FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

ANTONIO WELLINGTON DE OLIVEIRA NAZARÉ

SUGESTÕES DE AULAS PARA A INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL – 2º BIMESTRE

CABO FRIO

2013

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho visa apresentar sugestões de aulas sobre o conteúdo de Equações do 2º grau para o 9º ano do ensino fundamental, focaremos uma abordagem a respeito do uso de equações do 2º grau no dia a dia, suas formas e tecnicas de resolução, além de apresentar, conceituar e discutir o uso dessas equações. O planejamento a seguir tem na sua proposta o uso de 4 aulas, ou seja, uma semana de estudos.

Entendendo que o estudo de Equações do 2º grau é pertinente e de fundamental importância para a vida acadêmica e profissional dos alunos, a introdução deste assunto se dará por questões em que os alunos tenham conhecimento em seu cotidiano.

Usando recursos tecnológicos como o projetor multimídia, pretendemos atrair a atenção do nosso aluno e deixar a aula um pouco mais prazerosa.

Todas as atividades aqui apresentadas foram colocadas em prática com a turma 904 do Colégio Estadual Dr. Feliciano Sodré no município de São Pedro da Aldeia durante o 2º bimestre do ano letivo de 2013.

<u>1ª e 2ª AULAS – ATIVIDADE</u>

HABILIDADES RELACIONADAS: H48- Resolver situações-problemas envolvendo uma equação do 2º grau. H48- Resolver situações-problemas envolvendo uma equação do 2º grau.

PRÉ REQUISITOS: Prática com as equações do 1º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (2 aulas)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia, computador, papel, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Apresentar os conteúdos a serem estudados (Equações do 2º grau), Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado, Definir, conceituar e resolver equações do 2º grau.

AVALIAÇÃO: Individual pela participação (perguntas e respostas dos exercícios) nas atividades propostas pelo professor.

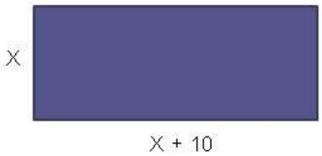
METODOLOGIA: Começaremos a aula com um bate papo descontraído sobre equações e sua utilidade em nosso dia a dia.
Utilizando o projetor multimídia definiremos e apresentaremos situações onde as equações quadradas podem vir a aparecer, veja abaixo os slides utilizados:

SITUAÇÃO 01

A Profesora de Artes quer um painel retangular para a exposição educativa. Ela quer um painel que tenha 600 cm² de área. Mas, ela quer o painel com 10 cm a mais no comprimento do que na largura.

<u>RESOLUÇÃO</u>

- Se representarmos por X a medida da largura da página, seu comprimento será representado por (X + 10).



- Sabemos que para determinarmos a área de um retangular devemos multiplicar o comprimento pela largura:

$$(X + 10) \, . \, X$$

- Como a área tem que ser igual a 600, obtemos:

$$(X + 10) \, . \, X = 600$$

- Desenvolvendo o produto, no 1º membro:

$$X^2 + 10X = 600$$

- A equação $X^2 + 10X = 600$, é chamada de equação do 2º grau na variável X.

SITUAÇÃO 02

O número de diagonais de um polígono pode ser calculado pela fórmula matemática $d = \frac{n(n-3)}{2}$, em que **d** representa o número de diagonais e **n** representa o número de lados. Determine a equação que representa a quantidade de lados desse polígono, sabendo que o número de diagonais é igual ao número de lados.

<u>RESOLUÇÃO</u>

- Se o número de diagonais (d) é igual ao número de lados (n), podemos escrever: **d = n .**
- Substituindo na fórmula, podemos escrever a equação:

$$n = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$n = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$2n = n^2 - 3n$$

- A equação $2n = n^2 - 3n$ é chamada de equação do 2º grau na variável n.

EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM UMA INCÓGNITA

1) DEFINIÇÃO

- Chama-se de equação do 2º grau com uma incógnita, toda equação que assume a forma:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Onde:

- ✓ x é a incógnita.
- ✓ a, b e c são números reais, com $a \neq 0$.
- ✓ a é coeficiente do termo em x^2.
- ✓ b é coeficiente do termo em x.
- ✓ c é o coeficiente do termo independente de x.

