

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

TEMA: *Equação do 2º grau*

2º BIMESTRE- 9º ANO
2013

LÚBIA BORBA DE AZEVEDO OLIVEIRA

Tutora: Tutor: [EMÍLIO RUBEM BATISTA
JUNIOR](#)

Grupo 2



SUMÁRIO

Temas	Página
Introdução	3
Desenvolvimento	3
Avaliação	6
Referências Bibliográficas	7
Anexo	8

INTRODUÇÃO

Irei tratar, neste planejamento, a respeito de um dos conteúdos mais importantes da Matemática do Ensino Fundamental: a equação do segundo grau. Esse assunto pode ser visto através de inúmeras situações do nosso cotidiano. No entanto, o enfoque tradicional e mais comum do ensino deste tópico é a maciça realização de processos algébricos com pouca ou nenhuma contextualização. Muitas vezes, o ensino da Matemática da mesma forma como nos foi ensinada. Mas, é possível abordar este conteúdo de outra maneira. É isso o que pretendo fazer com esse planejamento.

Neste planejamento permitirei que meu aluno descubra, identifique e construa o conceito de Equação do 2º grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis, pois sei que meu papel como professo-ra é de moderadora das discussões. Portanto não costumo dar as respostas prontas, mas, através das atividades propostas aqui, pretendo deixar que meus alunos as descubram. Isso será muito importante para a formação desse conteúdo matemático.

Enfim, espero que os alunos consigam entender que o conteúdo de equações do segundo grau tem algo mais do que um conjunto de passos algébricos, tem aplicabilidade no cotidiano.

DESENVOLVIMENTO

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Equação do 2º grau

Objetivos: Construir o conceito de Equação do 2º grau através da interpretação de problemas com duas soluções possíveis.

Pré-requisitos: Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica. Cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica; cálculo da área de figuras planas; resolução de equações do 1º grau; conceito de equações do 2º grau; e produtos notáveis.

Material necessário: Folha de atividade

Organização da classe: Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo

Descritores associados:

H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

Na primeira atividade vamos ver um dos problemas proposto no livro Al-jabr:

“Dividir 10 em duas partes de modo que a soma dos produtos obtidos, multiplicando cada parte por si mesma, seja igual a 58.”

1. Leremos o problema proposto no livro Al-jabr com bastante atenção. Então, farei algumas perguntas, como: você conseguiria pensar em dois números naturais que dividam o número 10 em duas partes? Quais seriam esses números?
2. Apresente a soma da multiplicação de cada parte por si mesma.
3. Deu 58?

Darei como exemplo para meus alunos um par de números que não seja solução do problema e, junto com eles, faremos os cálculos, como mostrado abaixo.

- 1 – Se escolhermos dividir 10 em duas partes, por exemplo, 6 e 4.
- 2 – Multiplicamos cada parte por si mesma:
 $6 \cdot 6 = 6^2$ e $4 \cdot 4 = 4^2$.
- 3 – Agora queremos saber se a soma dos quadrados dos dois números escolhidos é 58.
 $6^2 + 4^2 = 58$?

Podemos ver que a sentença acima não é verdadeira, pois $6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52 \neq 58$.. Assim, eles partem de algo já conhecido, os números, para, mais a frente, chegar à representação algébrica usando letras.

Salientarei que se eles ainda não conseguiram encontrar o par de números que desejamos, não deverão desanimar. Realmente não é algo tão simples. Mas permitirei que tentem mais um pouco. Afinal, não são tantos os pares de números possíveis.

4. Com a ajuda de seus colegas, farão novas tentativas até encontrar o par de números que procuramos.
Registrarão, então, suas tentativas no caderno.

Após algumas tentativas, os alunos devem encontrar como solução os números 3 e 7. Após essa etapa, pedirei que eles comecem a pensar na representação algébrica desse problema. Mas, esta não é tão simples de ser encontrada por eles, pois é obtida através da resolução de um sistema de equações.

5. Agora que o aluno encontrou o par de números procurado, irei representar esse problema por meio de uma equação. Que equação seria essa?

