FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 9.º ANO – 2.º BIMESTRE/ 2013

PLANO DE TRABALHO 1

EQUAÇÃO DO 2.º GRAU

TAREFA 1

CURSISTA: **IVANA REBELLO DA SILVA**

TUTORA: **LILIAN RODRIGUES ZANELLI DA COSTA DE PAULA**

GRUPO 2

RIO DE JANEIRO, 04/05/2013

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Este plano tem por objetivo propor um trabalho de reconhecimento e elaboração de problemas, de forma a levar os alunos a estruturar situações onde seja possível encontrar duas soluções. Que seja capaz de utilizar uma equação do 2.º grau para resolver problemas significativos. Foi elaborado visando à construção do conhecimento pelo aluno através de situações-problema.

Daremos início ao nosso trabalho levando o aluno a escrever algebricamente situações-problema, bem como a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas. Para isso, introduziremos o conceito dos produtos notáveis "quadrado de uma soma" e "quadrado de uma diferença", usando uma interpretação geométrica dos mesmos. Depois faremos uso destes conceitos para encontrar a solução de uma equação do 2.º grau. Posteriormente, trabalharemos o conceito de equação do 2.º grau com seus elementos (coeficientes, grau e raízes). Permitiremos que o aluno descubra, identifique e construa o conceito de Equação do 2.º grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis.

Tomamos como base o Currículo Mínimo do 9.º ano do Ensino Fundamental, a Matriz de Referência do Saerjinho, os Roteiros de Ação, alguns Livros Didáticos e os Cadernos Pedagógicos do Aluno da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro. Não foi utilizado o Geogebra, pois a escola não possui laboratório de informática.

Este Plano de Trabalho foi elaborado de acordo com a realidade dos alunos do 9.º ano do Ciep 050 – Pablo Neruda que se localiza no Laranjal em São Gonçalo. Terá uma duração de 12 horas/aula (três semanas).

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 – Estudando problemas com duas soluções possíveis

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2.º grau.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

- Construir o conceito de Equação do 2° grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis.

METODOLOGIA ADOTADA:

Daremos início através de uma conversa informal sobre alguns problemas que apresentam duas soluções. Pedirei aos alunos que pesquisem sobre a história da equação do 2.º grau.

Utilizaremos o Roteiro de Ação 1, com algumas adaptações.

FOLHA DE ATIVIDADES 1:

ROTEIRO DE AÇÃO 1: Estudando problemas com duas soluções

Entre 780 e 859 d. C., viveu um matemático e astrônomo persa-muçulmano de grande importância para o desenvolvimento da Matemática, chamado Al-Khwarizmi. Seu trabalho serviu de base para que o sistema de numeração hindu (usado por nós até hoje) e a álgebra árabe chegassem à Europa. Em seu livro sobre álgebra, datado de 820, Al-Khwarizmi utilizava equações para resolver problemas de herança, processos legais e de comércio, medição de terra, escavação de canais, entre outras situações vivenciadas no cotidiano. Este livro recebeu o nome de *Hisab al-jabr w'al-muqabala* (A arte de reunir desconhecidos para igualar ao conhecido). O nome Al-Jabr deu origem a palavra álgebra.

Vamos ver um dos problemas proposto no livro Al-jabr:

"Dividir 10 em duas partes de modo que a soma dos produtos obtidos, multiplicando cada parte por si mesma, seja igual a 58."

1. Leu o problema proposto no livro Al-jabr com bastante atenção? Então, você conseguiria pensar em dois números naturais que dividam o número 10 em duas partes? Quais seriam esses números? ___________________________________

2. Apresente a soma da multiplicação de cada parte por si mesma. _____________

3. Deu 58? ____

4. Com a ajuda de seus colegas e de seu professor, faça novas tentativas até encontrar o par de números que procuramos. Registre suas tentativas.
____

5. Agora que você encontrou o par de números procurado, vamos representar esse problema por meio de uma equação. Que equação seria essa? Reflita com seus colegas e registre as conclusões. ____

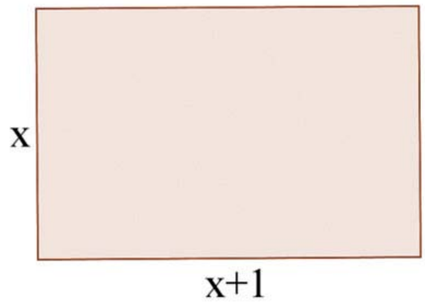
6. Vamos testar a solução que você encontrou na equação $2x^2 - 10x + 21 = 0$? Ou seja, substitua a incógnita x pelos números que você encontrou (um de cada vez) e verifique se a igualdade da equação é verdadeira. Registre suas conclusões.
____

Vamos pensar agora em outro problema que também envolve uma equação de 2º grau de uma forma um pouco diferente da que você viu acima?

Uma sala de aula retangular tem $20m^2$ de área. Qual a medida de cada lado dessa sala, se a medida da base supera a medida da altura em 1m?

7. Desenhe uma figura que represente a situação do problema descrito acima. Junte-se aos seus amigos para pensar e desenhe a seguir a figura que vocês conceberam!

Talvez vocês tenham encontrado uma figura como a que está a seguir:



8. Você consegue descobrir a medida dos seus lados? Tente vários números até conseguir, assim como fez para o problema anterior. Registre suas tentativas.