Exemplos:

a) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ (incógnita x)
  a = 3   b = 4   c = 1   (Equação completa)

b) $p^2 - 5p + 6 = 0$ (incógnita p)
  a = 1   b = -5   c = 6   (Equação completa)

c) $-5t^2 + 7t - 2 = 0$ (incógnita t)
  a = -5   b = 7   c = -2   (Equação completa)

d) $2y^2 - 10y = 0$ (incógnita y)
  a = 2   b = -10   c = 0   (Equação incompleta)

e) $4z^2 - 100 = 0$ (incógnita z)
  a = 4   b = 0   c = -100 (Equação incompleta)

f) $7m^2 = 0$ (incógnita m)
  a = 7   b = 0   c = 0   (Equação incompleta)

FORMA NORMAL OU REDUZIDA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

- Uma equação do 2º grau, com uma incógnita, está na forma normal ou reduzida quando assume a forma geral $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

- Exemplos:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$
b) $y^2 - 81 = 0$
c) $-2t^2 + 5t - 2 = 0$
d) $-6m^2 + m = 0$

FORMA NORMAL OU REDUZIDA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

- Vejamos alguns exemplos de equações do 2º grau, com uma incógnita, que serão representadas na forma reduzida aplicando os princípios aditivo e multiplicativo das equações.

a) $x^2 - 16 = 48$
$x^2 - 16 - 48 = 0$ **- Aplicando o princípio aditivo.**
$x^2 - 64 = 0$ **- Forma reduzida.**

b) $y^2 + 2y = 3y + 1$
$y^2 + 2y - 3y - 1 = 0$ **- Aplicando o princípio aditivo.**
$y^2 - y - 1 = 0$ **- Reduzindo os termos semelhantes.**
$y^2 - y - 1 = 0$ **- Forma reduzida.**

FORMA NORMAL OU REDUZIDA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

c) $(3m + 1)^2 = 7 - (m + 8)(m - 3)$
$9m^2 + 6m + 1 = 7 - m^2 - 5m + 24$ - Eliminando os parênteses.
$9m^2 + m^2 + 6m + 5m + 1 - 7 - 24 = 0$ - Aplicando o princípio aditivo.
$10m^2 + 11m - 30 = 0$ - Forma reduzida.

d) $\frac{x}{x-4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{x}$
$\frac{2x.x + x.(x-4)}{2x(x-4)} = \frac{2.2(x-4)}{2x(x-4)}$ - Reduzindo ao mesmo denominador.
$2x^2 + x^2 - 4x = 4x - 16$
$2x^2 + x^2 - 4x - 4x + 16 = 0$ - Aplicando o princípio aditivo.
$3x^2 - 8x + 16 = 0$ - Forma reduzida.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

<u>1º CASO:</u> Equação do tipo $ax^2 + bx = 0$.

a) **O quadrado de um número real positivo é igual ao seu quíntuplo. Determine esse número.**

<u>RESOLUÇÃO</u>

- ✓ Representando o número procurado por x obtemos a equação:
  $x^2 = 5x$
  $x^2 - 5x = 0$ - Forma reduzida.
  $x.(x - 5) = 0$ - Fator comum em evidência.
- ✓ Para que o produto entre dois números reais seja igual a zero um desses dois números precisa ser zero. Logo:
  $x = 0$ - Uma raiz da equação.
  ou
  $x - 5 = 0$ $x = 5$ - Outra raiz da equação.
- ✓ As raízes da equação são 0 e 5.
- ✓ **Resposta:** Como o problema nos pede um número real positivo, concluímos que o número procurado é o 5.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

b) Determine os números reais que satisfazem a equação: $3m^2 - 21m = 0$.

RESOLUÇÃO

$3m^2 - 21m = 0$
$m.(3m - 21) = 0$ - Fator comum em evidência.
$m = 0$ - Uma raiz da equação.
ou
$3m - 21 = 0$
$m = 7$ - Outra raiz da equação.

As raízes da equação são 0 e 7.

Resposta: Os números procurados são 0 e 7.

