



Formação Continuada

PLANO DE TRABALHO 1

Equação do 2º Grau



FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC RJ

COLÉGIO: Estadual José Garcia de Freitas

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR (a): Rosa Maria Mongarde

MATRÍCULA: 934370-8

SÉRIE: 9º ANO

GRUPO: 2

TUTOR (a): Lilian Rodrigues Zanelli da Costa de Paula



PLANO DE TRABALHO 1

Equação do 2º Grau

ROSA MARIA MONGARDE

rosamongarde@gmail.com

INTRODUÇÃO:



Os arquitetos recebem diversas encomendas de seus clientes. Algumas dessas encomendas se tornam um verdadeiro desafio, pois podem demandar mais cuidados em seus planejamentos. Para concretizá-las é preciso muita criatividade e conhecimento de matemática também!

Por exemplo, a encomenda feita por um cliente que conhece as dimensões do terreno: 11 m x 27 m. Conhece também a área a ser construída, 192 m², mas não sabe quais devem ser as medidas laterais da construção retangular. Seu desejo é que fique um corredor em formato de L com largura de 3 metros para um gramado.



O arquiteto tirará de letra essa situação se aplicar os conhecimentos de equação do 2º grau.





DESENVOLVIMENTO:

Estratégia adotada no plano de trabalho:

Tive como base para a aplicação das Equações do 2º Grau, os roteiros de ação e vídeos, que delinearam os primórdios da Matemática construindo assim um maior conhecimento sobre o conteúdo atual. É tão instigante a história da Equação, que isto desperta o interesse do nosso público.

Enriquecendo a aula trouxe o vídeo Esse tal de Bháskara da série Matemática Multimídia, que pode ser acessado pelo link abaixo:

<http://www.youtube.com/v/pozKHQxvFSo>.

Em seguida, trabalhei com as seguintes questões:

a) No cotidiano, podemos utilizar a equação do 2º grau para resolver vários problemas de nossa vida. De acordo com vídeo, cite duas situações que podem ser resolvidas com a equação do 2º grau.

b) Como os gregos resolviam equações do 2º grau?

c) Os árabes desenvolveram um método de resolução da equação do 2º grau: “o completamento de quadrados”. Explique, através de um exemplo, como se resolve uma equação do 2º grau através desse método.

d) O que o matemático François Viète propôs no século XVII em relação à equação do 2º grau?

Questões trabalhadas no intuito de enfatizar a importância de conhecer todo o processo de construção do conhecimento ao longo da história e procurar desmitificar a ideia de que as teorias matemáticas aparecem de uma hora para outra.



Habilidades relacionadas:

- Interpretação de uma situação-problema, distinguindo as informações necessárias das supérfluas; planejamento da resolução, identificando informações que necessitam ser levantadas; estimulação de soluções possíveis, decidindo sobre procedimentos de resolução a serem utilizados;
- Interesse por utilizar as diferentes representações matemáticas que se adaptam com mais precisão e funcionalidade a cada situação-problema.

Pré-requisitos:

- Operações básicas na Matemática;
- Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica;
- Cálculo da áreas de figuras planas;
- Resolução de equação do 1º grau;
- Produtos notáveis.