____

9. Agora, assim como no problema anterior, escreva a forma algébrica da área dessa sala retangular. Discuta sobre isso com seus colegas e registre que tipo de equação você encontrou. ____

10. Agora, substitua o valor de x, que você encontrou para a altura desse retângulo, na equação do 2.º grau que acabou de encontrar. O que aconteceu?

____

11. Você acha que essa equação pode ser considerada representação, na forma algébrica, do problema de área descrito acima? Justifique sua resposta.

____

Atividade 2 – Relembrando os produtos notáveis

HABILIDADE RELACIONADA:

H 47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2.º grau com sua decomposição em fatores do 1.º grau (vice-versa).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, cálculo de áreas de figuras planas e conceito de equação do 2.º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

- Escrever algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas, usando o conceito dos produtos notáveis "quadrado de uma soma" e "quadrado de uma diferença" através da interpretação geométrica dos mesmos.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos o Roteiro de Ação 2, com algumas adaptações.

FOLHA DE ATIVIDADES 2:

ROTEIRO DE AÇÃO 2: Relembrando os produtos notáveis

1. Observe as figuras I e II abaixo. Escreva a expressão algébrica que representa a área de cada uma destas figuras. Pense junto com seus colegas e registre suas conclusões!

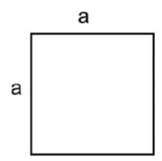


Figura I

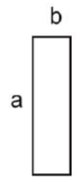


Figura II

Agora observe a Figura III.

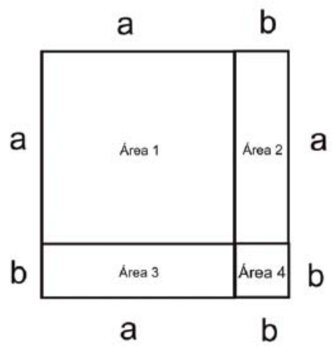


Figura III

2. Quais figuras geométricas compõe a figura III acima? ______________________

3. Quantos quadrados você vê nessa figura? _______________________________

4. E, quantos retângulos você vê? ____

5. Agora, represente algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, indicadas na Figura III.

Área 1: ____

Área 2: ____

Área 3: ____

Área 4: ____

6. Agora que você já representou algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, escreva a expressão algébrica que representa a área total da Figura III, ou seja, a área do quadrado maior? Que tal conferir as suas respostas com a dos seus colegas?

Área da Figura III: ________________________________

Veja, a seguir, a Figura IV. É igual à Figura III, não é? No entanto, com algumas informações diferentes.

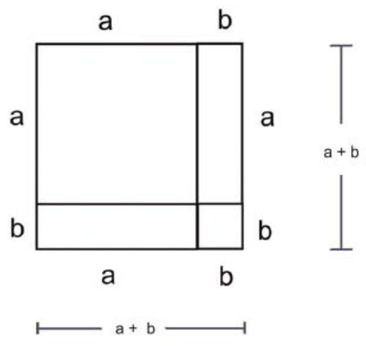


Figura IV

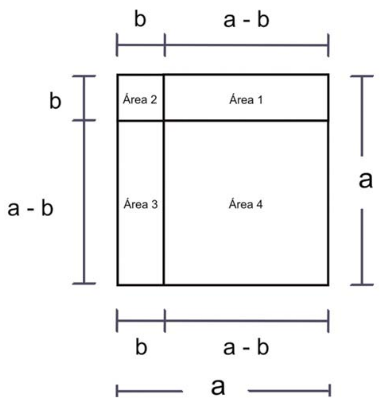
7. Considerando o lado do quadrado maior como (a+b), escreva uma representação algébrica para a sua área? ____

Você deve ter percebido que se calculássemos a área do quadrado maior como sendo a soma das áreas 1, 2, 3 e 4, obteríamos a expressão $a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$.

Mas, se calculássemos a área deste mesmo quadrado somente usando a informação que o seu lado mede *(a+b)*, então encontraríamos a expressão $(a+b)^2$.

8. Podemos afirmar que $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$? Pense em uma justificativa para sua resposta junto com seus colegas e registre a seguir! ________________________

Apresentaremos aos alunos a figura seguinte e seguiremos o mesmo raciocínio anterior para levá-los a encontrar a relação $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Ou seja, a área 4 pode ser escrita como a área do quadrado maior subtraída da área dos dois retângulos e subtraída da área do quadrado menor.



Atividade 3 – Equações do 2.º Grau Incompletas

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2.º grau.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, operações com números reais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