Neste momento sugerimos a resolução dos seguintes exercícios:

1) Diga quais são as raízes da seguintes equações:

a) $X^2 + 16x = 0$

b) $X^2 - 9x = 0$

Após um pequeno período para a resolução dos alunos, resolveremos estas questões com auxílio do quadro branco.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

2º CASO: **Equação do tipo $ax^2 + c = 0$.**

a) Do quadrado de um número real subtraí 2 e obtive 34. Qual é esse número?

RESOLUÇÃO

Representando o número procurado por x, obtemos a equação:

$x^2 - 2 = 34$

$x^2 - 2 - 34 = 0$

$x^2 - 36 = 0$

$x^2 = 36$

$x = +\sqrt{36} = +6$, pois $(+\sqrt{36})^2 = 36$

$x = -\sqrt{36} = -6$, pois $(-\sqrt{36})^2 = 36$

$x = \pm 6$

As raízes da equação são -6 e 6.

Resposta: O número real procurado é -6 ou 6.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

b) Quais os valores reais de x que satisfazem a proporção: $\frac{x}{15} = \frac{3}{x}$?

RESOLUÇÃO

$x^2 = 45$ - Propriedade fundamental das proporções.

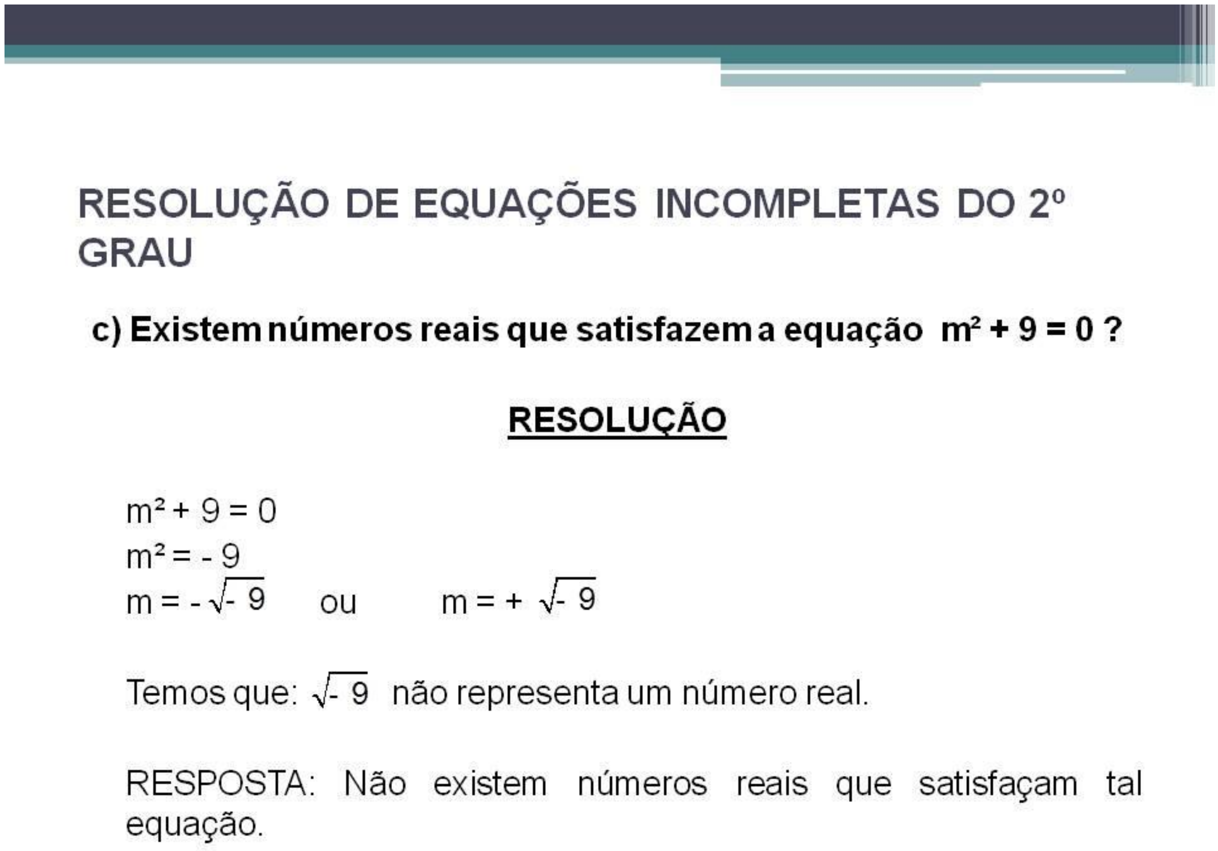
$x = -\sqrt{45}$ ou $x = +\sqrt{45}$

$x = -3\sqrt{5}$ ou $x = +3\sqrt{5}$

$x = \pm 3\sqrt{5}$

As raízes da equação são $-3\sqrt{5}$ e $+3\sqrt{5}$

RESPOSTA: Os valores de x procurados são $-3\sqrt{5}$ e $+3\sqrt{5}$.



