

Plano de Trabalho – Equação do 2º grau.

Professor-cursista: Marília Aparecida de Oliveira Tavares. Grupo: 1
Tutor: Emilio Rubem Batista Junior.
Público-Alvo: alunos da turma do 9º Ano do C. E .Bocaina.
Cidade/bairro: Conceição de Macabu/Bocaina.

Introdução :

As equações do 2º grau são resolvidas através de uma expressão matemática atribuída ao matemático indiano Bháskara. Mas analisando a linha cronológica dos fatos, identificamos diversos homens ligados ao desenvolvimento da Matemática. Babilônios, egípcios e gregos utilizavam técnicas capazes de resolver esse tipo de equação anos antes de Cristo. Babilônios e egípcios utilizavam-se de textos e símbolos como ferramenta auxiliar na resolução. Os gregos conseguiam concluir suas resoluções realizando associações com a geometria, pois eles possuíam uma forma geométrica para solucionar tais problemas.

Dentre os indianos, os matemáticos Sridhara, Bramagupta e Bhaskara também contribuíram para o desenvolvimento da Matemática, fornecendo importantes informações sobre as equações do 2º grau. Sridhara foi o primeiro a estabelecer uma fórmula matemática para a resolução das equações biquadradas, pois Bramagupta e Bháskara trabalhavam utilizando textos. Os árabes foram brilhantemente representados por al-Khowarizmi, que se baseando no trabalho dos gregos, criou metodologias para a resolução de equações do 2º grau. A representações geométricas utilizadas por al-Khowarizmi são influenciadas por Euclides.

Foi com o francês Viète que o método resolutivo das equações do 2º grau ganharam como símbolos, as letras. Viète é o responsável pela modernização da álgebra. Seus trabalhos foram desenvolvidos por outro francês, denominado René Descartes.

Observe que o desenvolvimento da Matemática está ligado a um sequência de fatos que estão correlacionados entre si. Por mais que temos uma expressão definitiva para a resolução de equações do 2º grau, seria contundente dizermos que muitos ainda pesquisam e trabalham nessa expressão, no intuito de descobrirem novas maneiras de encontrar as raízes de uma equação do 2º grau.

(Apresentar o vídeo de link: <http://www.youtube.com/watch?v=4gJPYebnQXY>)

Desenvolvimento:

Atividade 1:

Roteiro de Ação: Estudando problemas com duas soluções possíveis.

Duração prevista: 100 minutos.

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Equação do 2º grau .

Objetivos: Construir o conceito de equação do 2º grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis .

Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.

Material necessário: Folha de atividade.

Organização da classe: Turma disposta em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados: H48- Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau. H52- Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Vamos ver um dos problemas proposto no livro Al - jabr:

“Dividir 10 em duas partes de modo que a soma dos produtos obtidos, multiplicando cada parte por si mesma, seja igual a 58.”

1. Leu o problema proposto no livro Al-jabr com bastante atenção? Então, você conseguiria pensar em dois números naturais que dividam o número 10 em duas partes? Quais seriam esses números?

2. Apresente a soma da multiplicação de cada parte por si mesma.

3. Deu 58?

Se você ainda não conseguiu encontrar o par de números que desejamos, não desanime. Realmente não é algo tão simples. Mas vamos tentar mais um pouco. Afinal, não são tantos os pares de números possíveis.

4. Com a ajuda de seus colegas e de seu professor, faça novas tentativas até encontrar o par de números que procuramos. Registre suas tentativas no espaço a seguir.

5. Agora que você encontrou o par de números procurado, vamos representar esse problema por meio de uma equação. Que equação seria essa? Reflita com seus colegas e registre as conclusões.

$$\begin{cases} x + y = 10 & (i) \\ x^2 + y^2 = 58 & (ii) \end{cases} \quad y = 10 - x$$

$$\begin{aligned} x^2 + (10 - x)^2 &= 58 \Rightarrow x^2 + 100 - 20x + x^2 = 58 \Rightarrow 2x^2 - 20x + 42 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \end{aligned}$$

