

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ / SEEDUC - RJ

COLÉGIO: CIEP 050 – PABLO NERUDA

PROFESSORA: IVANA REBELLO DA SILVA

GRUPO: 2

TUTORA: LILIAN RODRIGUES ZANELLI DA COSTA DE PAULA

9.º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL – 2.º BIMESTRE/ 2013

AVALIAÇÃO DA EXECUÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2

TEOREMA DE PITÁGORAS

PONTOS POSITIVOS:

- A elaboração do Plano de Trabalho de acordo com a realidade da turma que estou trabalhando.
- O fato de abordar os conteúdos da forma mais dinâmica possível, fazendo com que os alunos participem ativamente do processo da construção do conhecimento.
- Trabalhar em grupos fez com que houvesse uma interação maior entre a turma.
- Trabalhar as ideias dos Roteiros de Ação ajudaram bastante no processo da construção do conhecimento.
- Conseguimos trabalhar bastante as dúvidas com as atividades retiradas do Caderno Pedagógico da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro.

PONTOS NEGATIVOS:

- A falta de interesse da maioria da turma para realizar as atividades propostas
- O fato da escola não ter um laboratório de informática dificultou um pouco o trabalho, pois não pude utilizar o Geogebra.
- A defasagem de conteúdos básicos que os alunos apresentam, dificulta muito a aprendizagem.

ALTERAÇÕES:

Pelo que observei da turma, eu não faria alterações no Plano de Trabalho 2 sobre Teorema de Pitágoras, pois a turma interagiu muito bem com a aplicação do mesmo, apesar da falta de interesse de alguns alunos. Conseguimos trabalhar bastante as dúvidas com as atividades propostas.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS:

Apesar de todos os problemas, os alunos gostaram bastante das aulas, pois puderam interagir com os outros colegas e acharam as atividades propostas interessantes, fazendo com que eles participassem ativamente da construção do conhecimento.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ / SEEDUC - RJ

COLÉGIO: CIEP 050 – PABLO NERUDA

PROFESSORA: IVANA REBELLO DA SILVA

GRUPO: 2

TUTORA: LILIAN RODRIGUES ZANELLI DA COSTA DE PAULA

9.º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

2.º BIMESTRE/ 2013

PLANO DE TRABALHO 2

TEOREMA DE PITÁGORAS

1. INTRODUÇÃO

Este plano tem por objetivo demonstrar o Teorema de Pitágoras e aplicá-lo em situações-problema variadas e contextualizadas. Foi elaborado visando à construção do conhecimento pelo aluno através de situações-problema.

Tomamos como base o Currículo Mínimo do 9.º ano do Ensino Fundamental, a Matriz de Referência do Saerjinho, os Roteiros de Ação, alguns Livros Didáticos e os Cadernos Pedagógicos do Aluno da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro. Não foi utilizado o Geogebra, pois a escola não possui laboratório de informática.

Este Plano de Trabalho foi elaborado de acordo com a realidade dos alunos do 9.º ano do Ciep 050 – Pablo Neruda que se localiza no Laranjal em São Gonçalo. Terá uma duração de 8 horas/aula (duas semanas).

2. DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 – Conhecendo a relação pitagórica

HABILIDADE RELACIONADA:

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

PRÉ-REQUISITOS: Conceitos de medidas, área de triângulos e quadrados.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 2 alunos.

OBJETIVOS:

- Apresentar o Teorema de Pitágoras

METODOLOGIA ADOTADA:

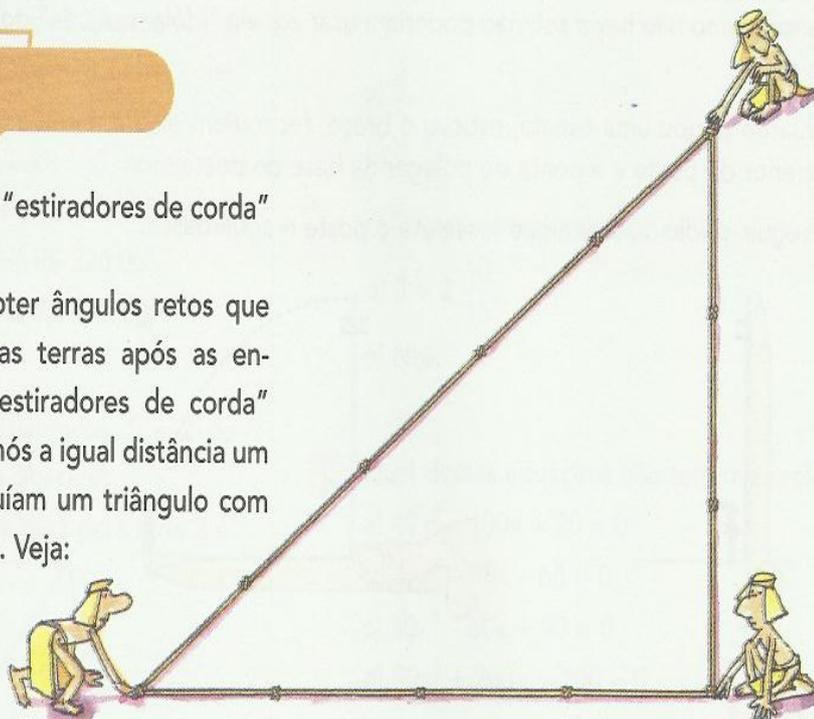
Daremos início através de uma conversa informal falando sobre o triângulo retângulo e os seus elementos. Pedirei aos alunos que pesquisem sobre Pitágoras e o seu Teorema para discutirmos sobre a história.

