

Formação Continuada em Matemática
Fundação CICIÉRJ/Consórcio Cederj

Matemática 9º Ano – 2º Bimestre /2013

Plano de Trabalho

Equação do 2º grau.

Tarefa 1

Cursista: Herlan Mendonça Peixoto
Tutora: Emílio Rubem Batista Junior

Sumário

INTRODUÇÃO	03
DESENVOLVIMENTO	04
AVALIAÇÃO	14
FONTES DE PESQUISA	15

INTRODUÇÃO

Comecei o tema relacionando-o com a história da Matemática para familiarizar os alunos com a importância e serventia das resoluções das equações do 2º grau, assim, os alunos teriam uma visão da linha do tempo, com pequenas observações sobre a história.

O segundo passo foi problematizar o conteúdo para que os alunos vissem a sua utilização no dia a dia, para isso, utilizei problemas que contribuem para um ensino de Matemática contextualizado, articulando o conteúdo com experiências cotidianas. Nesse segundo passo foi importante trabalhar as raízes das equações utilizando métodos dos quadrados e construções geométricas com o Geogebra elevando o nível de conhecimento matemático dos alunos.

O aprendizado estará completo no momento que o aluno tiver uma construção adequada do conceito associando diferentes modos de resolver as equações.

Para a totalização do plano, serão necessários oito tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos e avaliação da aprendizagem.

O meu objetivo ao trabalhar esse conteúdo com eles é mostrar que o homem ao construir sua história, ele está modificando e ampliando constantemente suas necessidades individuais ou coletivas, de sobrevivência ou de cultura.

A Matemática fornece ao indivíduo, além de uma linguagem para expressar seu pensamento, ferramentas com as quais ele pode gerar novos pensamentos e desenvolver raciocínios, ou seja, a Matemática não é simplesmente uma disciplina, mas também uma forma de pensar, é algo que deve estar disponível a todo ser humano, para que possa fazer uso dela como uma de suas ferramentas de sobrevivência e convívio na sociedade.

O professor deve fazer um acompanhamento contínuo no contexto escolar, sempre orientando e acompanhando os alunos, para que essa orientação e esse acompanhamento propiciem aos alunos uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos expostos.

DESENVOLVIMENTO

Roteiro de ação 1 – Estudando problemas com duas soluções possíveis

- Duração prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Equação do 2º grau
- Objetivos: Construir o conceito de Equação do 2º grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis.
- Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.
- Material necessário: Folha de atividade
- Organização da classe: Turma organizada em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- Descritores associados:
 - H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.
 - H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Falar um pouco sobre a história.

Entre 780 e 859 d. C., viveu um matemático e astrônomo persa-muçulmano de grande importância para o desenvolvimento da Matemática, chamado Al-Khwarizmi. Seu trabalho serviu de base para que o sistema de numeração hindu (usado por nós até hoje) e a álgebra árabe chegassem à Europa.

Em seu livro sobre álgebra, datado de 820, Al-Khwarizmi utilizava equações para resolver problemas de herança, processos legais e de comércio, medição de terra, escavação de canais, entre outras situações vivenciadas no cotidiano. Este livro recebeu o nome de *Hisab al-jabr w'al-muqabala* (A arte de reunir desconhecidos para igualar ao conhecido). O nome Al-Jabr deu origem a palavra álgebra.

Atividade 1

Vamos ver um dos problemas proposto no livro Al-jabr:

“Dividir 10 em duas partes de modo que a soma dos produtos obtidos, multiplicando cada parte por si mesma, seja igual a 58.”

1. Leu o problema proposto no livro Al-jabr com bastante atenção? Então, você conseguiria pensar em dois números naturais que dividam o número 10 em duas partes? Quais seriam esses números?
2. Apresente a soma da multiplicação de cada parte por si mesma.
3. Deu 58?

Se você ainda não conseguiu encontrar o par de números que desejamos, não desanime. Realmente não é algo tão simples. Mas vamos tentar mais um pouco. Afinal, não são tantos os pares de números possíveis.