Para chegar na equação, mostrarei o passo a passo a seguir para os alunos:
Chamando de x e y os números naturais que dividem 10 em duas partes, temos:

$$x + y = 10 \text{ (i)}$$

$$x^2 + y^2 = 58 \text{ (ii)}$$

Da equação (i), obtemos:

$$y = 10 - x$$

Substituindo na equação (ii):

$$X^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$X^2 + 100 - 20x + x^2 = 58$$

$$2x^2 - 20x + 42 = 0$$

$$X^2 - 10x + 21 = 0$$

6. Vamos testar a solução que foi encontrada na equação $x^2 - 10x + 21 = 0$? Ou seja, substituindo a incógnita x pelos números que você encontrou (um de cada vez) e verifique se a igualdade da equação é verdadeira. Registre suas conclusões.

Os alunos deverão realizar o seguinte cálculo:

$$3^2 - 10 \cdot 3 + 21 = 9 - 30 + 21 = 0$$

$$7^2 - 10 \cdot 7 + 21 = 49 - 70 + 21 = 0$$

Explicarei para os alunos que o par de números 3 e 7 são as soluções da equação $x^2 - 10x + 21 = 0$ e, portanto, esta é uma representação na forma algébrica para a solução do problema proposto no livro Aljabr.

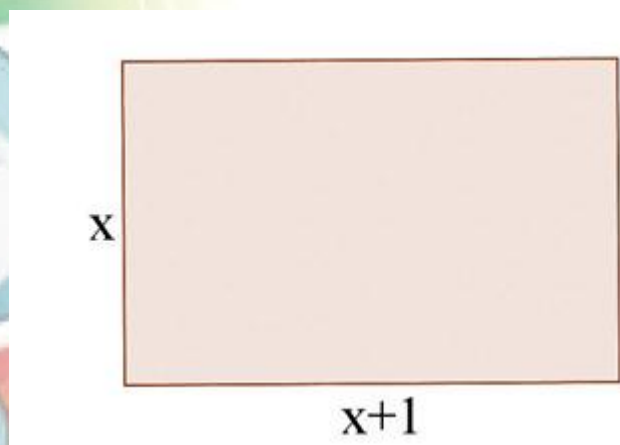
Deixarei claro para eles que as equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b, c são números reais e a é diferente de zero são conhecidas como equações do 2º grau e que esse tipo de equação pode ter até duas soluções.

Outro problema interessante como introdução:

Uma sala de aula retangular tem 20m^2 de área. Qual a medida de cada lado dessa sala, se a medida da base supera a medida da altura em 1m ?

Atividade: Desenhe uma figura que represente a situação do problema descrito acima. Junte-se aos seus amigos para pensar e desenhe a seguir a figura que vocês conceberam!

Talvez eles encontrarão uma figura como esta a seguir:



8. Você consegue descobrir a medida dos seus lados? Eles tentarão vários números até conseguir, assim como fizeram para o problema anterior. Registraram suas tentativas no caderno.

Como professora, desejo que o aluno busque uma solução para o problema através de tentativas e erros. Os alunos deverão encontrar os valores 5m e 4m para as medidas da base e da altura da sala retangular, respectivamente.

9. Agora, assim como no problema anterior, escreverão a forma algébrica da área dessa sala retangular. Discutirão sobre isso com os colegas e registrarão que tipo de equação foi encontrada.

Nesse momento, pretendo que o aluno comece a pensar em como escrever uma situação problema desse tipo usando uma equação do 2º grau.

Deixarei os alunos tentarem até chegar à seguinte equação:

$$x(x+1)=20$$

$$x^2+x=20$$

$$x^2+x-20=0$$

10. Agora, substituindo o valor de x , que foi encontrado para a altura desse retângulo, na equação do 2º grau, o que acontecerá?

11. Você acha que essa equação pode ser considerada representação, na forma algébrica, do problema de área descrito acima? Justifique sua resposta.

Nesse momento, como já era de se esperar, ao substituir o valor 4 na equação o aluno encontrará:

$$X^2+x-20=0$$

$$16+4-20=0$$

Assim, perceberá que a equação é a representação algébrica do problema de área.

Outra proposta de ensino aprendizagem desse tema é que o aluno veja como é possível que ele mesmo elabore (junto com seus colegas de grupo) problemas que tenham representações algébricas através de uma equação do 2º grau. É importante que essa noção surja em decorrência da necessidade de representação do problema.

Logo após, contarei um pouco sobre a verdadeira história de Báskara, salientando que para facilitar os cálculos das raízes, foi estudada fórmulas até chegar à fórmula:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Após conversarmos sobre ela e mostrarmos que existem coeficientes a , b e c para efetuarmos os cálculos e identificarmos a equação do segundo grau, faremos algumas atividades as quais seguem em anexo.

