

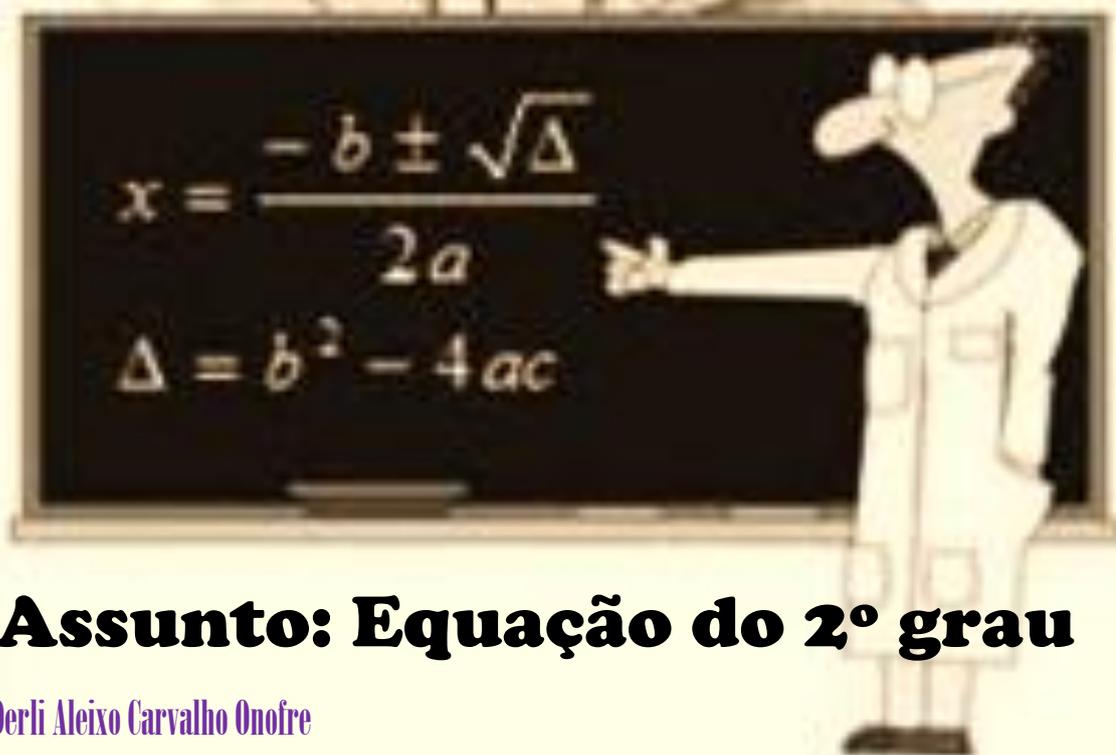
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 9º Ano – 2º Bimestre/2013

Plano de Trabalho I

bhaskara



Assunto: Equação do 2º grau

Cursista: Derli Aleixo Carvalho Onofre

Tutor: Emílio Rubem Batista Junior

Sumário

Introdução	03
Desenvolvimento.....	05
Anexos	16
Avaliação.....	21
Referências Bibliográficas.....	22

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC – RJ
COLÉGIO ESTADUAL NICOLÃO BASTOS FILHO
PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE
MATRÍCULA: 0914411-4
SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL – GRUPO 1
TUTOR(A): EMÍLIO RUBEM BATISTA JUNIOR

PLANO DE TRABALHO SOBRE EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Derli Aleixo Carvalho Onofre
donofre@prof.educacao.rj.gov.br

Introdução:

Este Plano de Trabalho foi elaborado com o objetivo de mostrar aos alunos do 9º ano do Ensino fundamental os conceitos básicos sobre equação do segundo grau. Pretendo com a abordagem deste tema, motivar os alunos a buscarem ferramentas de cálculo para resolver os problemas práticos propostos, despertando o interesse em aprender formas rápidas, com significado, que determinem com facilidade o resultado buscado.

O objetivo desta aula é ajudar o aluno a construir, desenvolver e aplicar ideias e conceitos sobre equações do segundo grau, sempre compreendendo e atribuindo significados ao que está fazendo, buscando relacionar a aplicação dos conceitos à sua vida cotidiana.

Este Plano de Trabalho foi produzido de forma a conter recursos visuais e técnicas de resolução de problemas que levem os alunos a ter uma oportunidade de visualizar de forma agradável o conteúdo estudado e facilitar seu desenvolvimento matemático, pois equações do segundo grau são conceitos que estão muito mais presentes no nosso cotidiano do que imaginamos.