4. Com a ajuda de seus colegas e de seu professor, faça novas tentativas até encontrar o par de números que procuramos. Registre suas tentativas no espaço a seguir.
5. Agora que você encontrou o par de números procurado, vamos representar esse problema por meio de uma equação. Que equação seria essa? Reflita com seus colegas e registre as conclusões.
6. Vamos testar a solução que você encontrou na equação $x^2 - 10x + 21 = 0$? Ou seja, substitua a incógnita x pelos números que você encontrou (um de cada vez) e verifique se a igualdade da equação é verdadeira. Registre suas conclusões.

Vamos pensar agora em outro problema que também envolve uma equação de 2º grau de uma forma um pouco diferente da que você viu acima?

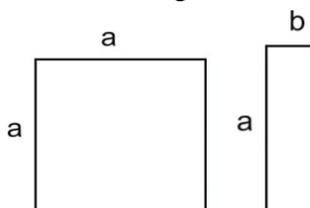
Uma sala de aula retangular tem 20m^2 de área. Qual a medida de cada lado dessa sala, se a medida da base supera a medida da altura em 1m ?

7. Desenhe uma figura que represente a situação do problema descrito acima. Junte-se aos seus amigos para pensar e desenhe a seguir a figura que vocês conceberam!
8. Você consegue descobrir a medida dos seus lados? Tente vários números até conseguir, assim como fez para o problema anterior. Registre suas tentativas no espaço a seguir.
9. Agora, assim como no problema anterior, escreva a forma algébrica da área dessa sala retangular. Discuta sobre isso com seus colegas e registre que tipo de equação você encontrou.
10. Agora, substitua o valor de x , que você encontrou para a altura desse retângulo, na equação do 2º grau que acabou de encontrar. O que aconteceu?
11. Você acha que essa equação pode ser considerada representação, na forma algébrica, do problema de área descrito acima? Justifique sua resposta.

Roteiro de ação 2 – Relembrando os produtos notáveis.

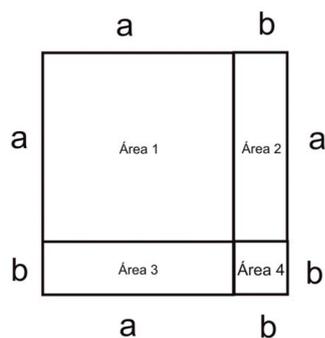
- Duração prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Equação do 2º grau
- Objetivos: Escrever algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas, usando o conceito dos produtos notáveis “quadrado de uma soma” e “quadrado de uma diferença” através da interpretação geométrica dos mesmos.
- Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, cálculo de áreas de figuras planas e conceito de equação do 2º grau.
- Material necessário: Folha de atividade
- Organização da classe: Turma organizada em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- Descritores associados:
H47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).

1. Observe as figuras I e II abaixo. Escreva a expressão algébrica que representa a área de cada uma destas figuras. Pense junto com seus colegas



e registre suas conclusões!

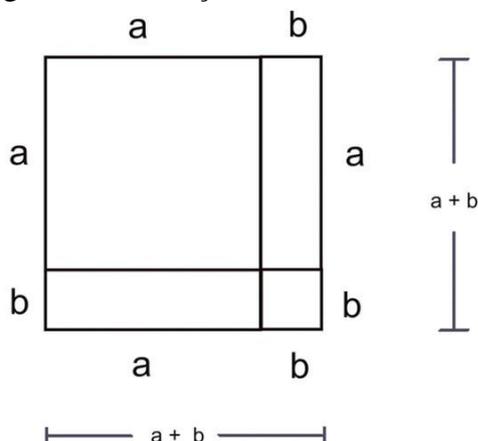
Agora observe a Figura III.



2. Quais figuras geométricas compõe a figura III acima?
3. Quantos quadrados você vê nessa figura?
4. E, quantos retângulos você vê?
5. Agora, represente algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, indicadas na Figura III.

6. Agora que você já representou algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, escreva a expressão algébrica que representa a área total da Figura III, ou seja, a área do quadrado maior? Que tal conferir as suas respostas com a dos seus colegas?