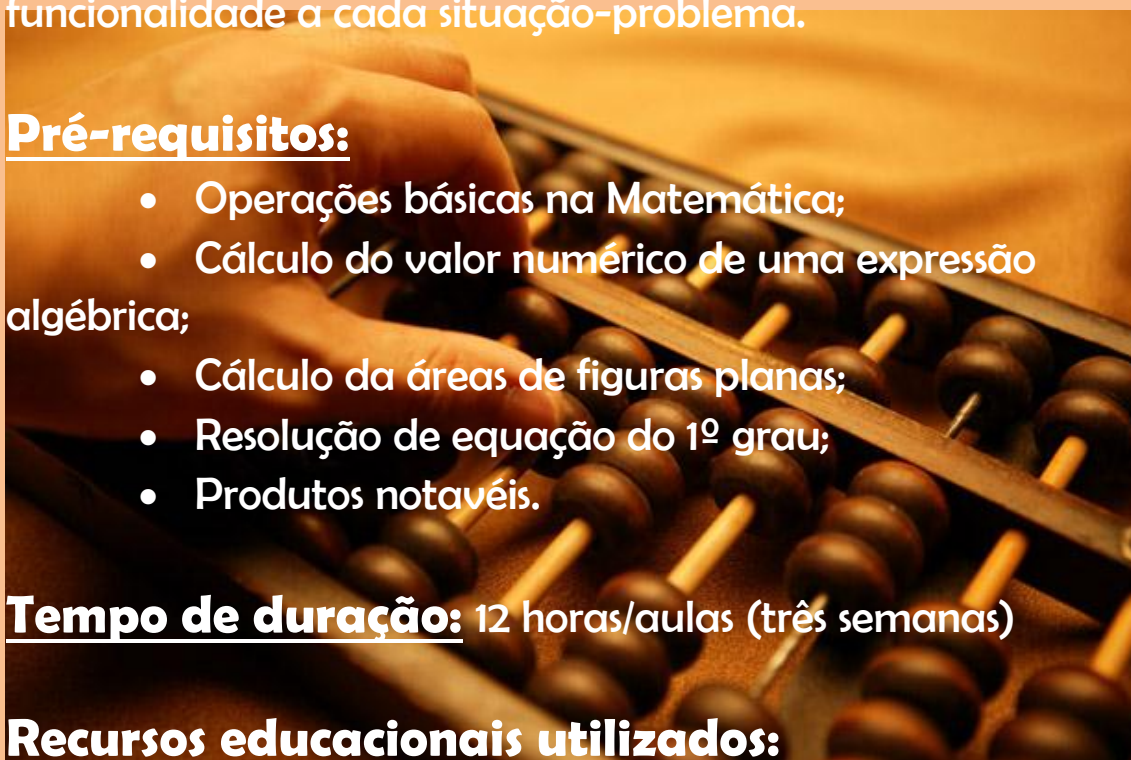
Tempo de duração: 12 horas/aulas (três semanas)

Recursos educacionais utilizados:

- Roteiros de ações;
- Projetor Multimídia (data show);
- Calculadora;
- Livro texto, revistas, jornais, vídeos e *internet*.

Organização da turma:

A turma será dividida em pequenos grupos (com dois ou três integrantes), os quais serão responsáveis pela resolução e apresentação das atividades propostas.





Objetivos:

- Resolver situações-problema por meio de equações do 2º grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
- Elaborar conclusões a partir da leitura, análise e interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos;
- Resolver situações-problema que apresentam excesso ou falta de dados.





METODOLOGIA ADOTADA:

CONTEXTO 1: Completando Quadrados

Conteúdo Básico: Equação do 2º Grau.

Completando Quadrados Resolvendo equações do 2º grau

Toda equação do 2º grau pode ser expressa da

seguinte maneira: $ax^2 + bx + c = 0$ com "a" diferente de zero. Essa é a representação básica de uma equação do 2º grau, porém, o que nem todos sabem é que, essa é apenas uma das vastas maneiras de se expressar uma equação de grau 2. Uma delas, em particular, é a representação geométrica de uma equação do 2º grau.

Irei mostrar um exemplo e a partir dele construirei a explicação do método de completar quadrados usando algumas figuras geométricas, veja:

Exemplo: Encontre as raízes da seguinte equação do 2º grau: $x^2 + 4x - 12 = 0$

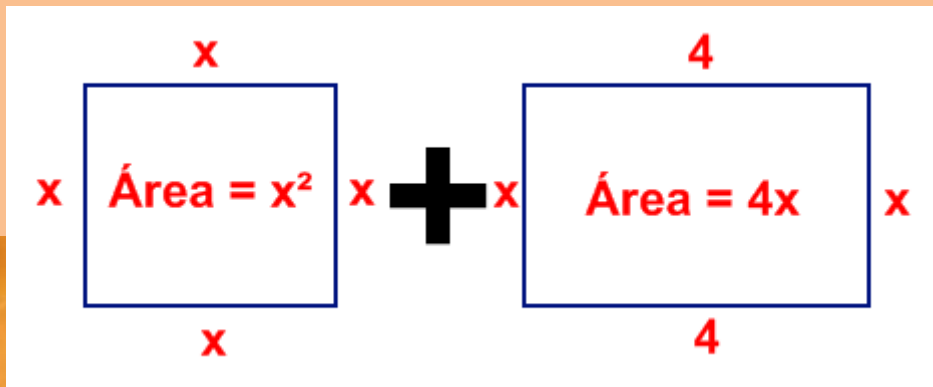
O primeiro passo que devemos seguir é colocar o número que não tem "x" para o segundo membro, então a equação ficará assim:

$$x^2 + 4x = 12$$

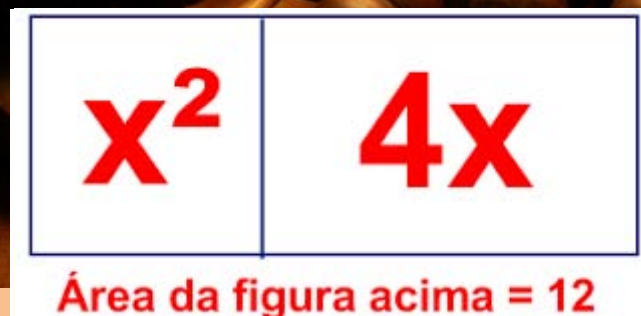
Agora vamos traduzir a equação acima em forma de figuras geométricas, ou seja, faremos a representação geométrica dessa equação do 2º grau, veja como:



Vou dizer que " x^2 " representa a área de um quadrado de lado " x " e que " $4x$ " representa a área de um retângulo de lados " 4 e x " e o " 12 " será a área total equivalente a junção dessas duas figuras geométricas. Veja o que eu quis dizer por meio das figuras abaixo:



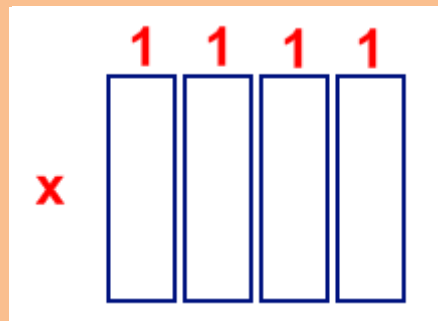
Note que se eu juntar esse quadrado da esquerda com o retângulo da direita a figura que será formada não vai se parecer nenhum pouco com um quadrado, pois ela vai ser um retângulo, confira:



É aí que surge uma pergunta: Como transformar essa figura em um quadrado? Veja como é fácil fazer isso.



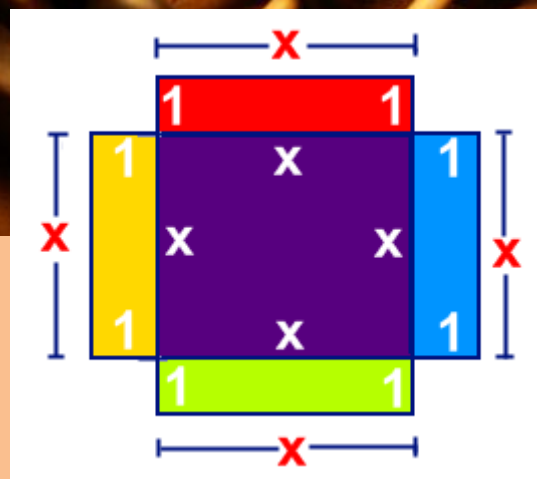
Vou pegar o retângulo de área " $4x$ " e irei cortá-lo em quatro pedaços iguais horizontalmente, veja:



Irei colorir cada pedaço para não confundirmos:

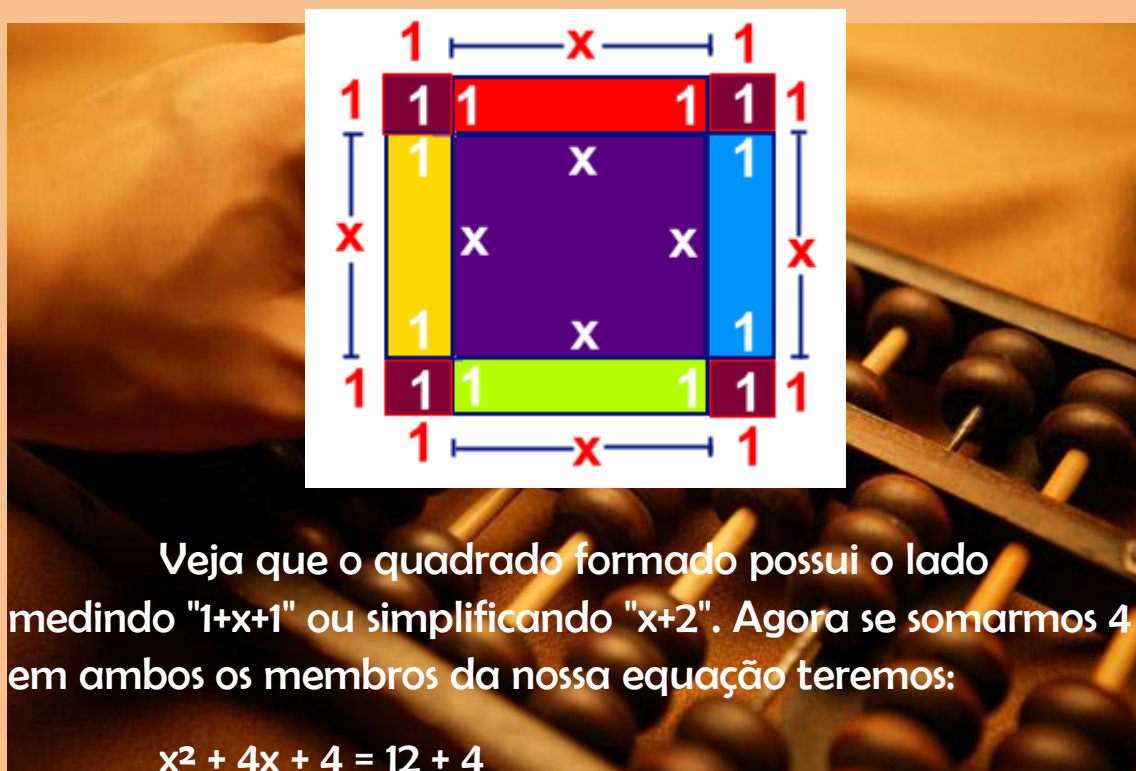


Agora vou pegar cada pedacinho desse e juntar com cada um dos lados do quadrado de lado " x " que ainda não mexemos. Veja como a figura vai ficar agora:





Agora que vem o que chamamos de "completar quadrados", veja que a figura que eu formei está faltando apenas os cantos para se transformar em um quadrado. Note que esses cantos são pequenos quadrados de lado "1", ou seja, no final das contas para completarmos esse quadrado devemos adicionar quatro quadradinhos de lado "1" e como cada quadrado possui a área também igual "1" então, no total, iremos adicionar o valor "4" a nossa equação, pois são 4 quadrados. Veja a nova figura:



Veja que o quadrado formado possui o lado medindo " $1+x+1$ " ou simplificando " $x+2$ ". Agora se somarmos 4 em ambos os membros da nossa equação teremos:

$$x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 16$$

$$x + 2 = 4 \text{ ou } x + 2 = -4$$

$$x = 4 - 2 \text{ ou } x = -4 - 2$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -6$$

Achamos as raízes da nossa equação do 2º grau usando o método da "completação de quadrados" com o auxílio de figuras geométricas.