Neste momento sugerimos a resolução dos seguintes exercícios:

1) Diga quais são as raízes da seguintes equações:

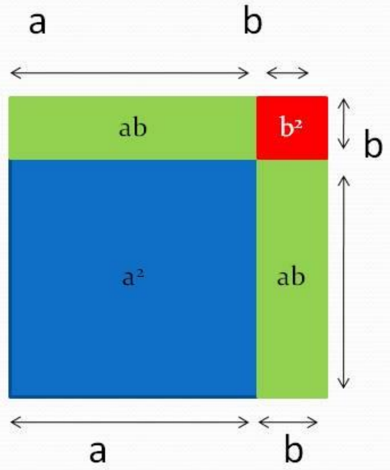
a) **$4X^2 - 100 = 0$**

b) **$X^2 – 16 = 20$**

Após um pequeno período para a resolução dos alunos, resolveremos estas questões com auxílio do quadro branco.

Apresentaremos a seguir com auxílio do projetor, os slides com a resolução de equações completas do 2º grau pelo método de completar quadrados:

Representação Geométrica



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Resolução da equação $x^2 + 6x + 8 = 0$

- Passa 8 para o 2º membro

  $x^2 + 6x = - 8$

- Como na representação geométrica acrescentamos 3^2

  $x^2 + 6x + 3^2 = - 8 + 3^2$

  $(x + 3)^2 = - 8 + 9$

  $(x + 3)^2 = 1$

- Tira a raiz quadrada de ambos os membros

$$(x + 3) = \pm 1$$

$x + 3 = 1$	$x + 3 = -1$
$x = 1 - 3$	$x = -1 - 3$
$x = -2$	$x = -4$

$$S = \{-4, -2\}$$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

- Trinomio quadrado perfeito $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$$x^2 - 2x + 1^2 = 8 + 1^2$$

$$(x - 1)^2 = \sqrt{}\, 9$$

$$(x - 1) = \pm 3$$

$x - 1 = 3$	$x - 1 = -3$
$x = 3 + 1$	$x = -3 + 1$
$x = 4$	$x = -2$

$$S = \{-2, 4\}$$

Com auxílio do livro didático iremos propor a resolução de uma série de exercícios utilizando os métodos de resolução apresentados nesta aula.

Exercícios

1) Classifique as equações a seguir como completa ou incompleta, se for do 2º grau:

a) $2x^2 + 6$
b) $x = 0$
c) $0x^2 + x = 0$
d) $x^2 + 2x - 7 = 0$
e) $-x^2 - x - 0 = 0$
f) $x^2 = 7x$
g) $-3x^2 - 0x + 4 = 0$
h) $\frac{5}{4}x^2 - x = 0$
i) $-2{,}4x^2 + 0{,}2x - 8 = 0$
j) $0x^2 - 5x + 2 = 0$

2) Indique os coeficientes das equações do 2º grau do exercício anterior.

3) Encontre a solução das seguintes equações:

a) $3x^2 = 0$
b) $-9x^2 = 0$
c) $\frac{4}{7}x^2 = 0$
d) $7x^2 - 10 = 0$
e) $x^2 - 81 = 0$
f) $x^2 + 64 = 0$
g) $\frac{4}{3}x^2 - 3 = 0$
h) $2x^2 + 6x = 0$
i) $-x^2 + x = 0$
j) $\frac{3}{5}x^2 - x = 0$
k) $5x^2 + \frac{2}{5}x = 0$
l) $-\frac{6}{7}x^2 + \frac{6}{7}x = 0$

4) Analise e resolva os seguintes problemas:

a) O triplo do quadrado do número de filhos de Moisés é 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Moisés têm?
b) Uma tela retangular com área de $3200cm^2$ tem de largura duas vezes a sua altura. Quais são as dimensões desta tela?
c) O quadrado da minha idade é igual a 144. Quantos anos eu tenho?

