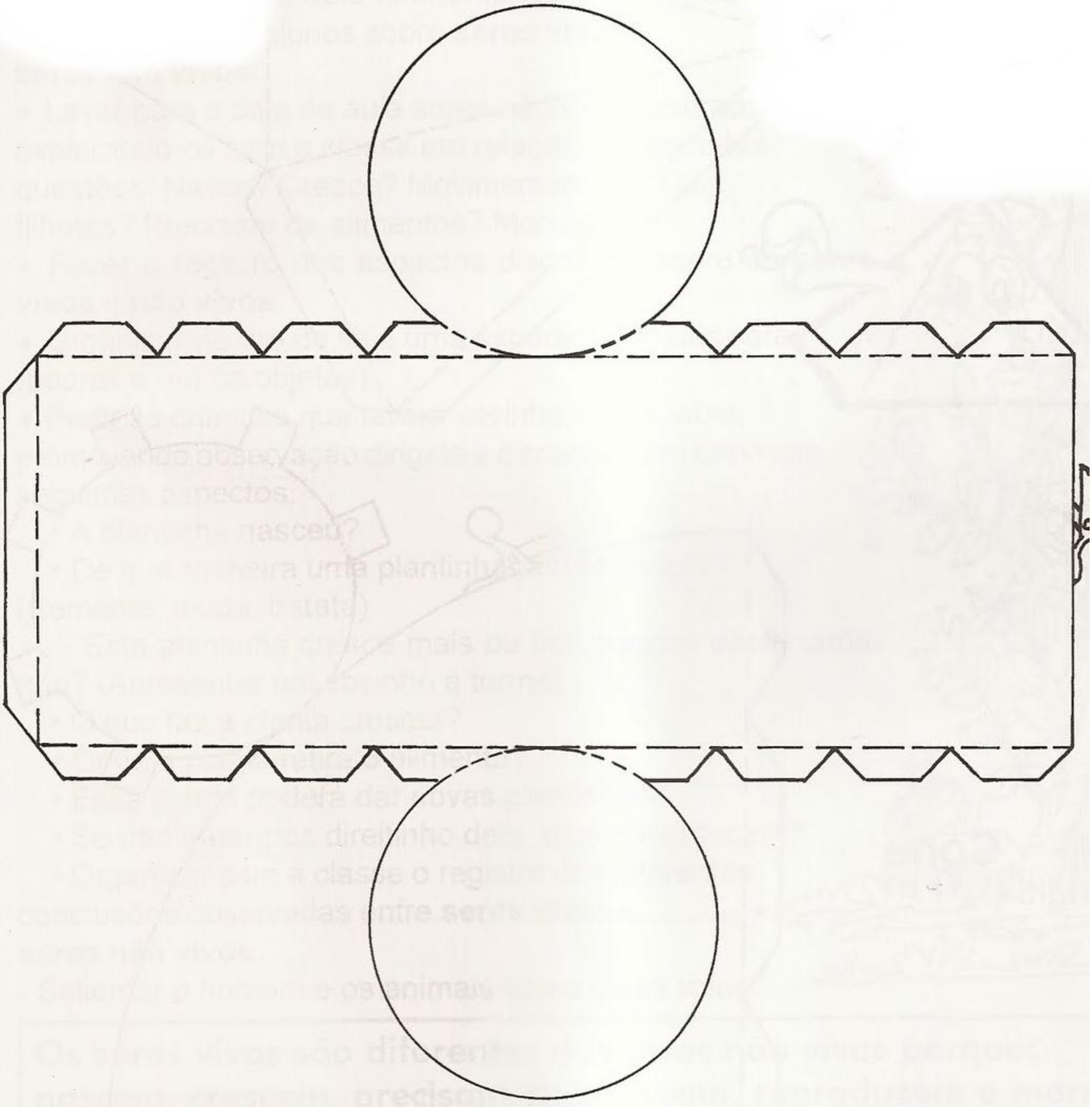


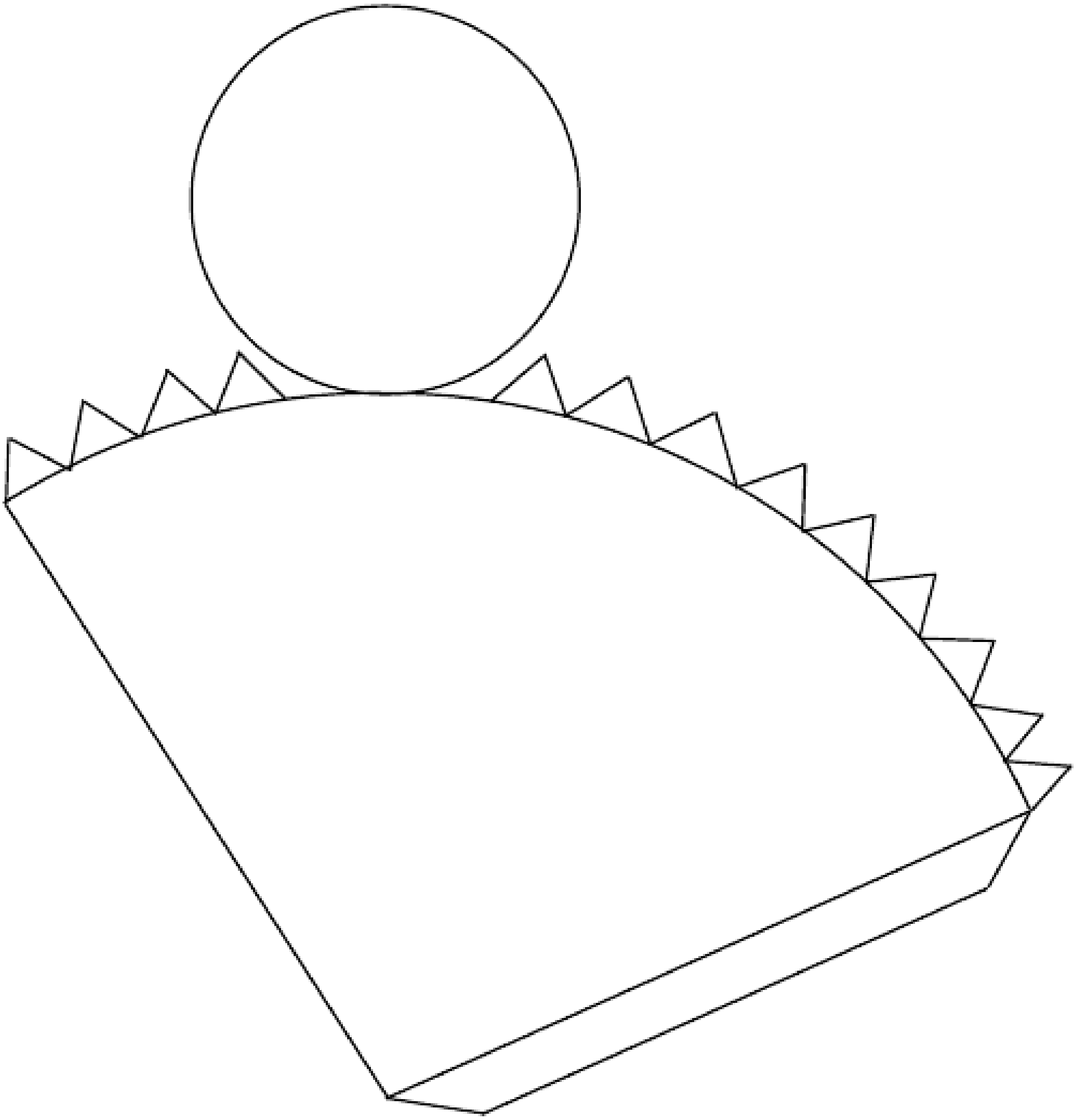






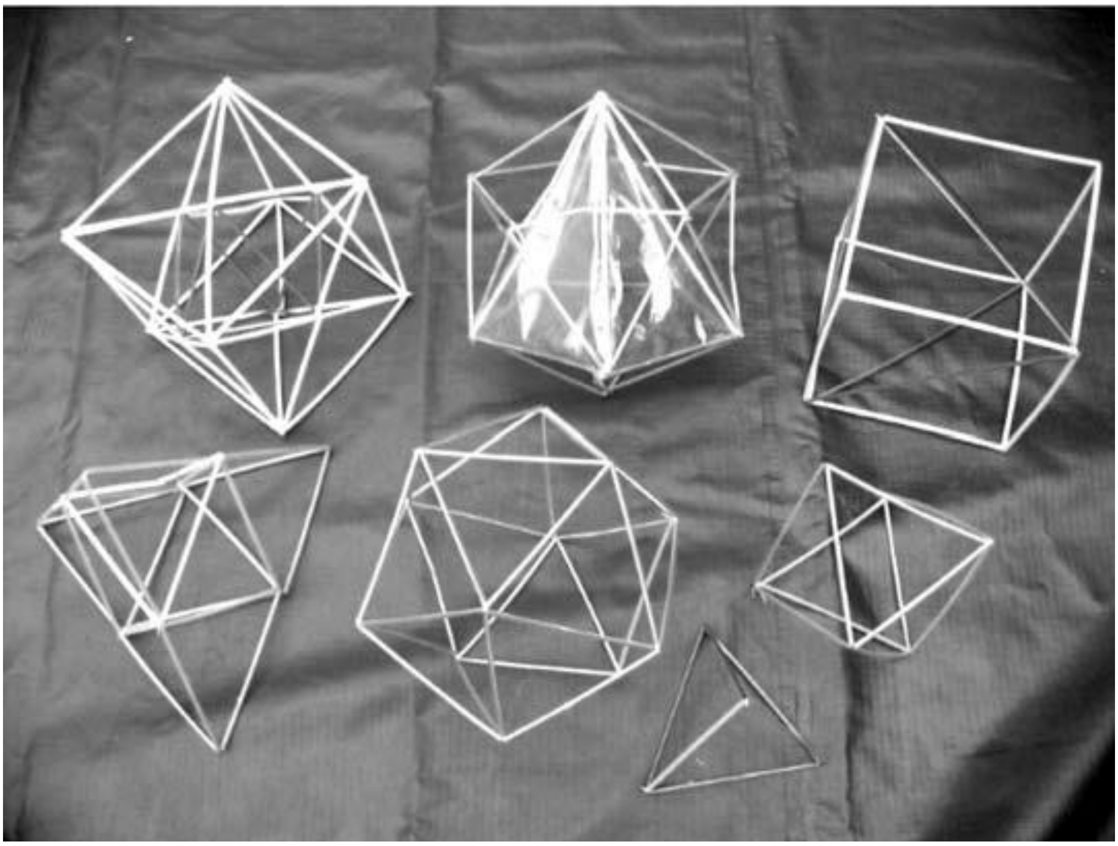

Pirâmide
base quad
Pirâmide de
base pentagonal





ANEXO II

Poliedro	Arestas	Faces	Vértices
Tetraedro			
Cubo			
Octaedro			
Dodecaedro			
Icosaedro			



Avaliação

A avaliação será composta de duas etapas ,a primeira, por meio de observações, e ao final de cada conteúdo proposto, serão desenvolvidas atividades em grupo para verificar a fixação dos conteúdos (lista de exercícios) . Na segunda etapa, os alunos produziram um texto (individualmente), descrevendo o que eles entenderam sobre os conceitos de ponto , reta e plano, além da planificação do polígonos e a relação de Euler .

Referências Bibliográficas

- ROTEIROS DE AÇÃO –Função logarítmica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013

- PAIVA, Manuel. **Matemática Paiva** 2o Ano– 1º Edição – São Paulo: Moderna, 2009. Páginas 187a 208.

- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** Contexto & Aplicações Volume. Único- 1º Edição- São Paulo: Ática, 2001. Páginas 403 a 437

- BARROSO, Juliane Matsubara. ***Conexões com a Matemática*****,** volume 2**.** -1º Edição- São Paulo: Moderna, 2010. Páginas 140 a 170.

- Endereços eletrônicos acessados de 20/02/2013 a 05/03/2013, citados ao longo do trabalho:

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:video

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/

http://www.brasilescola.com/matematica/esfera.htm

http://www.uff.br/cdme/platonicos

http://www.slideshare.net/RamMad/contagem-faces-arestas-e-vertices-ram

http://www.slideshare.net/Micheleboulanger/geometria-de-posio-5756067

http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1927

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2455-8.pdf