As tarefas aqui propostas visam contribuir para o desenvolvimento da linguagem e do pensamento geométrico, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e geométricos em diversas situações do dia-a-dia.

Antes de aprofundar no estudo de equações do segundo grau faz-se necessário uma revisão de alguns conteúdos que são pré-requisitos, tais como: potenciação, radiciação, áreas, produtos notáveis, expressões numéricas e números racionais.

#####

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1 – Relembrando os produtos notáveis

ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Equação do 2º grau

HABILIDADE RELACIONADA:

H47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).

PRÉ-REQUISITOS: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, cálculo de áreas de figuras planas e conceito de equação do 2º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (2 horas/aulas).

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Para a realização destas atividades, serão necessários os seguintes recursos: Quadro branco; Caneta para quadro branco; Lápis e borracha; Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Esta tarefa será realizada em pequenos grupos (2 ou 3 participantes) para que o trabalho seja organizado e colaborativo

OBJETIVO: Ao término das aulas, o aluno deverá ser capaz de:

- Escrever algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas, usando o conceito dos produtos notáveis “quadrado de uma soma” e “quadrado de uma diferença” através da interpretação geométrica dos mesmos.

METODOLOGIA ADOTADA:

Esta primeira etapa tem por objetivo que o aluno escreva algebricamente a expressão que identifica a área de quadrados, formados por outras figuras planas. Para isso, introduziremos o conceito dos produtos notáveis “quadrado de uma soma” e “quadrado de uma diferença”, usando uma interpretação geométrica dos mesmos. Depois faremos uso destes conceitos para encontrar a solução de uma equação do 2º grau.

Observe as figuras I e II abaixo.

Escreva a expressão algébrica que representa a área de cada uma destas figuras. Pense junto com seus colegas e registre suas conclusões!

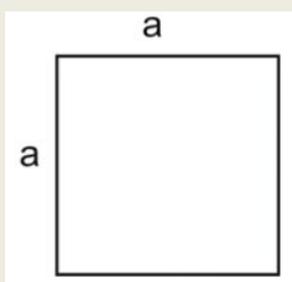


Figura I

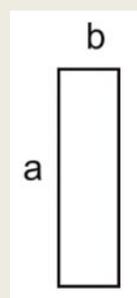
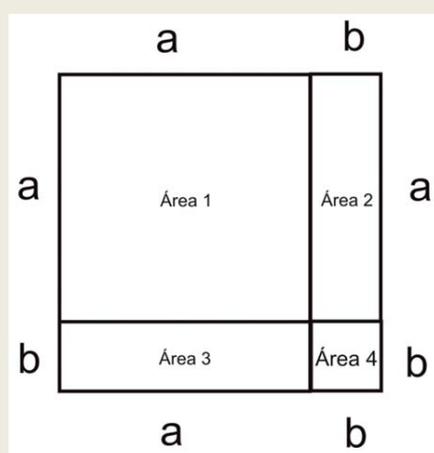


Figura II

$$\text{Área Figura I} = a^2$$

$$\text{Área Figura II} = a \cdot b$$

Agora observe a Figura III.



2. Quais figuras geométricas compõe a figura III acima?

3. Quantos quadrados você vê nessa figura?

4. E, quantos retângulos você vê?

5. Agora, represente algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, indicadas na Figura III.

$$\text{Área 1} = a^2$$

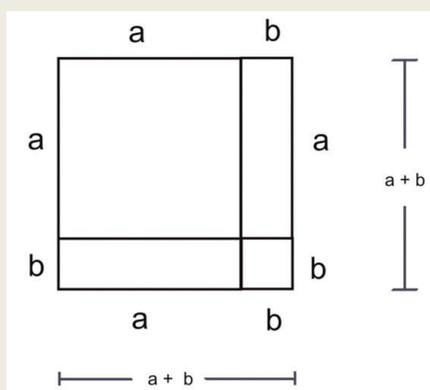
$$\text{Área 2} = ba=ab$$

$$\text{Área 3} = ab=ba$$

$$\text{Área 4} = b^2$$

Agora que você já representou algebricamente as áreas 1, 2, 3 e 4, escreva a expressão algébrica que representa a área total da Figura III, ou seja, a área do quadrado maior. Que tal conferir as suas respostas com a dos seus colegas?