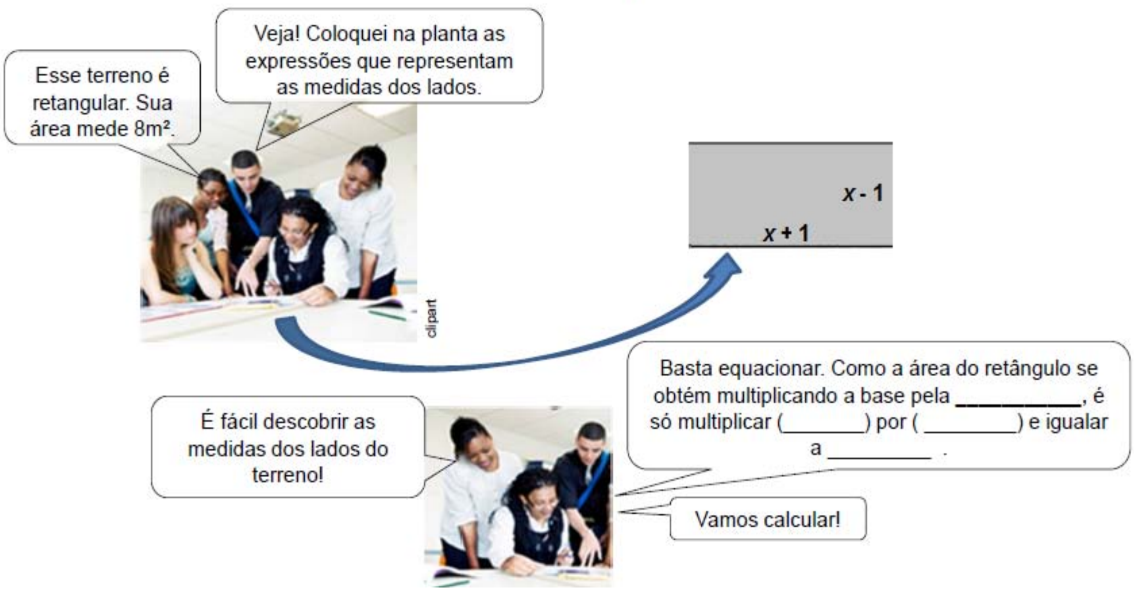
- Identificar situações-problema que podem ser resolvidas por equações do 2.º grau.
- Utilizar a equação do 2.º grau para resolver problemas significativos.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos algumas atividades retiradas do Caderno Pedagógico do 9.º Ano da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro.

FOLHA DE ATIVIDADES 3:

Uma comunidade ganhou, de uma empresa, três terrenos para construção de áreas de lazer.



(x + 1) (x – 1) é um produto notável!

Vamos obter a equação: $x^2 - 1 = 8$

clipart

Esta é uma equação de 2º grau.

Como ela sabe que é uma equação de 2º grau?

Pelo maior expoente da incógnita.

clipart

Lembrando...

O grau de um polinômio é determinado pelo maior expoente da variável.

Sendo assim:

$3x^2 - 5x + 4$ é um polinômio do ___________ grau pois o maior expoente da variável é ______ .

Logo, $3x^2 - 5x + 4 = 0$ é uma equação de ______ grau.

Observe as equações abaixo e determine seu grau.

$2x^3 + x^2 + 5x - 3 = 0 \rightarrow$ _______ $5x - 7 = 0 \rightarrow$ _______ $x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow$ _______

Mas as equações nem sempre aparecem arrumadas assim...

Estas equações estão na forma reduzida. Para determinar o grau da equação, devemos sempre arrumá-la na forma reduzida.


clipart

Vamos arrumar as equações a seguir e determinar o seu grau.

a) $(x+3)(x-5)=7$ → ___ - ___ + ___ - ___ - 7 = 0 → ____________ = 0 → __º grau

b) $(x^2+2)(x^2-2)=6$ → ________________ → ________________ → __º grau

c) $3x-5=2x-2$ → ________________ → ________________ → __º grau

d) $\dfrac{3x(2x-1)}{2}+\dfrac{1}{x}=2$ → ________________ → ________________ → __º grau

Observando as equações reduzidas que encontramos, notei que a equação do 4º grau é menor que as equações de 2º e 3º graus.

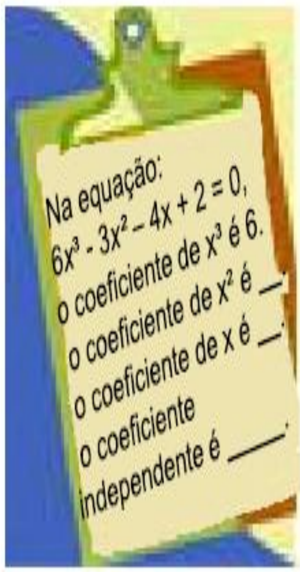


clipart

É que esta equação está incompleta. A equação $6x^3 - 3x^2 - 4x + 2 = 0$ está completa pois todos os coeficientes são diferentes de zero.

O que são **coeficientes**?

São os fatores que acompanham a incógnita (letra). Veja!



Entendi! Quando o coeficiente é <u>zero,</u> a incógnita não aparece e a equação é considerada incompleta. Legal!

A equação reduzida de $x^2 - 1 = 8$ é _______ = _____.

clipart

É uma equação de 2º grau incompleta.

clipart

Arrume as equações em forma reduzida e coloque, nos parênteses, **I** se a equação for incompleta e **C** se a equação for completa.

( ) $2x(x-5) = x^2 - 5$ → ________________ ( ) $5x + 4x^2 = 3x(x+2) - x - 3$ → ______________

( ) $(x+3)^2 = x + 9$ → __________________

Agora, vamos resolver a equação $x^2 - 9 = 0$.

Fazemos $x^2 = 0 + 9$, logo x^2 = ___.

Que número ao quadrado é 9?

Pode ser ___ ou -3.

Como assim?

Veja! $(3)^2$ = ___ e $(-3)^2$ = ____.

Como as medidas dos lados do terreno são $x + 1$ e $x - 1$, se $x = 3$, os lados medem _____m e ____m. Se $x = -3$, as medidas seriam ____ e ____, o que não é possível. Logo, x só pode ser ___.