Veja, a seguir, a Figura IV. É igual à Figura III, não é? No entanto, com algumas informações diferentes.



7. Considerando o lado do quadrado maior como $(a+b)$, escreva uma representação algébrica para a sua área?

Você deve ter percebido que se calculássemos a área do quadrado maior como sendo a soma das áreas 1, 2, 3 e 4, obteríamos a expressão $a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$. Mas, se calculássemos a área deste mesmo quadrado somente usando a informação que o seu lado mede $(a+b)$, então encontraríamos a expressão $(a+b)^2$.

8. Podemos afirmar que $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$? Pense em uma justificativa para sua resposta junto com seus colegas e registre a seguir!

Roteiro de ação 3 – Completando os quadrados

- Duração prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Equação do 2º grau
- Objetivos: Resolver um problema modelado por uma equação do 2º grau, utilizando o método “completar quadrados”.
- Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica; cálculo da área de figuras planas; resolução de equações do 1º grau; conceito de equações do 2º grau; e produtos notáveis.
- Material necessário: Folha de atividade, computador com o software de geometria dinâmica Geogebra e datashow.
- Organização da classe: Turma organizada em pequenos grupos (3 a 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- Descritores associados:
 - H48 – Resolver situações-problema, envolvendo equação do 2º grau.
 - H52 – Resolver problemas com números reais, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
 - H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

Você se lembra do famoso matemático e astrônomo Al-Khwarizmi que comentamos no primeiro roteiro? Então, ele propôs um interessante método para resolver equações do 2º grau, conhecido hoje em dia como “Completar quadrados”.

Vamos conhecê-lo? Para isso, que tal pensarmos em uma nova situação-problema?

Senhor Ricardo quer construir uma caixa d’água nova para sua casa. Ele quer que essa nova caixa tenha a base quadrada, altura de 1m e que sua superfície (sem a tampa) tenha 5m² de área total. Mas, não sabe qual o tamanho da base quadrada que deve tomar. Vamos ajudá-lo a construir essa caixa d’água?!

Observe a Figura I que mostra uma imagem da caixa d’água.

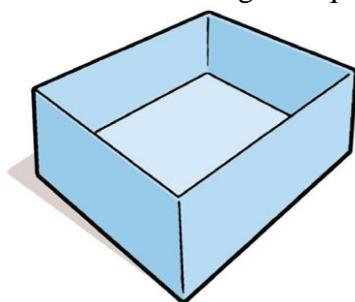


Figura I: Caixa d’água que senhor Ricardo deseja construir

1. Você saberia como calcular a área total da superfície dessa caixa? Converse com seus colegas e descubra junto com eles! Registre as conclusões.

2. Você acha que a Figura II abaixo pode lhe auxiliar na tarefa de calcular essa área? De que forma?

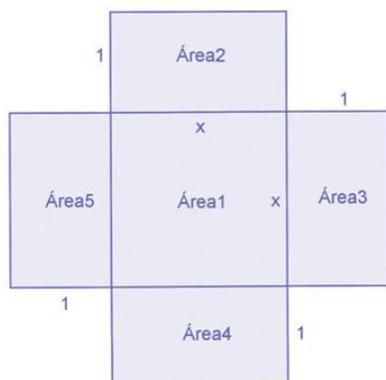


Figura II: Imagem planificada da caixa

d'água.

A partir da Figura II, você deve ter observado que se “desmontássemos” a caixa d'água obteríamos uma figura como essa. Para calcular sua área total bastaria somar as áreas 1, 2, 3, 4 e 5.

3. Com essas informações, escreva a expressão algébrica que representa a área total dessa caixa d'água? Junte-se com seus colegas para pensar e registre-a a seguir!
4. Você saberia dizer qual o tipo de equação que você encontrou?
5. Até quantas soluções podemos encontrar para esse problema? Justifique sua resposta.

Agora, que tal fazermos o caminho inverso que fizemos no roteiro anterior, para tentarmos encontrar as soluções dessa equação? Vamos lá!