Área da Figura III:



Você deve ter percebido que se calculássemos a área do quadrado maior como sendo a soma das áreas 1, 2, 3 e 4, obteríamos a expressão:

$$a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Mas, se calculássemos a área deste mesmo quadrado somente usando a informação que o seu lado mede $(a+b)$, então encontraríamos a expressão $(a+b)^2$

Podemos afirmar que:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Seguir o mesmo raciocínio anterior para levá-los a encontrar a relação:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ou seja, a área 4 pode ser escrita como a área do quadrado maior subtraída da área dos dois retângulos e subtraída da área do quadrado menor.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO: Em anexo

Nesta atividade foi avaliado o descritor: D47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).

#####

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 2 – Resolvendo equações do 2º grau

ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Equação do 2º grau

HABILIDADE RELACIONADA:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Para desenvolver esta atividade é requerido dos alunos o conhecimento prévio de: Potenciação; Radiciação; Áreas; Produtos notáveis; Expressões numéricas; Números racionais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 400 minutos (8 horas/aulas).

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Para a realização destas atividades, serão necessários os seguintes recursos: Quadro branco; Caneta para quadro branco; Computadores com datashow; Lápis e borracha; Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Esta tarefa será realizada em pequenos grupos (2 ou 3 participantes) para que o trabalho seja colaborativo e que ninguém fique ocioso durante a aula e sim participando e descobrindo o conteúdo apresentado.

OBJETIVOS: Ao término das aulas, o aluno deverá ser capaz de:

- Conhecer a história da Matemática envolvida na resolução de uma equação do segundo grau;
- Resolver equações do segundo grau incompletas usando o Método da fatoração.
- Resolver equações do segundo grau usando a fórmula geral.

METODOLOGIA ADOTADA:

Um conteúdo muito importante e inerente ao 9º ano do ensino fundamental envolve equações do 2º grau e as suas formas de resolução. Esse conteúdo será abordado de forma clara e objetiva, sendo pré-requisito no ensino médio na própria Matemática e em outras disciplinas, como a Física, a Química e a Biologia.

1º passo

Apresentação no PowerPoint sobre Equação do 2º grau disponível em

<https://docs.google.com/file/d/0B7NxrcCmNiK8S1J2MnNST2ltZEk/edit?usp=sharin>

Apresentar o conteúdo abordando o novo modelo de equação, pois até então os alunos conheciam apenas equações do 1º grau. Demonstrar ao aluno a diferença entre as duas. A primeira diferença a ser mostrada é a visual, pois na equação do 1º grau a variável x possui como expoente de maior grau o número 1, já a de 2º grau possui uma variável de maior expoente o número 2.

$$ax + b = 0 \text{ (equação do 1º grau)}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ (equação do 2º grau)}$$

A segunda diferença está na forma de resolução e nos resultados. Na equação do 1º grau temos um único resultado. Na equação do 2º grau podemos ter três tipos de soluções: duas raízes distintas, uma única raiz e nenhuma raiz.

2º passo

Fazer a demonstração da lei de formação da equação do 2º grau.

“Toda equação na forma $ax^2 + bx + c = 0$ com a , b e c números reais e $a \neq 0$ é uma equação do 2º grau.”

A identificação na equação do 2º grau os coeficientes a , b e c . É importante para que o aluno fixe essa parte, pois na resolução de equações completas os coeficientes são imprescindíveis.

3º passo

Resolução de equações incompletas do 2º grau.

Apresentar aos alunos as formas incompletas das equações do 2º grau e suas formas de resolução.

Quando $b = 0$: $\rightarrow ax^2 + c = 0$

$$\begin{aligned}x^2 - 81 &= 0 \\x^2 &= 81 \\\sqrt{x^2} &= \sqrt{81} \\x^1 &= +9 \\x^1 &= -9\end{aligned}$$

Fonte: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm>

Quando $c = 0$: $\rightarrow ax^2 + bx = 0$

$$\begin{aligned}2x^2 - 4x &= 0 \\x(2x - 4) &= 0 \\x^1 &= 0 \\2x - 4 &= 0 \\2x &= 4 \\x^1 &= 2\end{aligned}$$

Fonte: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm>

Quando $b = 0$ e $c = 0$: $\rightarrow ax^2 = 0$

$$4x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{4}$$

$$x^2 = 0$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{0}$$

$$x^1 = x^0 = 0$$

Fonte: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm>

4º passo

Resolução de equações completas do 2º grau

Vídeo do youtube: “Esse tal de Bhaskara”, disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=fQFi8f9plrE>



Fonte: <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=38>

Mostrar aos alunos que quando a equação for completa será preciso que ele aplique esse novo método de resolução: a fórmula de Bháskara. A fórmula é desenvolvida através do valor dos coeficientes a , b e c da própria equação.