ATIVIDADE 1: Algeplano

Conteúdo Básico: Equações do 2º Grau.

Recurso utilizado: Versão off-line do Algeplano
(algeplan_sccz.swf)

Nessa atividade, o aluno é estimulado a interpretar geometricamente equações de segundo grau. Essa atividade permite que desenvolver e discutir “visualmente” um procedimento de resolução. Com o auxílio do Algeplano, você irá interpretar termos da equação como áreas de quadrados ou retângulos.

Como em um quebra cabeça, a reorganização dessas figuras na tentativa de obter um retângulo levará à solução da equação.

CONTEXTO 2: Trinômio quadrados perfeitos

Conteúdo Básico: Equação do 2º Grau.

Trinômio quadrados perfeitos Resolvendo equações do 2º grau

Dada à equação: $9x^2 - 6x + 1 = 6$

Como $9x^2 - 6x + 1$ é um trinômio quadrado perfeito, podemos fatorá-lo e reescrever a equação:

$(3x^2 - 1)^2 = 6$, temos que:

$$3x - 1 = \sqrt{6}$$

$$3x = 1 + \sqrt{6}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{6}}{3} \text{ é uma das soluções.}$$

e

$$3x - 1 = -\sqrt{6}$$

$$3x = 1 - \sqrt{6}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}, \text{ que é a outra solução.}$$



ATIVIDADE 2: IMC

Conteúdo Básico: Equações do 2º Grau.

Justificativa: Esta atividade tem a intenção de introduzir gradativamente a modelagem e a solução de problemas com as equações do segundo grau.

Inicialmente, ao calcularem o seu próprio Índice de Massa Corporal (IMC), os alunos operarão com o quadrado de sua altura. Posteriormente, para determinar a altura correspondente a certo valor de IMC, extrairão a raiz quadrada e terão a oportunidade de correlacionar essas operações. Isso pode ajudar, em um momento futuro, na melhor compreensão das fases algébricas dos processos de resolução de equações de segundo grau.

Na primeira parte dessa atividade, os alunos devem determinar o seu IMC. Na segunda parte, devem analisar e compreender um problema e equacioná-lo.

CONTEXTO 3: Fórmula de Bháskara

Conteúdo Básico: Equação do 2º Grau.

Fórmula de Bháskara Resolvendo equações do 2º grau

As equações de 2º grau incompletas podem ser resolvidas facilmente, apenas utilizando raiz quadrada. Já no caso das equações completas, é necessário utilizar uma fórmula matemática: a fórmula de Bhaskara (lê-se báscara). Uma equação de 2º grau pode ser reduzida a 3 termos principais. O termo que possui a variável ao quadrado, a variável e o termo sem ela.

Eis a seguinte fórmula geral:

$$ax^2 + bx + c = 0$$



Se a for igual a zero, o que temos é uma equação do 1º grau, logo - para ser uma equação do 2º grau - o coeficiente a não pode ser igual a zero

- a é o coeficiente do termo que possui a incógnita ao quadrado (x^2);
- b é o coeficiente do termo que possui a incógnita (x);
- c é o coeficiente do termo independente.

Na equação $-34x^2 + 28x - 32 = 0$ tem-se:

$$a = -34 \quad b = 28 \quad c = -32$$

Mas e na equação $10x - 3x^2 = 32 + 15x^2$?