AVALIAÇÃO

A avaliação será um momento conjunto entre meu aluno e eu, onde ambos avaliarão o quanto o estudante se desenvolveu em cada uma das competências relacionadas aos temas Estudados. Para avaliar o descritor H48 – Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau e H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação), darei uma série de exercícios, envolvendo situações do cotidiano. Para avaliar o descritor H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos, utilizaremos questionamentos, exercícios variados com situações do cotidiano e análise de áreas de figuras.

A prova também será utilizada como um momento de aprendizagem, bem como a interpretação das ilustrações e figuras, especialmente em relação ao desenvolvimento das

competências de leitura, interpretação e produção de textos pelos alunos ou ainda da argumentação e posicionamento crítico frente às produções dos colegas. Os alunos poderão também propor questões elaboradas a partir de minha orientação. Utilizarei também como instrumento de avaliação os trabalhos em grupo, além da tradicional e importante prova individual.

Tenho em mente que ao elaborar as provas, preciso saber exatamente o que desejo avaliar, ou seja, que habilidades e competências são esperadas dos alunos com o estudo da “Equação do 2º grau”. Para isso procurarei elaborar as questões, fundamentando-me nos descritores, evitando que minha prova seja uma compilação de questões de livros didáticos que muitas vezes não avaliam se essas habilidades e competências. Durante as aulas farei perguntas conceituais para que meus alunos consigam entender o necessário. Lembro-me sempre que o aluno somente será capaz de responder a perguntas deste tipo se, de fato, compreendeu essas noções. O objetivo é fugir ao lugar comum, estimulando para que meu aluno expresse-se em linguagem escrita, coordenando tudo o que aprendeu durante o período de estudos. Os alunos terão também uma página no facebook onde postarão seus trabalhos. E lembro-me sempre :

“O professor só pode ensinar quando está disposto a aprender”