Fiquei intrigada! Como pode ter dois valores diferentes que servem para a mesma equação?

clipart

Uma equação de 2º grau gera sempre 2 valores, que são chamados de ***raízes* da equação**. As vezes esses valores são iguais, mas são sempre duas raízes.

clipart

Substitua os valores de x, pelos dados abaixo, na equação $\mathbf{x^2 - 3x - 10 = 0}$ e determine as raízes dessa equação.

a) $x = 5$ → __________________________ → ____________________.

b) $x = 2$ → __________________________ → ____________________.

c) $x = 0$ → ___________________________ → ____________________.

d) $x = -2$ → ___________________________ → _____________________.

e) $x = -5$ → ____________________________ → _____________________.

As raízes da equação $x^2 - 3x - 10 = 0$ são x = ______ e x = ______.

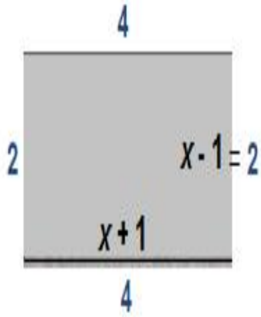
Descobrimos que as medidas dos lados do terreno são ____ e ___. Como podemos saber quantos metros de cerca precisamos para cercar o terreno?

É fácil! Basta calcular o **perímetro**.

É só somar as medidas dos 4 lados do retângulo.

Vamos calcular o perímetro!

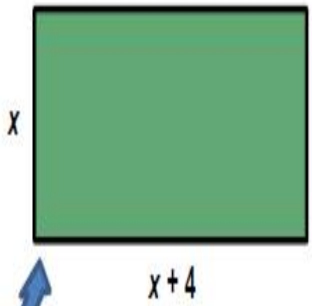
Precisamos de ______m de cerca.



Esse terreno também é retangular. Sua área mede 10 vezes a medida da largura (*x*).

Vejam! Fiz o esquema desse terreno também.

Vamos equacionar!

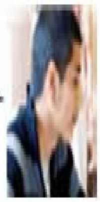


Equacionando a situação, temos...

$x \cdot (x + 4) =$ ___ → ___________ → _________

Como vamos resolver essa equação?

Basta fatorar o polinômio, a esquerda do sinal de igualdade.




clipart

Eu me lembro! Podemos colocar o x em evidência, como fator comum.

Fatore a expressão e observe a equação formada.

$x^2 - 6x = 0$ $\rightarrow$ __________ = _______

Veja! Temos um produto, cujo resultado é zero.

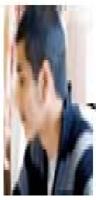
___________ = _____

Os fatores são ___ e (____).

Como vamos descobrir o valor de x?


Diga-me dois números, diferentes de zero, cujo produto seja zero.

Entendi! Para que o produto seja zero, um dos fatores tem que ser ____.

Igualamos cada fator a zero e obtemos assim as duas raízes da equação.

Determine as raízes da equação $x \cdot (x - 6) = 0$.

___________ $\rightarrow$ x = ______ e ___________ $\rightarrow$ x = _____

As raízes dessa equação são x = _______ e x = _______.

Atividade 4 – Equações do 2.º Grau Completas

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2.º grau.
H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, operações com números reais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

- Identificar situações-problema que podem ser resolvidas por equações do 2.º grau.
- Utilizar a equação do 2.º grau para resolver problemas significativos.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos algumas atividades retiradas do Caderno Pedagógico do 9.º Ano da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro. Pedirei aos alunos que pesquisem sobre a fórmula de Bháskara e o porquê desse nome.

FOLHA DE ATIVIDADES 4:

As equações de 2º grau que resolvemos são incompletas. Quando temos uma equação com x^2 e o termo independente, as raízes correspondem à valores iguais com sinais diferentes.

clipart

É verdade! Dizemos que as raízes são __________ ou simétricas. Veja! Quando o termo independente não aparece, uma das raízes é sempre ________.

Consideremos como forma geral, da equação do 2º grau, a igualdade:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde ***x*** é a incógnita, que pode ser qualquer letra (***y***, ***z***, ***w***...) e

a, **b** e **c** são valores constantes, chamados de _________________.

As equações de 2º grau podem ser completas ou incompletas.

a) Em $ax^2 + bx + c = 0$, se $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$, podemos afirmar que é uma equação de 2º grau ____________.

b) Porém, se $b = 0$, então, a equação será **incompleta**, do tipo $ax^2 + c = 0$, e suas raízes serão ____________ ou ________________.

c) Ou se $c = 0$, a equação será também __________, do tipo $ax^2 + bx = 0$, e uma de suas raízes será _______.

E, neste caso, quando **a** é zero, como chamamos a equação?

A equação será do tipo $bx + c = 0$. Esta é uma equação de __________.

Glossário: **termo independente** – é o valor que aparece sem a incógnita (letra), na equação.

Agora só resta um terreno.

Ele é quadrado. Veja o esquema.

Sua área é 49m².

$x + 2$

$x + 2$

Equacionando a situação, temos...

____

Esta é uma equação de 2º grau completa. Como vamos resolver?

Observe a equação antes de arrumá-la na forma reduzida, $(x + 2)^2 = 49$. Podemos extrair a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade. Veja!

Resolva a equação:

Já sei! As raízes dessa equação são $x = 5$ e $x = -9$, mas, para nós, só serve o ________.