Muitas vezes lidamos com uma fórmula matemática sem ter a ideia de como se chegou a tal modelo matemático. Vamos ver agora uma demonstração da fórmula de Bhaskara, ou seja, como se chega à fórmula para resolver equações do 2º grau.

Considere uma equação do 2º grau do tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Onde a , b e c são números reais quaisquer, com $a \neq 0$.

Assim, temos que:

$$ax^2 + bx = 0 - c$$

$$ax^2 + bx = -c$$

Dividindo os dois lados da igualdade por a , obtemos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

A ideia agora é completar os quadrados do lado esquerdo da igualdade.

Dessa forma, teremos que somar $\frac{b^2}{4a^2}$ dos dois lados da igualdade:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

O lado esquerdo da igualdade pode ser reescrito como $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \rightarrow$ pois completamos a expressão para que aparecesse um quadrado perfeito.

O lado direito da igualdade também pode ser reescrito efetuando a adição das duas frações:

$$-\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-4ac + b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Logo, ficamos com a seguinte igualdade:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Vamos extrair a raiz quadrada dos dois lados da igualdade:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Lembrando que $\sqrt{x^2} = |x| = \pm x$, temos que:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Isolando x, obtemos:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

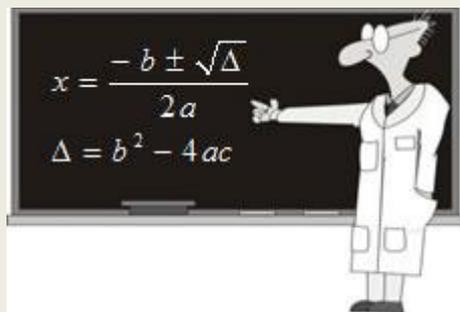
Ou,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Que é a famosa fórmula de Bhaskara.

Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/equacao-2-grau.htm>

A Fórmula de Bháskara pode ser resolvida por partes:



Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/equacao-2-grau.htm>

Nesse momento ressaltar a relação do valor de Δ (delta ou discriminante) com os possíveis resultados da equação do 2º grau.

Como foi dito anteriormente, a equação do 2º grau pode ter três tipos de soluções:

- $\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais.
- $\Delta = 0$, a equação possui uma única raiz.
- $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais e distintas.

Exercício resolvido:

Resolvendo uma equação completa do 2º grau.

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -7 \quad c = 6$$

Calculando o valor de Δ

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \\ \Delta &= 49 - 24 \\ \Delta &= 25\end{aligned}$$

Calculando o valor de x

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} \\ x &= \frac{7 \pm 5}{2} \\ x^I &= \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x^{II} &= \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

Fonte: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm>

Serão propostos exercícios no intuito de fixar os conteúdos expostos e demonstrados em sala. Anexo II

Coletânea de exercícios para fixação de equação do 2º grau disponível em:

<https://docs.google.com/file/d/0B7NxcCmNiK8Y3VqUmpJbEEwRG8/edit?usp=sharing>

Os descritores avaliados nas atividades foram:

D48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

D52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

#####

ANEXOS:

ANEXO I

COLÉGIO ESTADUAL NICOLÃO BASTOS FILHO

PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE

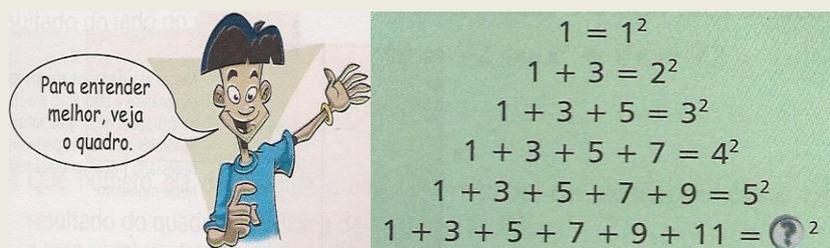
SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

ALUNO:

LISTA DE EXERCÍCIOS: Produtos Notáveis

1. A soma de uma sequência de números ímpares, começando do 1, é sempre igual a um número quadrado perfeito. Com base nessa informação, responda:

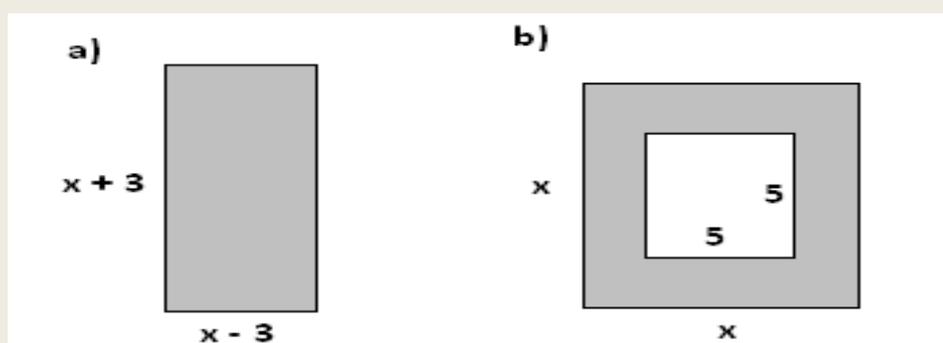
a) Qual será a soma dos dez primeiros números ímpares?



Para entender melhor, veja o quadro.

$$\begin{aligned} 1 &= 1^2 \\ 1 + 3 &= 2^2 \\ 1 + 3 + 5 &= 3^2 \\ 1 + 3 + 5 + 7 &= 4^2 \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 &= 5^2 \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 &= ?^2 \end{aligned}$$

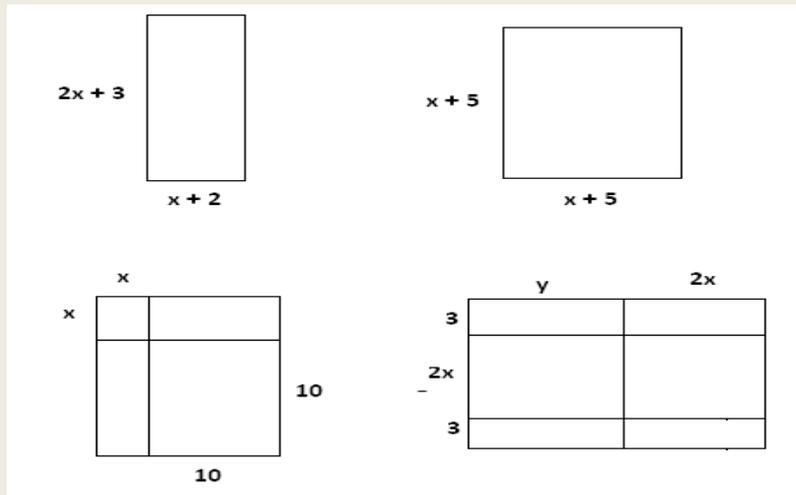
2. Para cada figura, escreva uma expressão reduzida (**simplificada**) que represente a medida da área colorida:



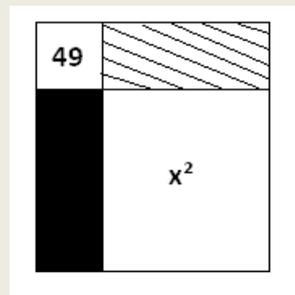
a) $x + 3$
 $x - 3$

b) x
5
5
 x

3. Nos retângulos abaixo, as medidas estão indicadas numa mesma unidade de comprimento. Determine a expressão algébrica que representa a área de cada um desses retângulos.



4. Observe que, na figura, a área de um quadrado é x^2 e a área do outro quadrado é 49:



- Qual a área do retângulo hachurado (riscado)?
- Qual a área do retângulo colorido (preto)?
- Qual a área total da figura?

5. O desenho representa a planta de uma pequena casa construída sobre um terreno. Indique a expressão que representa cada parte da casa:



6. Utilize as regras práticas para desenvolver os produtos notáveis a seguir:

a) $(x^3 + y)^2 =$

b) $(2a - 3)^2 =$

c) $(2x + 3y)(2x - 3y) =$

d) $(5 + z)^2 =$

e) $(2f - 3g)^2 =$

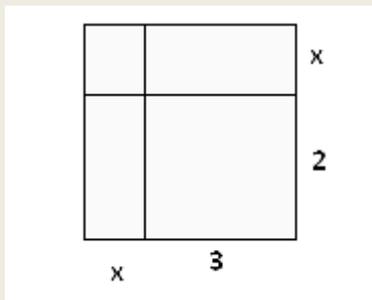
f) $(x + y)^2 =$

g) $(3x+1)^2 =$

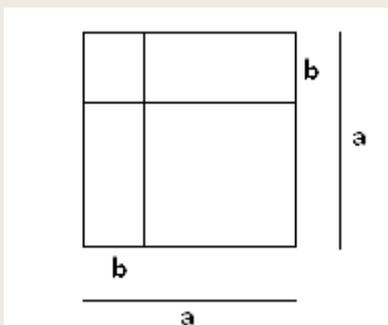
h) $(5a + 3)^2 (5a - 3)^2 =$

7. Represente graficamente, pintando a área pretendida.

a) $(x + 3)(x + 2)$



b) $(a - b)(a - b)$



#####

ANEXO II

COLÉGIO ESTADUAL NICOLÁO BASTOS FILHO

PROFESSORA: DERLI ALEIXO CARVALHO ONOFRE

SÉRIE: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

ALUNO:

Lista de Exercícios: Resolução de equações do 2º grau completas e incompletas

1. Quais das equações abaixo são do 2º grau?

() $x - 5x + 6 = 0$

() $2x^3 - 8x^2 - 2 = 0$

() $x^2 - 7x + 10 = 0$

() $4x^2 - 1 = 0$

() $0x^2 + 4x - 3 = 0$

() $x^2 - 7x$

2. Classifique as equações do 2º grau em completas ou incompletas e determine os coeficientes a, b, c.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c) $-x^2 - 7x = 0$

d) $x^2 - 16 = 0$

e) $x^2 + 0x + 0 = 0$

3. Resolva as equações do 2º grau:

a) $4x^2 - 36 = 0$

b) $7x^2 - 21 = 0$

c) $x^2 + 9 = 0$

Obs.: Equações do 2º grau do tipo $ax^2 + c = 0$, com $b = 0$, você encontra duas raízes opostas.

d) $x^2 - 49 = 0$

e) $5x^2 - 20 = 0$

f) $5x^2 - 125 = 0$

Obs.: Equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $c = 0$, você deve colocar x em evidência e aplicar a propriedade: se um produto é nulo, ou seja zero, pelo menos um dos fatores é zero.

g) $x^2 - 7x = 0$

h) $3x^2 - 4x = 0$

i) $x^2 - \sqrt{3}x = 0$

j) $x^2 - 3x = 2x$

l) $4x^2 + 9x = 0$

m) $(x - 5).(x - 6) = 30$

4. Resolva as equações do 2º grau completas utilizando a fórmula geral.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 8x + 12 = 0$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$

d) $x^2 - 5x + 8 = 0$

e) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

f) $x^2 - 4x - 5 = 0$

g) $-x^2 + x + 12 = 0$

5) A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse número.

6) A soma do quadrado de um número com o próprio número é 12. Calcule esse número.

7) O quadrado menos o dobro de um número é igual a -1. Calcule esse número.

8) A diferença entre o quadrado e o dobro de um mesmo número é 80. Calcule esse número.

9) O quadrado de um número aumentado de 25 é igual a dez vezes esse número. Calcule esse número.

#####

AVALIAÇÃO

No decorrer das atividades será observada a interação, a participação, o envolvimento dos alunos na resolução das atividades propostas e no desenvolvimento do raciocínio lógico, através dos cálculos que foram utilizados para interpretar os assuntos relacionados.

Foi feita uma avaliação individual com pontuação no final do conteúdo estudado contendo questões de acordo com os descritores do Currículo Mínimo, para verificar a aprendizagem e detectar as dificuldades..

Ao final de cada aula foram reservados alguns minutos para que cada aluno fizesse a auto avaliação sobre o assunto estudado naquele dia, onde era avaliado o comportamento, procedimentos de estudo e conteúdos, atribuindo uma nota a si próprio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA, 9º Ano/José RUY GIOVANNI JR, Benedicto CASTRUCCI. – Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 2009.

ROTEIRO DE AÇÃO 2 — Equação do 2º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 2º bimestre/2013.

Disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=39>

Endereços eletrônicos acessados de 07/05/2013 a 14/05/2013.

<http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm>

<http://www.brasilecola.com/matematica/equacao-2-grau.htm>

<http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=38>

<https://www.youtube.com/watch?v=fQFi8f9pIrE>