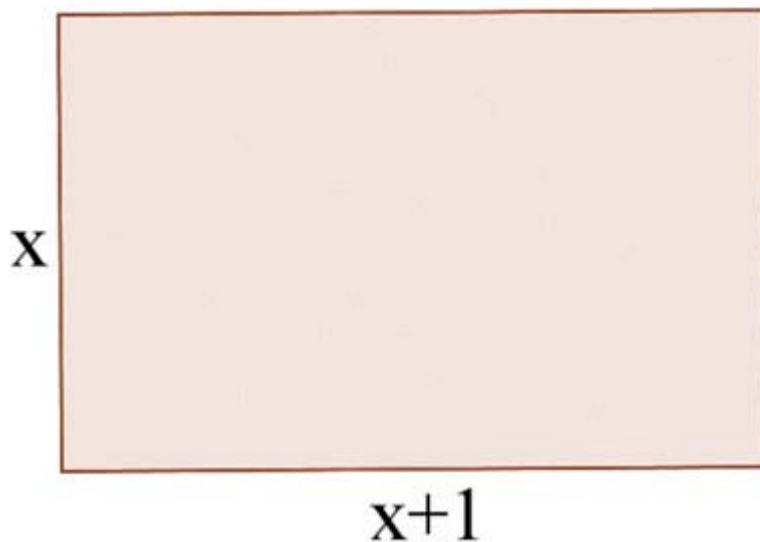
6. Vamos testar a solução que você encontrou na equação $x^2 - 10x + 21 = 0$? Ou seja, substitua a incógnita x pelos números que você encontrou (um de cada vez) e verifique se a igualdade da equação é verdadeira. Registre suas conclusões.

Vamos pensar agora em outro problema que também envolve uma equação de 2º grau de uma forma um pouco diferente da que você viu acima?

Uma sala de aula retangular tem 20m^2 de área. Qual a medida de cada lado dessa sala, se a medida da base supera a medida da altura em 1m ?

7. Desenhe uma figura que represente a situação do problema descrito acima. Junte-se aos seus amigos para pensar e desenhe a seguir a figura que vocês conceberam!

Talvez vocês tenham encontrado uma figura como a que está a seguir:



8. Você consegue descobrir a medida dos seus lados? Tente vários números até conseguir, assim como fez para o problema anterior. Registre suas tentativas no espaço a seguir.

9. Agora, assim como no problema anterior, escreva a forma algébrica da área dessa sala retangular. Discuta sobre isso com seus colegas e registre que tipo de equação você encontrou.

10. Agora, substitua o valor de x , que você encontrou para a altura desse retângulo, na equação do 2º grau que acabou de encontrar. O que aconteceu?

11. Você acha que essa equação pode ser considerada representação, na forma algébrica, do problema de área descrito acima? Justifique sua resposta.

Atividade2:

Roteiro de ação – Relembrando os produtos notáveis

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Equação do 2º grau

Objetivos: Escrever algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas, usando o conceito dos produtos notáveis “quadrado de uma soma” e “quadrado de uma diferença” através da interpretação geométrica dos mesmos.

Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, cálculo de áreas de figuras planas e conceito de equação do 2º grau.

Material necessário: Folha de atividade

Organização da classe: Turma organizada em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

H47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).

1. Observe as figuras I e II abaixo. Escreva a expressão algébrica que representa a área de cada uma destas figuras. Pense junto com seus colegas e registre suas conclusões!

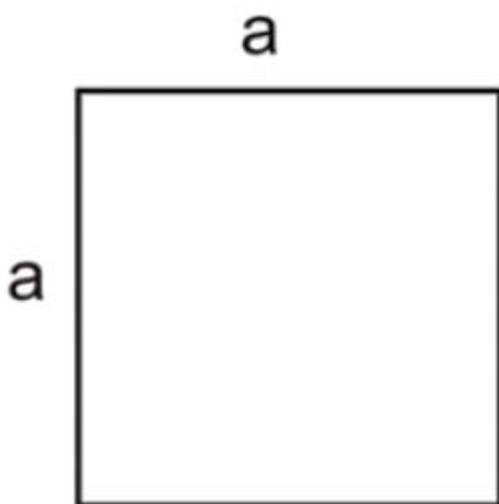


Figura I



Figura II

Agora observe a Figura III.