Você acertou!

Como x = ____, vamos substituir nas expressões e determinar as medidas dos lados.

Então, calculamos a medida da cerca para o terreno.

Determine as medidas dos lados do terreno e seu perímetro.

$x + 2 =$ _____

$x + 2 =$ ____

Eles precisarão de ________m de cerca para esse terreno.

Mas se a expressão algébrica não for um quadrado perfeito? Existe outra forma de resolvê-la?

clipart

Podemos usar a fórmula de Bhaskara...

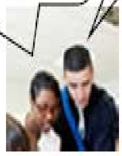
clipart

Já sei!!!! A fórmula de Bhaskara é:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Vamos usar essa fórmula na equação que resolvemos pela fatoração?

Boa ideia! Podemos comparar os resultados depois.



clipart

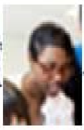
A equação é x^2 **+ 4**x **– 45 = 0.**

Então, **a** = ____ , **b** = _____ e **c** = ______.

Substituindo na fórmula: $x = \dfrac{-.....\pm\sqrt{(....)^2 - 4\cdot......\cdot(......)}}{2\cdot......}$

O radicando é chamado de **discriminante** da equação e pode ser representado pela letra grega maiúscula **Δ (delta).**

clipart



clipart

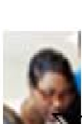
Vamos calcular o radicando primeiro?

Como **Δ** = **b²** - 4 **. a . c** , então nesta equação: **Δ** = _____ - 4 . ____ . _____

Calculando **Δ** = ____ + ____ , logo **Δ** = _____.

Agora é só calcular x: x = ________

Como $\pm\sqrt{196} = \pm 14$, temos agora 2 cálculos para fazer.

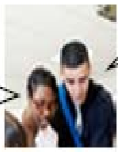


Ah! É aí que surgem as duas raízes. Uma será o resultado da expressão quando somamos a raiz e a outra será o resultado da expressão quando subtraímos a raiz.

A 1ª raiz é $x_1 = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow x_1 = ...$

A 2ª raiz é $x_2 = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow x_2 = ...$

Veja!!! As raízes são as mesmas que achamos pela fatoração. Mas esse processo não é mais longo?



Com a prática fazemos rapidinho.

Posso usar essa fórmula para resolver as incompletas também?

Claro! É só substituir por zero o coeficiente do termo que não aparece.

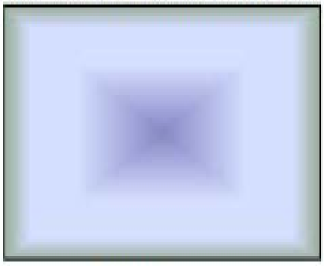
clipart

Gostei! Estou animada para começar a resolver outras situações que envolvam equações de 2º grau.

1. A piscina de um clube, cuja superfície retangular mede 21m², será cercada por medida de segurança.

A representação gráfica dessa piscina está na figura abaixo.

Como você pode ver, suas medidas em metros estão registradas por expressões algébricas.



y

2y + 1

Quantos metros de cerca serão necessários para margear toda piscina?

a) Para descobrir o que o problema pede, precisamos conhecer as medidas dos lados da piscina. Logo, precisamos conhecer o valor de ___________.

Vamos equacionar o problema.

b) A área de um retângulo é calculada multiplicando-se as ________________ desse retângulo.

c) Logo, (________) . ________ = 21.

d) Fazendo o produto, tem-se: ______ + _____ = ______.

e) A equação de 2º grau reduzida é ________________ = 0.

f) Os coeficientes são: a = ___ , b = ___ e c = ______.

g) O discriminante dessa equação é: Δ = ___² - 4 . ___ . ___ → Δ = _____.

h) Aplicando os valores conhecidos na fórmula, tem-se: x = —— → x = ——

x = ——

x = —— = —— = ——

a) As raízes da equação são ________ e _______.

b) As duas raízes servem para o problema? ________.

c) Discuta com seus colegas e determine as medidas dos lados dessa piscina. $2y + 1 =$ ____ e $y =$ ______.

d) Para determinar quantos metros de cerca serão necessários, é preciso calcular o ____________ desse retângulo.

e) O perímetro do retângulo é obtido a partir da _______________ de todos os seus lados.

f) O perímetro desse retângulo é _________ metros.

g) Serão necessários _________ metros de cerca para margear essa piscina.

Agora, serão propostas três equações de 2º grau para que você as resolva. Preste atenção a cada **Δ** e relacione com as raízes encontradas.
Você fará uma incrível descoberta!

I) Determine as raízes de $x^2 - 6x + 9 = 0$.

a) Os coeficientes são: **a** = **1** , **b** = **– 6** e **c** = **9**.

b) Calculando **Δ** = ____ - 4 . ___ . ____ → **Δ** = ___

c) Usando a fórmula de Bhaskara, tem-se: $x = \frac{}{}$

d) Calculando as raízes:

A 1ª raiz é $x_1 = \frac{}{}$ → $x_1 =$.......

A 2ª raiz é $x_2 = \frac{}{}$ → $x_2 =$.......

II) Resolva a equação: $x^2 - x - 6 = 0$.

a) Os coeficientes são: **a** = ___ , **b** = ___ e **c** = _____.