Jairo Mamedes

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

<http://www.sxc.hu/photo/110807>

<http://www.sxc.hu/photo/475766>

http://pt.wikipedia.org/wiki/Equa%C3%A7%C3%A3o_quadr%C3%A1tica

<http://www.brasilecola.com/matematica/equacao-2-grau.htm/>

<http://jmpmat5.blogspot.com.br/>

<http://mundoeducacao.com.br/matematica/equacao-incompleta-2-grau.htm>

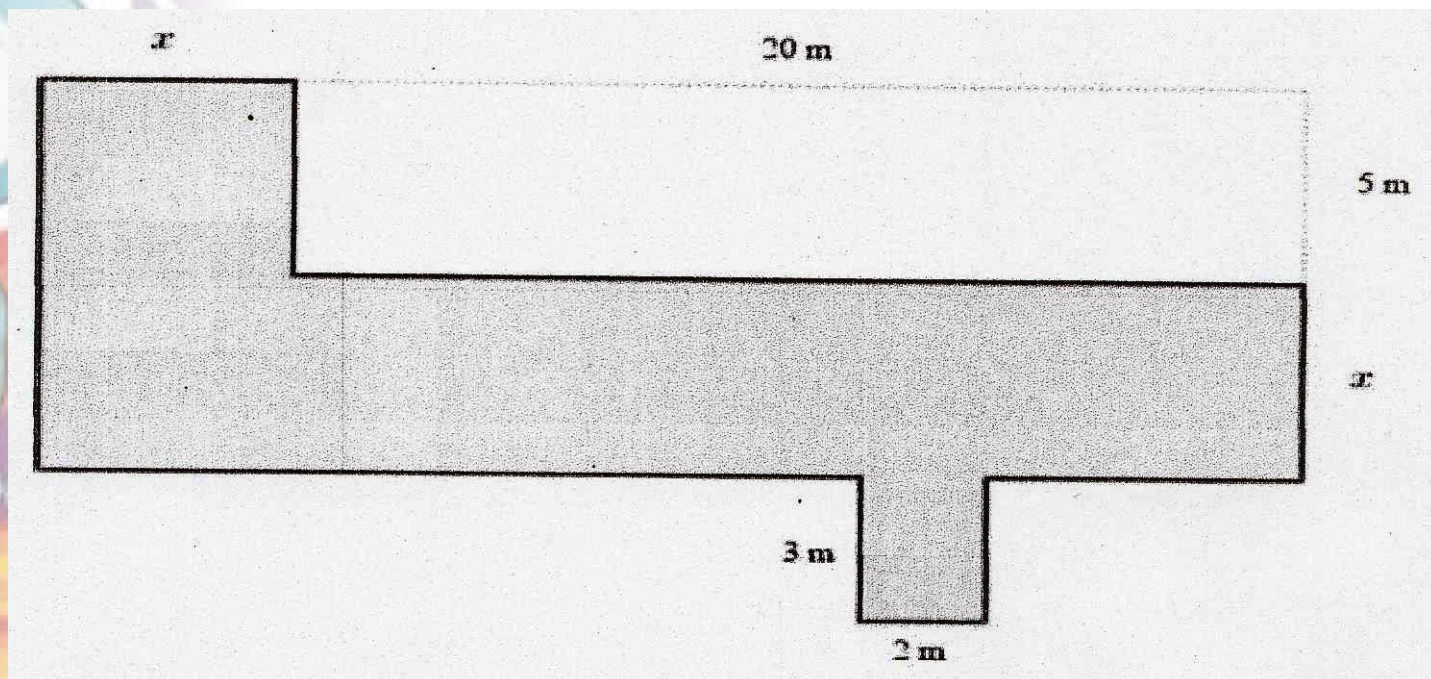
ANEXO

A base de um retângulo é 5 m maior que a altura. A área desse retângulo é de 300 m. Calcule o perímetro.

- a) 1200m
- b) 70 m
- c) 210
- 0 m
- d) 1225

“Calçadão”

Na figura abaixo, vemos um trecho de um calçadão, que será reformado com a colocação de pedras portuguesas. A área que será reformada mede 156 m² (área pintada). Utilizando as medidas indicadas na figura, qual será a medida de x?



As raízes da equação $x^2 - 13x + 40 = 0$ representam, em centímetros, dois lados de um retângulo. A área desse retângulo é igual a :

- (A) 26 cm²

(B) 40 cm^2

(C) 13 cm^2

(D) 18 cm^2

Deseja-se montar um quadro com uma foto, de comprimento 50 cm e largura 60 cm, e com uma moldura de largura constante. Sabendo que a área do quadro, com a moldura, deve ser 4200 cm^2 . Qual deve ser a largura da moldura?

(A) 5 cm

(B) 10 cm

(C) 50 cm

(D) 60 cm

Os 40 alunos de uma sala de aula sentam-se em n fileiras de carteiras, cada uma com $n + 3$ carteiras. Se não há carteiras vazias, quantos alunos existem em cada fileira:

a) 5

b) 8

c) 13

d) 40

Uma galeria vai organizar um concurso de pintura e faz as seguintes exigências:

1º) A área de cada quadro deve ser de 600 cm^2 .

2º) Os quadros devem ser retangulares e a largura de cada um deve ter 10cm a mais que a altura. Qual deve ser a altura dos quadros?

a) 20

b) -30

c) 490

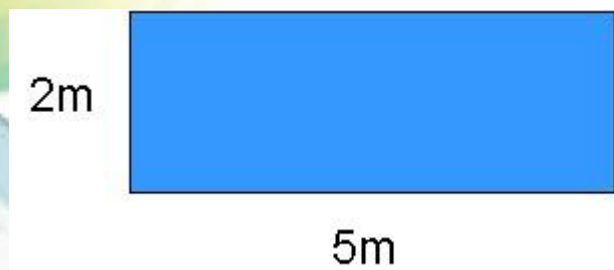
d) 305

A medida do lado de um quadrado é expresso por $(3x - 1) \text{ cm}$, e a área desse quadrado é 64 cm^2 . Qual é a equação do 2º grau, escrita na forma reduzida que pode obter com os dados desse problema ?

- a) $9x^2 - 6x + 1 = 0$
- b) $3x^2 - 2x + 21 = 0$
- c) $3x^2 + 2x - 21 = 0$
- d) $3x^2 - 2x - 21 = 0$

Sr. João está construindo uma piscina em sua casa. O empreiteiro por uma distração abriu um buraco retangular com as medidas abaixo. Quando o sr. João viu aquilo achou a piscina muito estreita. Então decidiu aumentar o comprimento e a largura da piscina na mesma quantidade, para que a nova piscina tivesse 7 vezes a área da piscina que estava sendo construída.

Veja a área da atual piscina do Sr. João.