Como se viu acima, é possível reduzir a equação à sua forma geral:

Subtraindo 32 de ambos os lados:

$$10x - 3x^2 - 32 = 32 + 15x^2 - 32$$

$$10x - 3x^2 - 32 = 15x^2$$

Subtraindo $15x^2$ em ambos os termos:

$$10x - 3x^2 - 32 - 15x^2 = 15x^2 - 15x^2$$

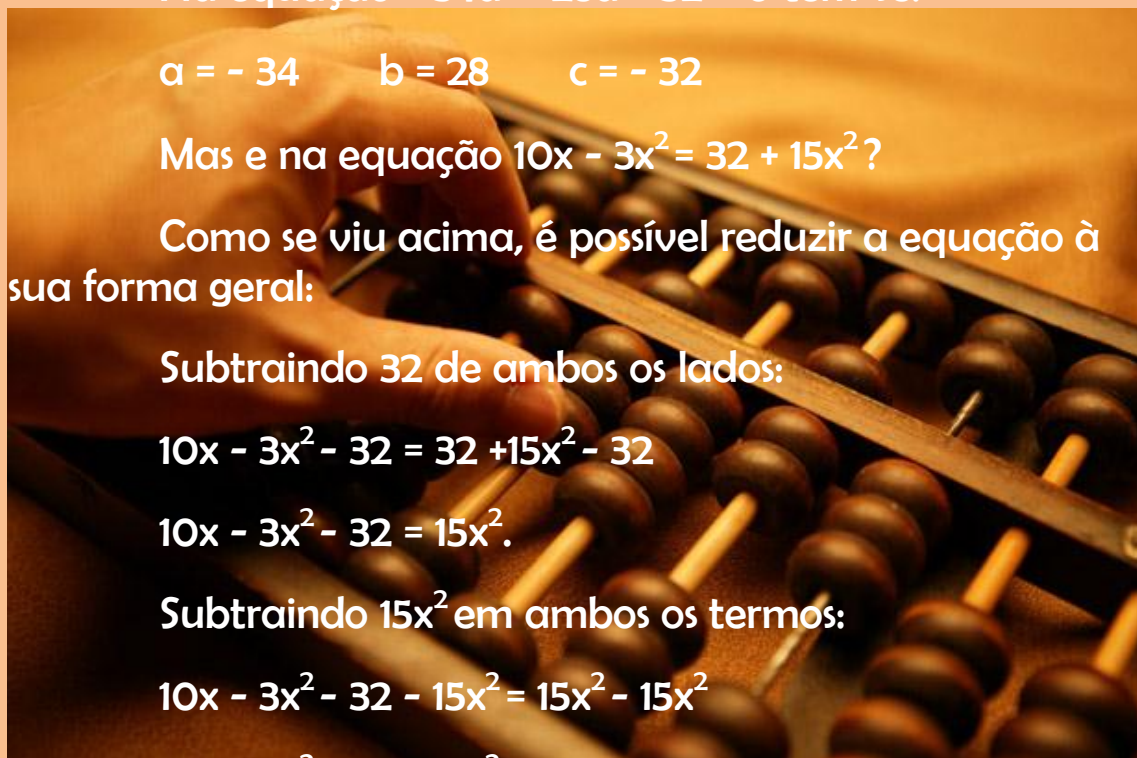
$$10x - 3x^2 - 32 - 15x^2 = 0$$

Somando-se os termos em comum:

$$10x - 32 - 18x^2 = 0$$

Colocando em ordem de maior para o menor expoente:

$$-18x^2 + 10x - 32 = 0$$





Agora fica fácil de determinar os coeficientes:

$$a = -18 \quad b = +10 \quad c = -32$$

Fórmula geral de resolução de equações de 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Acima você tem a fórmula de Bhaskara, utilizada para resolver as equações de 2º grau. Veja como se chegou até essa fórmula, partindo da fórmula geral das equações de 2º grau:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

com a diferente de zero;

Multiplicando ambos os membros por $4a$:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0;$$

Somando b^2 em ambos os membros:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2;$$

Reagrupando:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

O primeiro membro é um trinômio quadrado perfeito $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

Tirando a raiz quadrada dos dois membros e colocando a possibilidade de uma raiz negativa e uma positiva (\pm): $(2ax + b) = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$

Isolando a incógnita x

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$



Como desde o início a é diferente de zero, essa fórmula nunca será dividida por zero. Ela é conhecida como **fórmula de Bhaskara**.