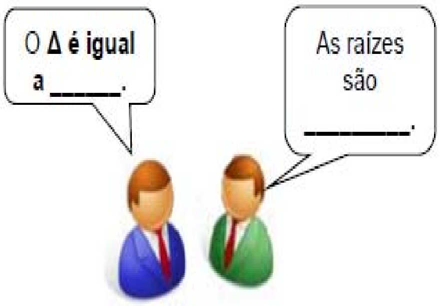
b) Calculando **Δ** = ____ **–** 4 . ___ . ____ → **Δ** = ____.

c) Usando a fórmula de Bhaskara, tem-se: $x = \frac{}{}$

d) Calculando as raízes:

A 1ª raiz é $x_1 = \frac{}{}$ → $x_1 =$.......

A 2ª raiz é $x_2 = \frac{}{}$ → $x_2 =$.......



III) Quais são as raízes de $x^2 - 2x + 10 = 0$.

a) Os coeficientes são: **a** = ___ , **b** = ____ e **c** = ____.

b) Calculando **Δ** = ____- 4 . ___ . ___ → **Δ** = ____.

c) Usando a fórmula de Bhaskara, tem-se: $x = \dfrac{\ldots\ldots \pm \sqrt{\ldots\ldots}}{\ldots\ldots}$

O **Δ é igual a** _____.

Qual é a raiz de **–**36?

clipart

clipart

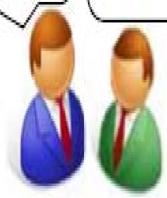
Quando elevamos um número ao quadrado, o resultado é sempre um número __________.

Veja!

$6^2 = 6 \times 6 =$ ___ e $(-6)^2 = (-6) \times (-6) =$ ___

A raiz quadrada de (**– 36**) não é um número real.

Logo, as raízes dessa equação **não são** números reais.



Percebeu que há uma relação entre **Δ** e as raízes?

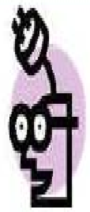
a) As raízes são reais e iguais quando Δ é _______________.

b) As raízes são reais e diferentes quando Δ é ____________.

c) As raízes não são reais quando Δ é __________________.

Vou sempre calcular o **Δ** antes de resolver a equação. Assim já sei que tipo de raízes vou encontrar.

FIQUE LIGADO!!!



Discriminante

- Se Δ = 0, suas raízes são ____ e ____.
- Se Δ > 0 (positivo), suas raízes são ____ e ___________.
- Se Δ < 0 (negativo), suas raízes ______ ____________________________.

Agora, eu sei porque **Δ** se chama <u>discriminante</u>.
Ele indica <u>o tipo de números que são as raízes</u> de uma equação de 2º grau.

Atividade 5 – Completando os quadrados

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2.º grau.
H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica; cálculo da área de figuras planas; resolução de equações do 1.º grau; conceito de equações do 2.º grau; e produtos notáveis.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

- Resolver um problema modelado por uma equação do 2.º grau, utilizando o método "completar quadrados".

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos o Roteiro de Ação 3, com algumas adaptações.

FOLHA DE ATIVIDADES 5:

ROTEIRO DE AÇÃO 3: Completando Quadrados

Você se lembra do famoso matemático e astrônomo Al-Khwarizmi que comentamos no primeiro roteiro? Então, ele propôs um interessante método para resolver equações do 2.º grau, conhecido hoje em dia como "Completar quadrados".

Vamos conhecê-lo? Para isso, que tal pensarmos em uma nova situação-problema?

Senhor Ricardo quer construir uma caixa d'água nova para sua casa. Ele quer que essa nova caixa tenha a base quadrada, altura de 1m e que sua superfície (sem a tampa) tenha 5m² de área total. Mas, não sabe qual o tamanho da base quadrada que deve tomar. Vamos ajudá-lo a construir essa caixa d'água?!

Observe a Figura I que mostra uma imagem da caixa d'água.

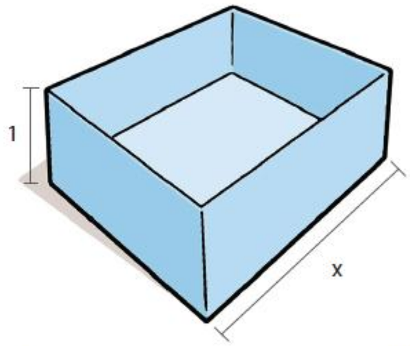


Figura I: Caixa d'água que senhor Ricardo deseja construir

1. Você saberia como calcular a área total da superfície dessa caixa? Converse com seus colegas e descubra junto com eles! Registre as conclusões. _______________

2. Você acha que a Figura II abaixo pode lhe auxiliar na tarefa de calcular essa área? De que forma? ____

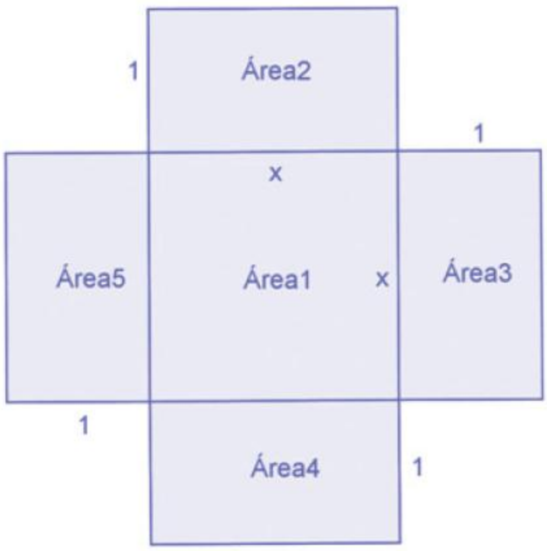


Figura II: Imagem planificada da caixa d'água.