Vamos arrumar a equação da seguinte maneira:

$$x^2+4x-5=0 \Rightarrow x^2+4x=5 \Rightarrow x^2+2x+2x=5.$$

6. Olhando para essa última equação, represente geometricamente os termos x^2 e $2x$? Ou seja, desenhe duas figuras geo-métricas que tenham como área cada um desses termos.
7. Elas são parecidas com as suas?

Você deve ter percebido que a construção contém um quadrado de lado x e dois retângulos de base 2 e altura x , assim como você desenhou no papel.

8. Você conseguiria montar um quadrado, usando somente as três figuras azuis? Arreste-as e arrume-as como quiser, tente à vontade! E aí, conseguiu?
9. Qual a área dessa figura montada por você?
10. E se você usasse a figura verde? Consequiria montar o quadrado? Qual a área desse quadrado?
11. Qual a área da figura verde?
12. E, como poderíamos expressar algebricamente a área desse quadrado maior, formado pelas 3 figuras azuis e a figura verde?
13. Você consegue observar alguma relação entre essas áreas?
14. Será que assim fica mais fácil achar os possíveis valores de x ? Você conseguiria resolver essa nova equação?

Roteiro de ação 4 – Resolvendo equações do 2º grau através de construções geométricas.

- Duração prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Equação do 2º grau
- Objetivos: Apresentar outro método para descobrir as soluções de uma equação do 2º grau, fazendo uso de construções geométricas feitas no software de Geometria Dinâmica Geogebra.
- Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão e conceito de equação do 2º grau.
- Material necessário: Folha de atividade, computador com o software de geometria dinâmica Geogebra e datashow.
- Organização da classe: Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- Descritores associados:
 - H02 – Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.
 - H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.
 - H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

No roteiro anterior não conseguimos resolver a equação do 2º grau $x^2 - 18x + 32 = 0$ usando o método “completar quadrados”, proposto por Al-Khwarizmi, não é mesmo? Vamos ver agora um método bem legal para resolver essa equação e muitas outras!

Atividade 1

1. Para começarmos, abra o software Geogebra. Crie um ponto A com coordenadas (0, 1), para isso digite $A = (0, 1)$ na barra de entrada. E depois crie um ponto B = (18, 32).



2. Usando a ferramenta “Ponto médio” construa o ponto médio O do segmento AB. Para isso, selecione a ferramenta e clique no ponto A e em seguida no ponto B.

3. Agora selecione a ferramenta “Círculo dado centro e um de seus pontos”



e crie um círculo de centro em O (ponto médio encontrado no item anterior) e raio $AB/2$. Para isso clique primeiro em O e depois em B.

4. Você observou que este círculo cruzou o eixo OX em dois pontos? Você desconfia que valores eles representam? Converse com seus colegas sobre isso e registre as conclusões.

5. Para descobrir que valores são esses, selecione a ferramenta “Novo ponto”  e clique nos pontos cujo círculo cortou o eixo OX.

6. Sua construção ficou parecida com a Figura I abaixo?

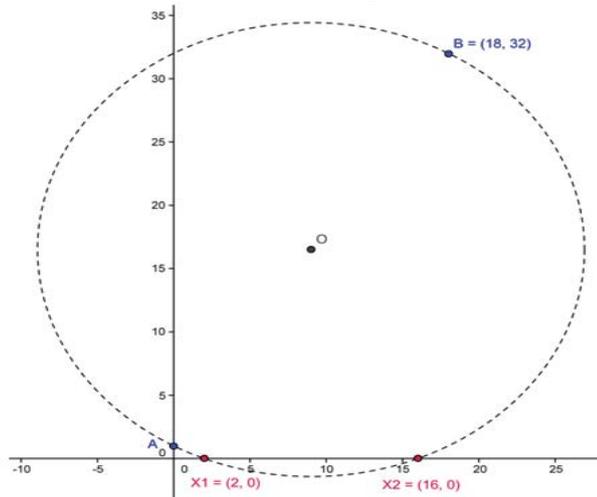


Figura I

7. Para amostrar a coordenada dos pontos, clique com o botão direito do mouse sobre o ponto e selecione a opção “Propriedades”. Como mostra a Figura II.