ATIVIDADE 3: Questão Objetiva

Conteúdo Básico: Equação do 2º Grau.

No novo Maracanã teremos a disposição 4 telões de 100 metros quadrados cada um. Sendo que o comprimento é o quádruplo da largura, quais são as dimensões de cada telão?



Descritores associados:

H48 - Resolver situações-problemas envolvendo equações do 2º grau.

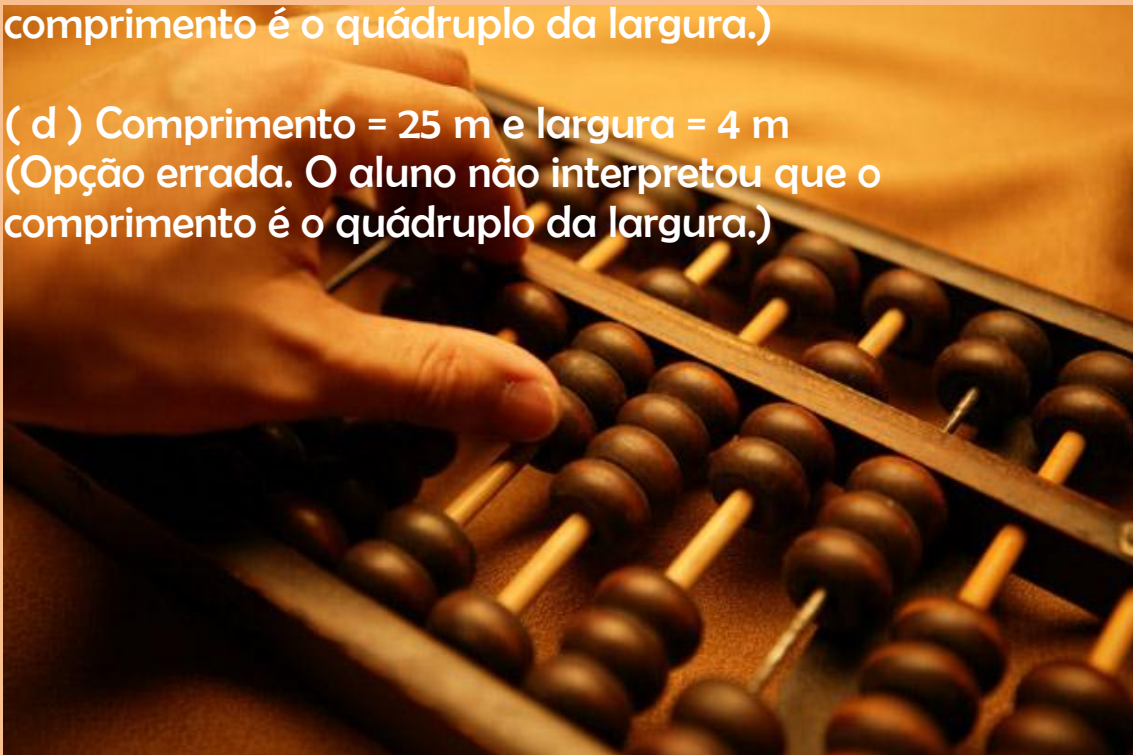


(a) Comprimento = 20 m e largura = 5 m
(Opção correta. O aluno, ao resolver, aplicou a fórmula da área do retângulo, concluindo assim uma equação do 2º grau.)

(b) Comprimento = 5 m e largura = 20 m
(Opção errada. O aluno errou pelo fato do comprimento ser o quádruplo da largura.)

(c) Comprimento = 10 m e largura = 10 m
(Opção errada. O aluno não interpretou que o comprimento é o quádruplo da largura.)

(d) Comprimento = 25 m e largura = 4 m
(Opção errada. O aluno não interpretou que o comprimento é o quádruplo da largura.)