A partir da Figura II, você deve ter observado que se "desmontássemos" a caixa d'água obteríamos uma figura como essa. Para calcular sua área total bastaria somar as áreas 1, 2, 3, 4 e 5.

3. Com essas informações, escreva a expressão algébrica que representa a área total dessa caixa d'água? Junte-se com seus colegas para pensar e registre-a a seguir! ____

4. Você saberia dizer qual o tipo de equação que você encontrou? ____________

5. Até quantas soluções podemos encontrar para esse problema? Justifique sua resposta. ____

Agora, que tal fazermos o caminho inverso que fizemos no roteiro anterior, para tentarmos encontrar as soluções dessa equação? Vamos lá!

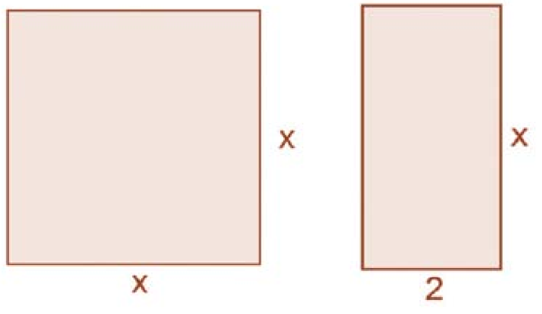
Vamos arrumar a equação da seguinte maneira:

$x^2+4x-5=0 \Rightarrow x^2+4x=5 \Rightarrow x^2+2x+2x=5$.

6. Olhando para essa última equação, represente geometricamente os termos x^2 e $2x$. Ou seja, desenhe duas figuras geométricas que tenham como área cada um desses termos.

Esperamos que os alunos consigam chegar à conclusão que:

- A figura que tem área x^2 é um quadrado de lado x
- A figura que tem área $2x$ é um retângulo de base 2 e altura *x*. Como mostram as imagens abaixo.



7. Elas são parecidas com as suas? ____________________________________

Você deve ter percebido que a construção contém um quadrado de lado x e dois retângulos de base 2 e altura x, assim como você desenhou no papel.

Atividade 6 – Soma e Produto das raízes da Equação do 2.º grau

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2.º grau.
H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, operações com números reais, equações do 2.º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de dois alunos.

OBJETIVOS:

- Identificar situações-problema que podem ser resolvidas por equações do 2.º grau.
- Utilizar a equação do 2.º grau para resolver problemas significativos.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da soma e do produto das raízes sem resolver a equação.
- Compor uma equações do 2º grau, conhecidas suas raízes.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos algumas atividades retiradas do Caderno Pedagógico do 9.º Ano da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro.

FOLHA DE ATIVIDADES 6:

Fiz uma experiência e descobri algo incrível.

Mostra!

Acompanhem o meu raciocínio.

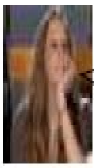
Através da fórmula de Bhaskara, as raízes podem ser encontradas assim: $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Se somarmos as raízes, temos: $x_1 + x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Como os denominadores são iguais, podemos colocar a soma toda sobre o mesmo denominador.

$x_1 + x_2 = \dfrac{-b+\cancel{\sqrt{b^2-4ac}}-b-\cancel{\sqrt{b^2-4ac}}}{2a}$ Como as raízes quadradas são simétricas, podemos eliminá-las.

Então, temos: $x_1 + x_2 = \dfrac{-b-b}{2a} \rightarrow x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{2a} = \dfrac{-b}{a}$

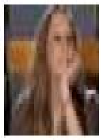


Quer dizer que a soma das raízes é igual a divisão do coeficiente ____, com o sinal trocado, pelo coeficiente ____?

É isso aí! Vamos testar?

Lembra da equação **$2w^2 + 8w - 42 = 0$** que resolvemos anteriormente?

O problema do telejornal! As raízes que encontramos foram ____ e ____.



Verificando...

a) $z_1 + z_2 = -7 +$ _____ = ______

b) De acordo com a equação **$2z^2 + 8z - 42 = 0$**, $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{8}{2} \rightarrow -\dfrac{b}{a} =$ ___

Não é que deu certo!

Descobriu mais alguma coisa?

Sim! Veja que legal!

Agora vamos multiplicar as raízes. $x_1 \cdot x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{\left(-b+\sqrt{b^2-4ac}\right)\cdot\left(-b-\sqrt{b^2-4ac}\right)}{2a \cdot 2a}$

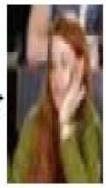
Como, no numerador, há um produto da soma pela diferença, temos: $x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b)^2-\left(\sqrt{b^2-4ac}\right)^2}{\_\_\_\,a^2} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}$

Lembrete:
Ao elevarmos ao quadrado uma raiz quadrada, o resultado é o próprio radicando.

Retirando os parênteses: $x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}$

Simplificando: $x_1 \cdot x_2 = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$

Nossa! O produto das raízes é igual a divisão do coeficiente **c** pelo coeficiente **a**.



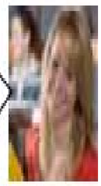
Vamos testar com a mesma equação
$2z^2 + 8z - 42 = 0$?