Baseado no texto e dados acima responda:

Qual será as novas dimensões da piscina, e o seu perímetro

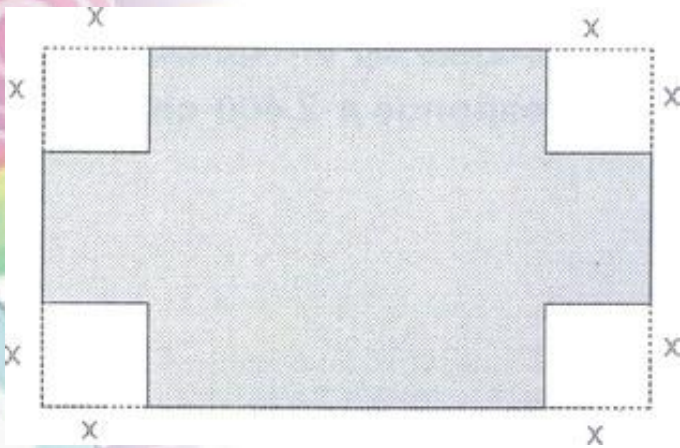
- a) 10m, 7m e 34 m
- b) 34m, 7m e 10m
- c) 10m, 7m e 14m
- d) 5m, 2m, 14m

Um arquiteto planeja construir uma piscina que ocupe um terreno retangular de $40m^2$. Em seu projeto, o comprimento da piscina deverá exceder em 3 metros a sua largura. Determine as medidas do comprimento e da largura da piscina.

Descritor: H48 - Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

- a- () 11,5 m e 8,5m (Distrator: O aluno determinou as medidas calculando o perímetro e não a área)
- b- () 21,5m e 18,50 m (Distrator: O aluno calculou a área somando o comprimento e a largura)
- c- (x) 8m e 5m (Descritor)
- d- () 6m e 3 m (Distrator: O aluno não igualou a equação a área, calculando uma equação reduzida).

De uma folha retangular de 25 cm por 20 cm são retirados de seus quatro cantos, quadrados de lado medindo x. Com isso, a área que sobrou da folha é de 436 m². Qual é a medida do lado do quadrado retirado dos cantos da folha?



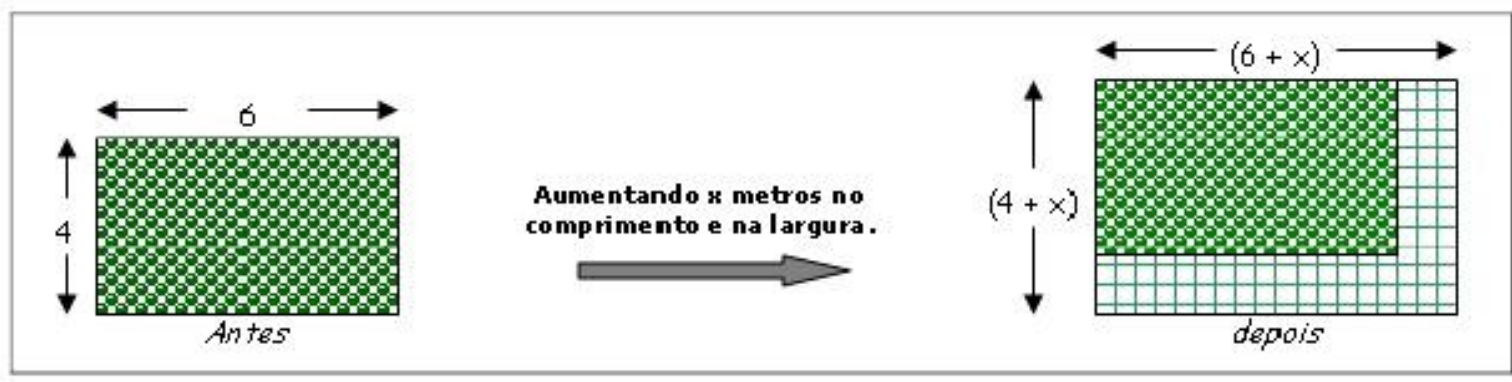
- (A) 11,3 cm
- (B) 4 cm
- (C) 8 cm
- (D) Não possui solução em IR

Um terreno retangular de área 875 m² tem o comprimento excedendo em 10 metros a largura. Quais são as dimensões do terreno?