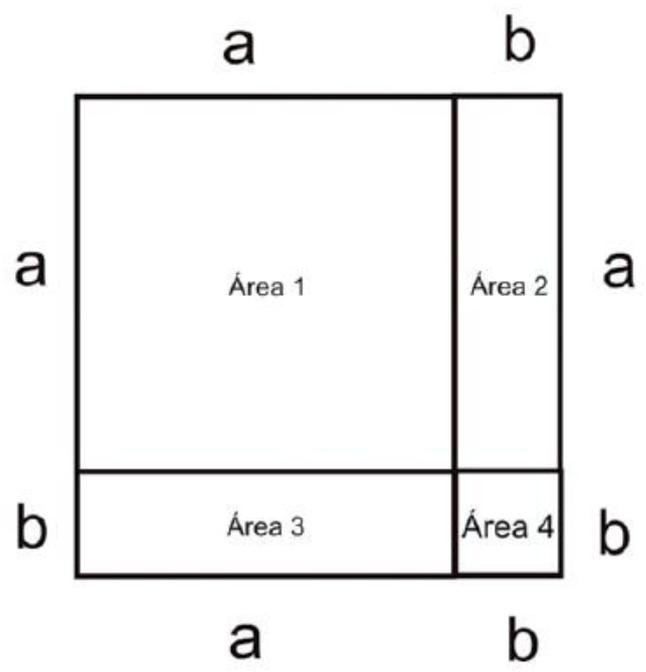


Figura III

2. Quais figuras geométricas compõe a figura III acima?

3. Quantos quadrados você vê nessa figura?

4. E, quantos retângulos você vê?

5. Agora, represente algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, indicadas na Figura III.

Área 1:

Área 2:

Área 3:

Área 4:

6. Agora que você já representou algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, escreva a expressão algébrica que representa a área total da Figura III, ou seja, a área do quadrado maior? Que tal conferir as suas respostas com a dos seus colegas?

Área da Figura III:

Veja, a seguir, a Figura IV. É igual à Figura III, não é? No entanto, com algumas informações diferentes.

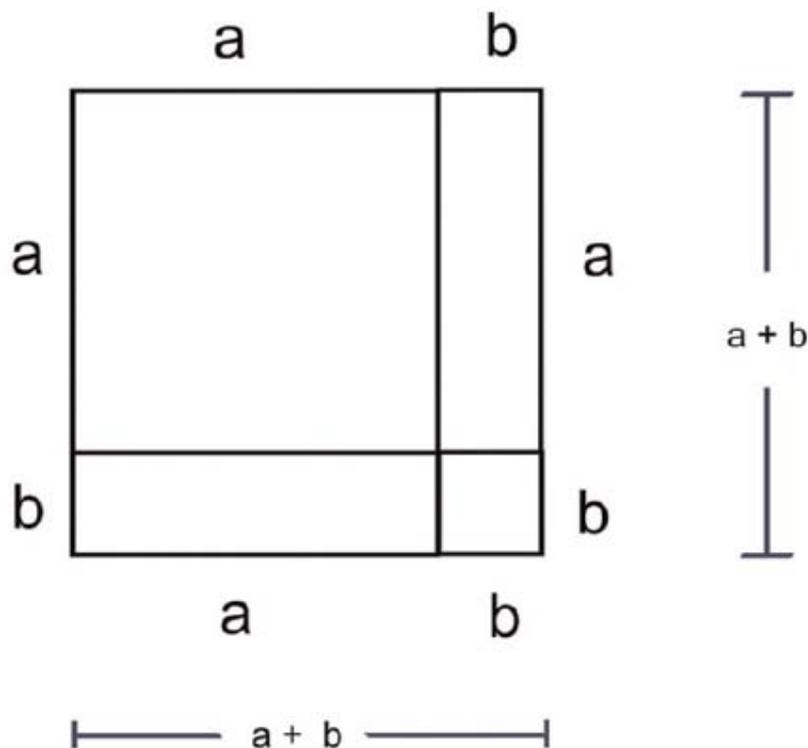


Figura IV

7. Considerando o lado do quadrado maior como $(a+b)$, escreva uma representação algébrica para a sua área?

Você deve ter percebido que se calculássemos a área do quadrado maior como sendo a soma das áreas 1, 2, 3 e 4, obteríamos a expressão $a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$.

Mas, se calculássemos a área deste mesmo quadrado somente usando a informação que o seu lado mede $(a+b)$, então encontraríamos a expressão $(a+b)^2$.

8. Podemos afirmar que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$? Pense em uma justificativa para sua resposta junto com seus colegas e registre a seguir!

Atividade 3:

Roteiro de ação – Completando os quadrados

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Equação do 2º grau

Objetivos: Resolver um problema modelado por uma equação do 2º grau, utilizando o método “completar quadrados”.

Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica; cálculo da área de figuras planas; resolução de equações do 1º grau; conceito de equações do 2º grau; e produtos notáveis.

Material necessário: Folha de atividade, computador com o software de geometria dinâmica Geogebra e datashow.

Organização da classe: Turma organizada em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

H48 – Resolver situações-problema, envolvendo equação do 2º grau.

H52 – Resolver problemas com números reais, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

Você se lembra do famoso matemático e astrônomo Al-Khwarizmi que comentamos no primeiro roteiro? Então, ele propôs um interessante método para resolver equações do 2º grau, conhecido hoje em dia como “Completar quadrados”.

Vamos conhecê-lo? Para isso, que tal pensarmos em uma nova situação-problema?

Senhor Ricardo quer construir uma caixa d’água nova para sua casa. Ele quer que essa nova caixa tenha a base quadrada, altura de 1m e que sua superfície (sem a tampa) tenha 5m² de área total. Mas, não sabe qual o tamanho da base quadrada que deve tomar. Vamos ajudá-lo a construir essa caixa d’água?!

Observe a Figura I que mostra uma imagem da caixa d’água.

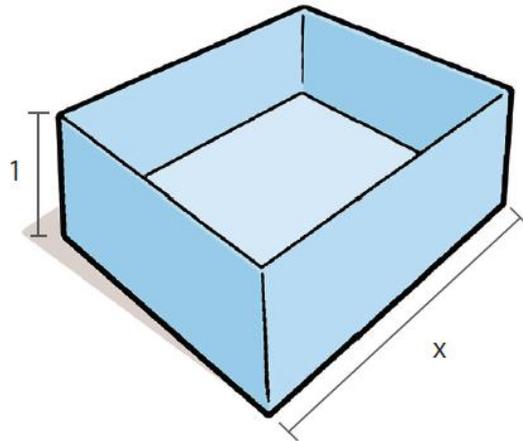


Figura I: Caixa d'água que senhor Ricardo deseja construir

1. Você saberia como calcular a área total da superfície dessa caixa? Converse com seus colegas e descubra junto com eles! Registre as conclusões.
2. Você acha que a Figura II abaixo pode lhe auxiliar na tarefa de calcular essa área? De que forma?

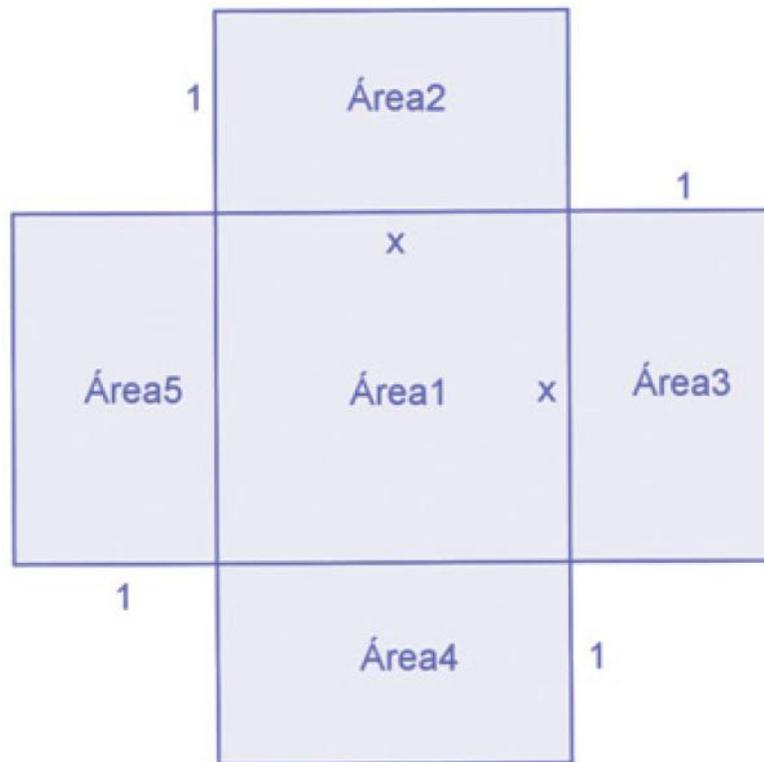


Figura II: Imagem planificada da caixa d'água.