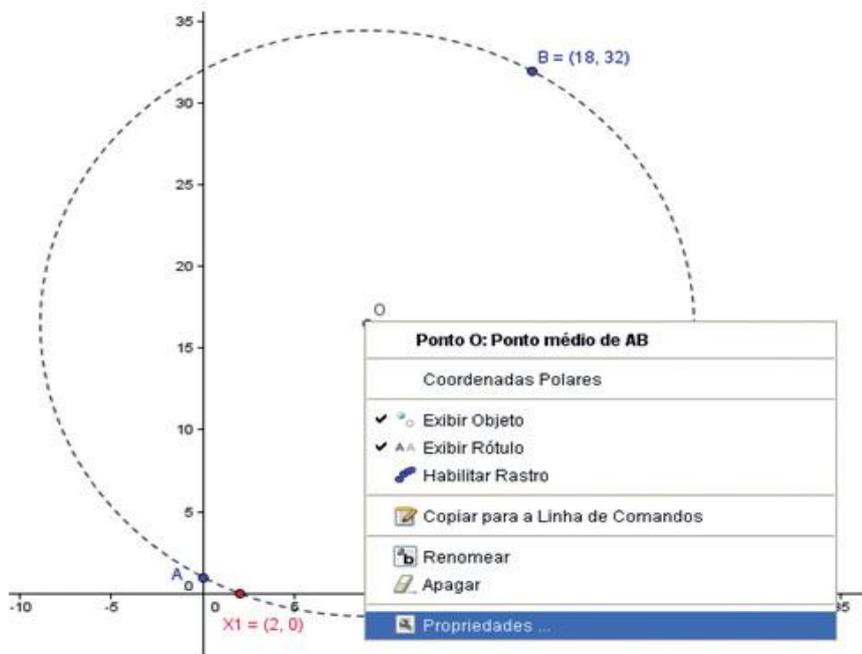


Figura II

8. Depois, em “Exibir Rótulo” selecione a opção “Nome & Valor” e clique em fechar, conforme a Figura III.

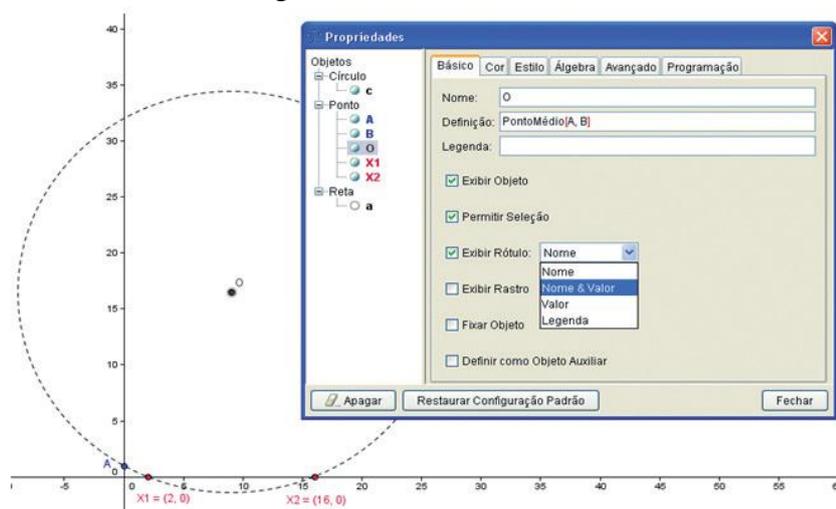


Figura III

9. E agora, você já consegue saber o que os valores dos pontos de interseção do círculo com o eixo OX, representados na Figura I por X1 e X2, representam?
10. Então, vamos substituir os valores 2 e 16 na nossa equação $x^2 - 18x + 32 = 0$. O que aconteceu? Compare seus cálculos com o de seus colegas e registre a seguir.
11. Fácil não é mesmo?! Então que tal calcular novamente as soluções das equações propostas nos roteiros anteriores e ver se acha as mesmas respostas? Para isso, você não precisa fazer a construção toda novamente. Basta clicar com o botão direito do mouse sobre o ponto B, selecionar “Propriedades” e alterar as coordenadas desse ponto no campo “Valor”, como na Figura IV a seguir.