Assinale a equação que representa o problema acima:

- a) $x^2 + 10x + 875 = 0$
- b) $x^2 + 875x - 10 = 0$
- c) $x^2 - 10x + 875 = 0$
- d) $x^2 + 10x - 875 = 0$

Maria possui em sua casa um jardim retangular de 6m de comprimento por 4m de largura. Ela pretende aumentar o jardim com gramado que passará a medir 143 m² de área. Para isso, ela acrescentou a mesma metragem ao comprimento e à largura, mantendo assim, a sua forma retangular, como podemos perceber na ilustração abaixo. Quantos metros serão acrescentados ao comprimento e à largura desse jardim?



- a) 17
- b) 14
- c) 7
- d) 8,4

Descritores associados:

H26- Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas.

H47 – Relacionar as raízes de uma equação do 2º grau com sua decomposição em fatores do 1º grau (vice-versa).

H48 – Resolver situações-problema, envolvendo equação do 2º grau.

Resposta certa: letra c

Os 24 alunos de uma sala estão dispostos de forma retangular, em filas, de tal modo que o número de alunos de cada fila supera em 5 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?

Descritor: H48 - Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

- (a) 8 (Distrator: O aluno pegou o valor negativo da raiz.)
- (b) 3 (correta)
- (c) 120 (Distrator: O aluno multiplicou os valores dados no problema.)
- (d) Não possui solução em R (Distrator: O aluno equacionou o problema errado, obtendo $x^2+5x+24=0$, encontrando assim, $\Delta < 0$.)

Solução:

$$x(x+5)=24$$

$$x^2+5x-24=0$$

$$x'=3, x''=-8$$

Uma determinada classe sempre quis saber a idade de um professor e este nunca revelara tao idade. De tanto insistirem o professor acabou respondendo de uma forma enigmática:

- A minha idade de hoje multiplicada pela idade que tinha a 10 anos é igual a 600.

Isso não foi muito esclarecedor, mas como descobrir essa idade?

Dentre as opções abaixo, apenas uma é verdadeira. Qual?

(a) -20

(b) 30

(c) 20

(d) -30

Uma quadra de futebol de salão tem medidas 15m de comprimento e 8m de largura. Deseja-se fazer em torno dessa quadra, uma faixa adicional de largura constante, para as pessoas assistirem os eventos. A área da quadra, com a faixa deve ser de $198m^2$. Qual deve ser a largura da faixa?

a) 13 b) 5 c) 1,5

Como não sabemos a largura da faixa (ainda), utilizamos para tal medida x ; e então as medidas da quadra, com a faixa, fica sendo: $15 + 2x$ de comprimento e $8 + 2x$ de largura; como já sabemos a área total dessa quadra (com a faixa), temos:

$$(15 + 2x)(8 + 2x) = 198$$

$$120 + 30x + 16x + 4x^2 = 198$$

$$4x^2 + 46x - 78 = 198 \text{ (simplificando todos os termos)}$$

$$2x^2 + 23x - 39 = 0$$

A alternativa correta é a letra c.

Carlos leu o seguinte anúncio no jornal: IMPERDÍVEL - Terreno retangular de 300m^2 de área e perímetro 70 m. Ele ficou muito curioso para saber quais eram as medidas desse terreno, ou seja, largura e comprimento e tentou resolver esse problema. Quais foram os valores que Carlos achou?

- a) 10m e 30m
- b) 20m e 15m
- c) 12m e 25m
- d) 45m e 25m

Um aluno desejava saber as medidas dos catetos de um triângulo retângulo sabendo que um deles media 5 cm. mais que o outro. Ele possuía apenas a medida da hipotenusa 25 cm. Qual foi o valor correto encontrado?

- a) (x) 15 cm e 20 cm.
- b) () 15 cm e -20 cm.
- c) () 20 cm e -15 cm.
- d) () 17,5 cm e 22,5 cm.

Um quadrado tinha 2 m de lado e foi ampliado em x metros em cada lado, mantendo o formato quadrado. Sabendo que a nova área é de 9 m^2 : Represente essa situação por meio de uma equação de 2° grau.