A partir da Figura II, você deve ter observado que se “desmontássemos” a caixa d’água obteríamos uma figura como essa. Para calcular sua área total bastaria somar as áreas 1, 2, 3, 4 e 5.

3. Com essas informações, escreva a expressão algébrica que representa a área total dessa caixa d’água? Junte-se com seus colegas para pensar e registre-a a seguir!

4. Você saberia dizer qual o tipo de equação que você encontrou?

5. Até quantas soluções podemos encontrar para esse problema? Justifique sua resposta.

Agora, que tal fazermos o caminho inverso que fizemos no roteiro anterior, para tentarmos encontrar as soluções dessa equação? Vamos lá!

Vamos arrumar a equação da seguinte maneira:

$$x^2+4x- 5=0 \Rightarrow x^2+4x=5 \Rightarrow x^2+2x+2x=5.$$

6. Olhando para essa última equação, represente geometricamente os termos x^2 e $2x$? Ou seja, desenhe duas figuras geométricas que tenham como área cada um desses termos.

7. Elas são parecidas com as suas?

Você deve ter percebido que a construção contém um quadrado de lado x e dois retângulos de base 2 e altura x , assim como você desenhou no papel.

8. Você conseguiria montar um quadrado, usando somente as três figuras azuis?

Arreste-as e arrume-as como quiser, tente à vontade! E aí, conseguiu?

9. Qual a área dessa figura montada por você?

10. E se você usasse a figura verde? Consequiria montar o quadrado? Qual a área desse quadrado?

11. Qual a área da figura verde?

12. E, como poderíamos expressar algebricamente a área desse quadrado maior, formado pelas 3 figuras azuis e a figura verde?

13. Você consegue observar alguma relação entre essas áreas?

14. Será que assim fica mais fácil achar os possíveis valores de x ? Você conseguiria resolver essa nova equação?

Avaliação:

Ocorreu durante as atividades observando a exploração dos alunos em seus grupos, seus comentários na resolução das atividades e questionamentos propostos durante a apresentação.

Atividade 1:

1) *Identifique os coeficientes de cada equação e diga se ela é completa ou não:*

a) $5x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $3x^2 + 55 = 0$

c) $x^2 - 6x = 0$

d) $x^2 - 10x + 25 = 0$

2) *Se você multiplicar um número real x por ele mesmo e do resultado subtrair 14, você vai obter o quádruplo do número x . Qual é esse número?*

3) Dentre os números -2, 0, 1, 4, quais deles são raízes da equação $x^2 - 2x - 8 = 0$?

Atividade 2:

Quais são as raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$?

- S={-2 e 4}
- S={1 e 9}
- S={2 e 3}
- S={8 e 13}
- S={-2 e 4}

Quais são as raízes da equação $x^2 + 2x - 8 = 0$?

- S={1 e -5}
- S={7 e -1}
- S={1 e -1}
- S={2 e -4}
- S={-2 e -7}

Quais são as raízes da equação $x^2 + 3x - 28 = 0$?

- S={-7 e 4}
- S={-1 e 4}
- S={8 e -7}
- S={-7 e 7}
- S={5 e -4}

Metodologias adotadas:

Aulas expositivas, leitura de textos, resolução e correção de exercícios, resolução e situações-problema, utilização de computador com o software de geometria dinâmica Geogebra e datashow. , pesquisas na internet, atividade oral e escrita, desafios, debates, pesquisa extra-classe .

Referências:

BONJORNO, José Roberto – Matemática:Fazendo a diferença 6^o a 8^o ano/ José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Airton Olivares- 1ª edição S.P. FTD 2006.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática 6^o a 8^oano. São Paulo, Ática. 2007.

GUELLI, Oscar. Matemática: uma aventura do pensamento. 6^o a 8^oano. São Paulo. Ática. 2002 e 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO, TEXTOS E EXERCÍCIOS– Equação do 2^o Grau –Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9^o ano, 2^o bimestre. Disponível em: <<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>>Acesso em :13.maio.2013.

O Surgimento da Equação do 2^o Grau. Disponível em:<<http://www.brasilecola.com/matematica/o-surgimento-equacao-2-o-grau.htm>> Acesso em: 13.maio.2013.

Equação do 2^o grau - Coeficientes .Novo Telecurso 2000 - Aula 73 . Disponível em:

< <http://www.youtube.com/watch?v=4gJPYebnQXY> >Acesso em: 13.maio.2013.