5) Dê o conjunto solução das seguintes equações do 2º grau, em $\mathbb{R}$:

a) $x^2 - 49 = 0$
b) $2x^2 = 50$
c) $x^2 - 1 = 0$
d) $8x^2 - 8 = 0$
e) $4x^2 - 20 = 0$
f) $-25 + x^2 = 0$
g) $7x^2 + 2 = 30$
h) $x^2 + 16 = 0$
i) $-x^2 = 225$
j) $-4x^2 + 5 = -59$
k) $3x^2 + 30 = 0$
l) $-49 + x^2 = 0$
m) $36 = 4x^2$
n) $x^2 - 5x = 0$
o) $-7x + x^2 = 0$
p) $-4x^2 + 9x = 0$
q) $3x^2 + 5x = 0$
r) $4x^2 - 12x = 0$
s) $x^2 = -x$
t) $7x^2 + 14x = 0$
u) $-2x^2 + 10x = 0$

3ª e 4ª AULAS – ATIVIDADE

HABILIDADES RELACIONADAS: H48- Resolver situações-problemas envolvendo uma equação do 2º grau.

PRÉ REQUISITOS: Prática com as equações do 1º grau, reconhecer equações do 2º grau, resolver equações do 2º grau incompletas.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos (2 aulas)

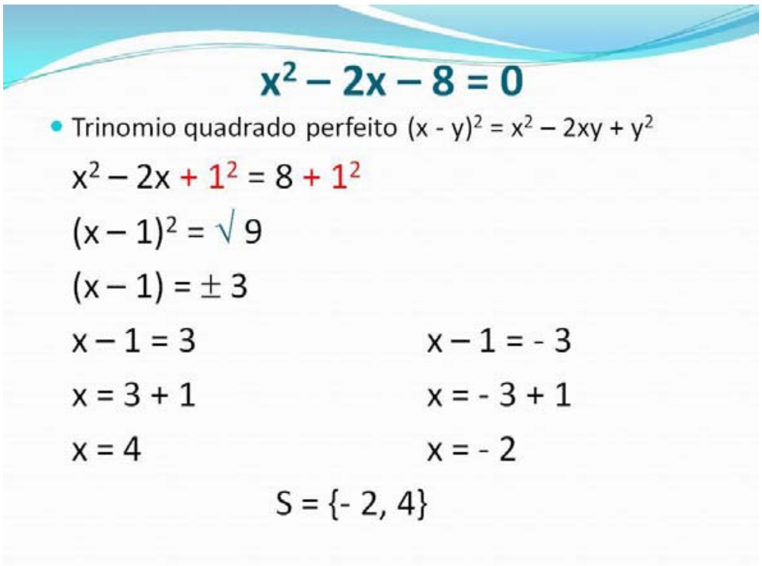
RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Projetor multimídia, computador, papel, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Resolver equações do 2º grau na forma completa.

AVALIAÇÃO: Individual pela participação (perguntas e respostas dos exercícios) nas atividades propostas pelo professor.

METODOLOGIA: Começaremos a aula relembrando o seguinte slide da aula anterior e levantaremos a discussão a respeito da resolução desta equação:



Depois apresentamos o vídeo:

http://www.youtube.com/watch?v=BmuWuMJZlQs

Enfim apresentaremos a fórmula de Bhaskara como uma das maneiras práticas, rápidas de resolvermos equações do 2º grau:

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COMPLETAS DO 2º GRAU

- Seja a equação do 2º grau na forma normal:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ com } a \neq 0.$$

- Para determinarmos as raízes dessa equação, caso existam, utilizaremos a fórmula resolutiva de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

- Onde: $b^2 - 4.a.c$, é chamado de discriminante da equação e representado pela letra grega delta (Δ). Assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COMPLETAS DO 2º GRAU

- Se $\Delta > 0$ (positivo), a equação do 2º grau terá duas raízes reais e diferentes : $x' \neq x''$.
- Se $\Delta = 0$ (nulo), a equação terá duas raízes reais e iguais: $x' = x''$.
- Se $\Delta < 0$ (negativo) , a equação não terá raízes reais: $x' \notin \Re$ e $x'' \notin \Re$.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COMPLETAS DO 2º GRAU

a) Determine as raízes reais da equação: **$x^2 - 5x + 4 = 0$**.