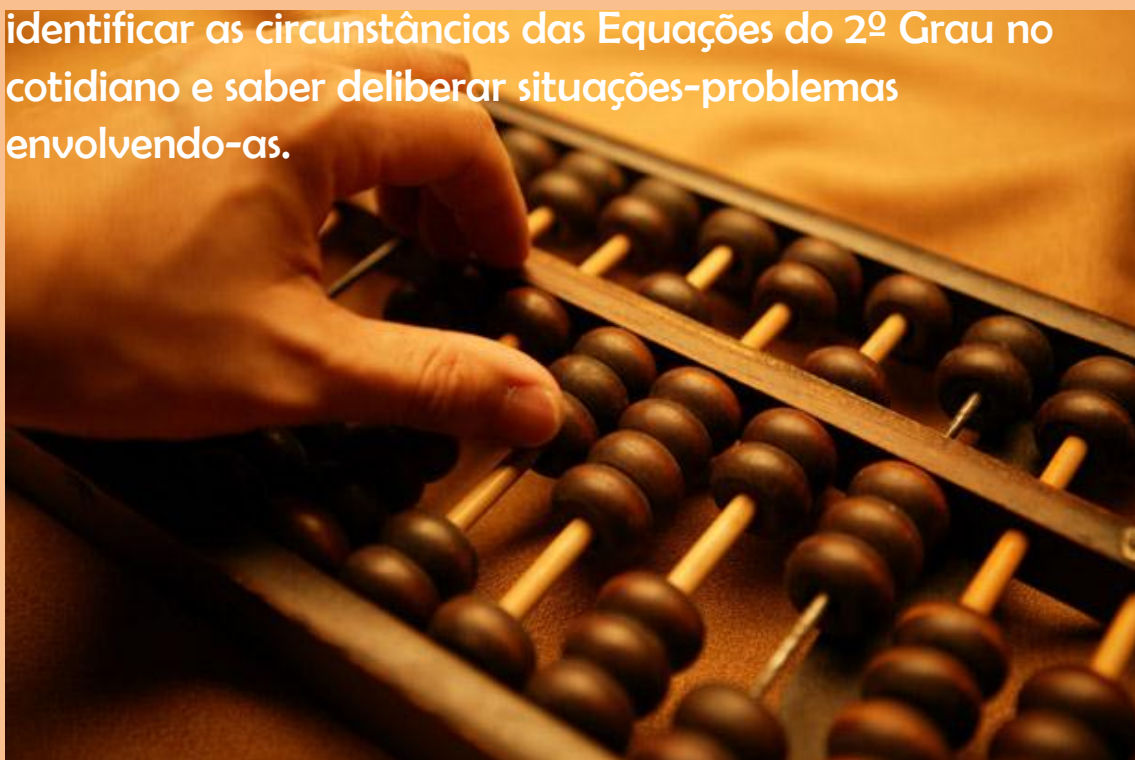


AVALIAÇÃO:

A avaliação deve ser contínua, visando a aprendizagem de maneira eficaz, com a participação nas aulas, elaboração da hipótese e também a participação dos grupos.

Alguns descritores H47, H48 e H52 foram utilizados para a realização de teste e provas.

A finalidade da avaliação é que os alunos possam identificar as circunstâncias das Equações do 2º Grau no cotidiano e saber deliberar situações-problemas envolvendo-as.





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

RIBEIRO, Jakson; SOARES, Elizabeth. **Matemática:** Construindo Consciências, 9º ano. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 2008.

Matemática: Projeto Araribá, 8ª série. 1ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

Matemática: Projeto Araribá, 7ª série. 1ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 2006.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN).
Matemática: Equações do 2º Grau - CECIERJ. 9º ano. 1º ciclo, 1º bimestre. CEDERJ, 2013.

MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. Esse tal de Bháskara.
Disponível em: <<http://www.youtube.com/v/pozKHQxvFSo>>.
Acesso em: 13 maio 2013.

Disponível em <<http://portalpositivo.com.br/>>. Acesso em: 13 maio 2013.