Verificando...

a) $z_1 . z_2 = (-7) . \_\_\_ = \_\_\_$

b) De acordo com a equação **$2z^2 + 8z - 42 = 0$**, $\frac{c}{a} = \_\_\_ \rightarrow \frac{c}{a} = \_\_\_$

Adorei isso! Acho que essas descobertas vão nos ajudar bastante.



Lega! Que tal fazermos alguns exercícios?

1. Assinale o par de números que são raízes de uma equação de 2º grau, cuja soma dessas raízes é **– 7** e o produto é **– 8**.

( ) 2 e 6 ( ) – 8 e 1 ( ) – 3 e – 4

2. Determine a soma (S) e o produto (P) das raízes das equações:

a) $x^2 - 9x - 8 = 0$ ⟶ (S) = ________ (P) = ________

b) $4y^2 + 6y + 2 = 0$ ⟶ (S) = ________ (P) = ________

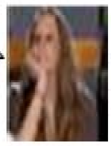
Será que podemos compor equações a partir das raízes?

Nossa! No exercício 5, montamos uma equação!

clipart

Como acham que a professora faz tão depressa tantas equações para resolvermos?

Para ficar mais fácil, faremos **a = 1**.



clipart

6. Escreva uma equação de 2º grau que tenha raízes 5 e -2.

a) A soma das raízes é ____________.

b) O produto das raízes é __________.

c) Utilizando os coeficientes, podemos afirmar que a soma das raízes é: $-\frac{b}{a}$

d) Logo, $-\frac{b}{a}$ = ____ → – b = _____ → b = ______.

e) Utilizando os coeficientes, podemos afirmar que o produto das raízes é: $\frac{c}{a}$

f) Logo, $\frac{c}{a}$ = ______ → c = ______.

g) Se **a** = 1, **b** = _____ e **c** = ______, então: a equação será: _____________ = 0

A minha última descoberta foi a mais incrível!
Através da soma e do produto, podemos achar as raízes de equações de 2º grau simples!

É mesmo?

Como assim?

clipart

Vamos brincar um pouco. Diga 2 números que somados deem 6 e cujo produto seja 8.

Os números inteiros que têm produto 8 são: 1 e _____, 2 e _____, – 8 e ____, – 4 e ____.


clipart

Mas para a soma ser 6, só podem ser ____ e ____.


clipart

Vocês entenderam! Aprenda mais com as atividades abaixo.

Descubra os dois números inteiros que atendam as condições propostas a seguir.

a) Que números somados dão 7 e multiplicados resultam em 12? __________.

b) Os números inteiros cujo produto é 15 e a soma é -8 são _____ e _____.

c) Determine dois números inteiros cujo produto é – 20 e cuja soma é – 1. _____.

d) Os números inteiros cujo produto é – 12 e a soma é – 4 são ____ e _____.

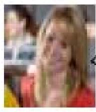
Entendi! Começando pelo produto fica mais fácil! Veja o esquema que fiz.

clipart


O que é mesmo o módulo de um número?


clipart

É o valor quantitativo desse número independente do seu sinal.



Lembrei! O módulo de –3 é 3, o módulo de 7 é 7, o módulo de – 12 é 12...


clipart

Mas como vamos usar isso para descobrir as raízes de uma equação de 2º grau?

Vamos pensar um pouco e determinar as raízes das equações propostas nas próximas atividades.


clipart

Utilizando a *soma* e o *produto* das raízes, determine essas raízes nas equações abaixo.

I) $x^2 - 9x + 18 = 0$.

a) O produto das raízes é $P = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow P = \frac{\quad}{\quad}$

b) A soma das raízes é $S = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow S = \frac{\quad}{\quad}$

c) Os números cujo produto é _____ e a soma é _____ são _____ e _____.


clipart

Agora, temos mais formas para resolver equações de 2º grau. É só escolher.

II) $2z^2 + 4z - 30 = 0$.

a) O produto das raízes é $P = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow P = \frac{\quad}{\quad}$

b) A soma das raízes é $S = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow S = \frac{\quad}{\quad}$

c) Os números cujo produto é _____ e a soma é _____ são _____ e _____.

AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada através da observação e da participação do aluno nas atividades propostas em sala de aula e através dos exercícios de fixação (folha de atividades).

Ao término do Plano de Trabalho 1 será aplicado um teste, no decorrer do bimestre será aplicado o Saerjinho e ao final do bimestre será aplicada a prova.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro et al. Novo Praticando Matemática. Vol. 4. São Paulo: Brasil, 2002.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática. Vol. 4. São Paulo: Moderna, 2006.

CADERNO PEDAGÓGICO MATEMÁTICA – 9.º Ano. Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro. – 2.º bimestre/2013.
Disponível em: http://www.rio.rj.gov.br/web/sme/exibeconteudo?article-id=3083910/ acessado em 01/02/2013

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática. Vol. 4. São Paulo: Ática, 2003.

GIOVANNI, José Ruy et al. Aprendendo Matemática. Vol. 4. São Paulo: FTD, 1999.

______________________. A Conquista da Matemática. Vol. 4. São Paulo: FTD, 2002.

ROTEIROS DE AÇÃO: Radiciação – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9.º ano do Ensino Fundamental – 2.º bimestre/2013. Disponível em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 23/04/2013.