- Temos que: **a=1, b=-5 e c=4**.
- Calculando o discriminante da equação, obtemos:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c = (-5)^2 - 4.1.4 = 25 - 16$$

$$\Delta = 9$$

- Substituindo os valores na fórmula resolutiva de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2.1} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

- A equação tem duas raízes reais e diferentes que são 1 e 4.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COMPLETAS DO 2º GRAU

b) Determine as raízes reais da equação: $3p^2 + 6p + 3 = 0$.

- Calculando o discriminante, obtemos:

$$\Delta = 6^2 - 4.3.3 = 36 - 36$$
$$\Delta = 0$$

- Utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara:

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2\ .\ 3} = \frac{-6 \pm 0}{6}$$
$$p_1 = \frac{-6}{6} = -1$$
$$p_2 = \frac{-6}{6} = -1$$

- A equação tem raízes reais e iguais. A raiz é -1.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COMPLETAS DO 2º GRAU

c) Determine as raízes reais da equação: $4y^2 - 2y + 1 = 0$.

- Calculando o discriminante da equação:

$$\Delta = (-2)^2 - 4.4.1 = 4 - 16$$
$$\Delta = -12$$

- Aplicando na fórmula de Bhaskara, obtemos:

$$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-12}}{2\ .\ 4}$$

- Observe que no Conjunto dos Números Reais não existe raiz de índice par de radicando negativo.
- Logo, a equação não tem raízes reais.

Sugerimos uma série de exercícios que envolvam equações completas;

Exercícios

1) Aplicando a fórmula de Bhaskara, resolva as seguintes equações do 2º grau.

a) $3x^2 - 7x + 4 = 0$

b) $9y^2 - 12y + 4 = 0$

c) $5x^2 + 3x + 5 = 0$

2) Resolva a seguinte equação fracionária do 2º grau.

$$x^2 + \frac{5x}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

*3) Se você multiplicar um número real **x** por ele mesmo e do resultado subtrair 14, você vai obter o quíntuplo do número **x**. Qual é esse número?*

4*) O triplo do quadrado do número de filhos de Pedro é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Pedro tem?*

5) Uma tela retangular com área de $9600cm^2$ *tem de largura uma vez e meia a sua altura. Quais são as dimensões desta tela?*

6) Comprei 4 lanches a um certo valor unitário. De outro tipo de lanche, com o mesmo preço unitário, a quantidade comprada foi igual ao valor unitário de cada lanche. Paguei com duas notas de cem reais e recebi R$ 8,00 de troco. Qual o preço unitário de cada produto?

7) Quais são as raízes da equação $x^2 - 14x + 48 = 0$*?*

8) *O dobro do quadrado da nota final de Pedrinho é zero. Qual é a sua nota final?*

CONCLUSÃO

Esperamos que após a aplicação dessas aulas o aluno entenda que é importante estudarmos Equações do 2º Grau, já que seu conteúdo esta presente em diversas situações do nosso dia a dia. Essa proposta de 4 aulas não necessariamente deverá ser em seqüência, ou seja, o professor pode intercalar outras aulas entre elas, como por exemplo: aulas de exercícios ou atividades em grupo.

Acreditamos que o mundo está em crescente evolução e que o professor deve se atualizar constantemente visando à melhoria de seu trabalho, assim aulas mais atrativas com a interação professor x aluno é fundamental para o bom funcionamento da escola.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS CONSULTADAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília. MEC/SEF, 1997.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO, Antonio. 2009. **Matemática e Realidade**. 9º ano. Ed. Atual. 6ª Ed.

BOYER, Carl Benjamin. 2002. **História da Matemática**. **Editora Edgard Blucher, 2º edição.**

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos 2002. **Fundamentos de Matemática Elementar,** Ed. Atual. 6ª Ed.

REIS E TROVON, 2009. **Aplicando a Matemática** – 9ºano. Ed. Casa Publicadora Brasileira. 2ª Edição.