- a) $x^2 + 4x + 4 = 0$ (o aluno pode ser induzido a aumentar somente 2 lados do quadrado (largura e altura, passando o lado a medir $x+2$ e além do mais não igualando a área)
- b) $x^2 + 4x - 5 = 0$ (o mesmo raciocínio anterior, porém igualando a 9 e subtraindo 9 a ambos os lados)
- c) $4x^2 + 8x + 4 = 0$ (como a figura tem que continuar sendo um quadrado temos que adicionar $2x$ a altura e a largura, porém aqui não igualando a área a 9)
- d) $4x^2 + 8x - 5 = 0$ (o aluno acrescenta $2x$ a largura e a altura e iguala a equação a 9, subtraindo 9 a ambos os lados temos a equação)

Resposta: letra D

Um grupo de amigos, desejando fazer uma excursão, contratou um ônibus que os levaria e os traria de seu destino pela quantia de R\$ 120, 00. Esse valor seria dividido igualmente entre eles, mas no dia marcado 2 desses amigos não puderam comparecer, aumentando em R\$ 2,00 a passagem paga por cada um dos que foram. Determine quantos amigos haviam combinado de ir a excursão.

Descritor: H48 - Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.

() 10 amigos. (Distrator: O aluno considerou o número de amigos que foram a excursão)

() 11 amigos. (Distrator: O aluno estima por aproximação a resposta, considerando, ao montar a equação, que nº de amigos e valor a ser pago são a mesma variável: $(x - 2)(x + 2) = 120$)

() 12 amigos. (Descritor)

() 60 amigos. (Distrator: O aluno não considerou a falta de dois amigos e aptou pela resposta de maior valor absoluto).

Do quadrado de um número real vamos subtrair o quádruplo do mesmo número. O resultado encontrado é 60. Qual é esse número?

a) 256 (O aluno encontrou o discriminante do problema)

b) -10 e 6 (O aluno errou em sinal)

c) (x) 10 e - 6

d) 60 (O aluno não montou o problema)

Se - 2 é raiz da equação $2x^2 - 3mx + m - 1 = 0$, então o valor de m é :

(a) 1

(b) - 7/5

(c) -1

(d) Nenhuma das respostas acima.

A temperatura **C** (em graus Celsius) de um forno é regulada de um modo que varie com o tempo **t** (expresso em minutos) de acordo com a lei: $C = 300 - 0,5t^2 + 15t$, com $0 \leq t \leq 30$.

a) Calcule a temperatura no instante $t = 0$.

b) Verifique em que instante a temperatura atinge 400°C no intervalo considerado.

De acordo com as questões a e b a alternativa correta é:

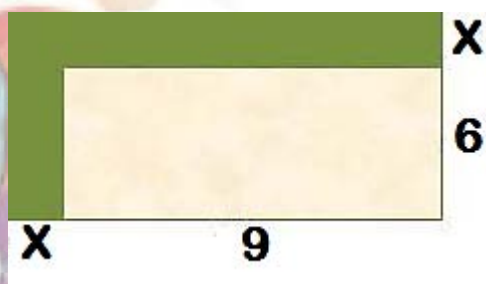
a) 0°C ; $t = 10$ ou $t = 20$

b) 300°C ; $t = 10$ ou $t = 20$

c) 300°C ; $t = 10$

d) 0°C ; $t = -10$ ou $t = -20$

Um terreno retangular mede 9 m de comprimento e 6 m de largura. Aos fundos do terreno e em uma de suas laterais — como mostra a figura a seguir — serão acrescentadas duas faixas de mesma largura. Com essa expansão do terreno, a nova área medirá 88 m^2 . Qual será a largura dessas faixas?



a) 2 m - correta

b) 4 m - distrator: o aluno somou a largura das duas faixas.

c) 8 m - distrator: o aluno achou a largura do terreno.

d) 17 m - distrator: o aluno desconsiderou o sinal negativo do b na fórmula geral.

De acordo com o problema abaixo, responda aos itens I e II respectivamente:

A área de um retângulo é 60 cm^2 , e seu comprimento mede 4 cm a mais que sua largura.

I) Qual das equações abaixo representa a área desse retângulo?

a) $x^2 + 4x + 60 = 0$

b) $x^2 + 4x - 60 = 0$

c) $x^2 - 4x - 60 = 0$

d) $2x + 4x - 60 = 0$

II) Quais as dimensões desse retângulo?

a) 5 e 9

b) 6 e 10

c) 2 e 6

d) 4 e 8

A base de um retângulo é 4m maior que a altura. A área desse retângulo é de 45 m^2 . Calcule o perímetro desse retângulo.

a) 16 m

b) 180 m

c) 28 m

d) 20 m