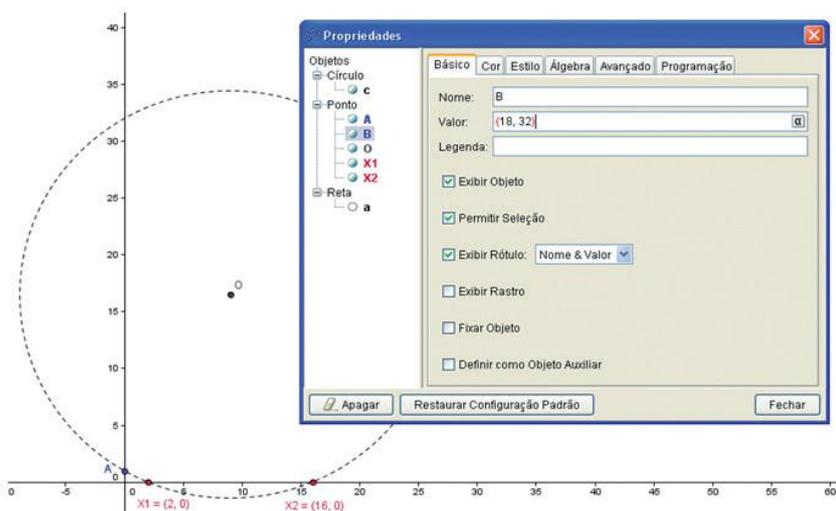


Figura IV

AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser um momento conjunto entre aluno e professor, onde ambos avaliam o quanto o estudante se desenvolveu em cada uma das competências relacionadas aos temas estudados. A prova também pode ser utilizada como um momento de aprendizagem, especialmente em relação ao desenvolvimento das competências de leitura, interpretação e produção de textos pelos alunos ou ainda da argumentação e posicionamento crítico frente às produções de seus colegas. Provas com questões elaboradas pelos alunos a partir de orientação do professor, prova com consulta, seja ao livro texto ou a anotações do próprio aluno feitas antes da prova, faça perguntas conceituais na sua avaliação, como “descreva com suas palavras como resolver uma equação do 2º grau” ou ainda peça que seu aluno crie um problema que contenha uma equação do 2º grau, peça, ainda, que enumerem quais são as propriedades válidas e não válidas no estudo das equações. Provas realizadas em grupos ou duplas são *outras* possibilidades de trabalho, além da tradicional e importante prova individual.

O objetivo principal é fugir ao lugar comum, estimulando que o aluno expresse-se em linguagem escrita, coordenando tudo o que aprendeu durante o período de estudos.

Durante o processo de avaliação eu pude observar a interação dos alunos com os conteúdos apresentados, quais as habilidades e quais as competências atingidas por eles, a todo momento eu estava avaliando o meu aluno e não deixei somente para o final do bimestre com uma prova escrita.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO.

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 901 do C. E. Conde de Nova Friburgo no ano letivo em curso (2013) e o grau de conhecimento dos alunos. Informo que, infelizmente, não constam atividades que envolvam programas no computador porque o tempo de aula é muito curto, o que dificulta trabalhos desse tipo.

Obviamente há detalhes e atividades interessantes que poderão ser acrescentados caso o tempo permita, que podem prender a atenção dos alunos e mostrar ainda mais a aplicabilidade do tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GIOVANNI, José Ruy Jr.; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da Matemática. São Paulo: FTD, 2009.

GIOVANNI, Ruy; PARENTE; Eduardo. Aprendendo Matemática. São Paulo: FTD, 2009.

BONJORNNO, José Roberto; BONJORNNO, Regina Azenha; OLIVARES Ayrton . São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MC/SEF, 1998.

SEEDUC, Curso de qualificação para professor. Roteiro de Ação equação do 2º grau. 9º ano, 2º Bimestre, 1º Campo Conceitual. Rio de Janeiro: 2012.