Daremos continuidade com a introdução a seguir retirada do livro didático do aluno e posteriormente utilizaremos o Roteiro de Ação 1, com algumas adaptações e algumas atividades do Caderno Pedagógico do Aluno da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro.

Introdução

Você já ouviu falar dos “estiradores de corda” do Antigo Egito?

Conta-se que, para obter ângulos retos que eram usados para medir as terras após as enchentes do rio Nilo, os “estiradores de corda” usavam uma corda com 12 nós a igual distância um do outro e com ela construíam um triângulo com vértices em três desses nós. Veja:

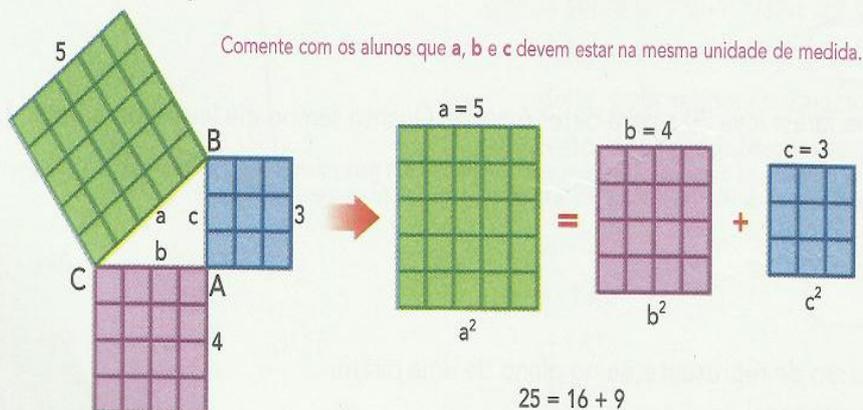


O triângulo assim obtido possui lados que medem 3, 4 e 5 unidades de comprimento e é um triângulo retângulo, isto é, um de seus ângulos internos mede 90° . Esse procedimento de obter cantos retos já era conhecido pelos antigos “estiradores de corda” há aproximadamente 5000 anos!

Esse método engenhoso é baseado em uma relação importante, válida para todos os triângulos retângulos. Ele foi estudado pelos matemáticos gregos no século VI a.C. e até hoje é muito utilizado. É conhecido como relação de Pitágoras e você já teve contato com ela:

“Se as medidas dos lados de um triângulo retângulo são a , b e c , sendo a a maior das três, então vale a relação: $a^2 = b^2 + c^2$.”

Vamos exemplificar essa relação para o caso particular do triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5 unidades de medida de comprimento:

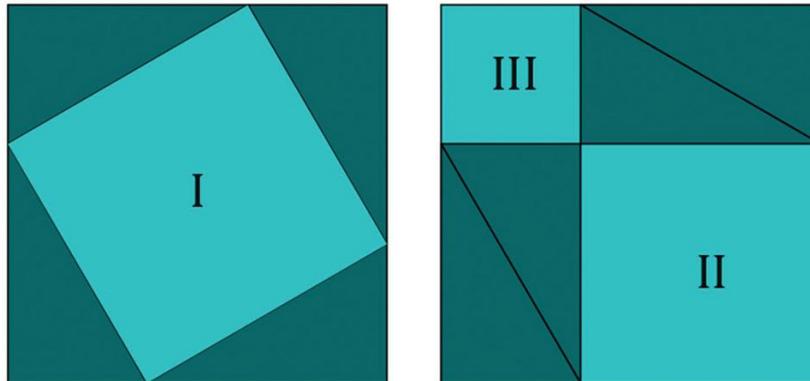


Como no triângulo retângulo o lado maior é conhecido por *hipotenusa* e os outros dois adjacentes ao ângulo reto, por *catetos*, a relação ou o teorema de Pitágoras também é assim enunciada: “O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.”

ROTEIRO DE AÇÃO 1: Conhecendo a relação pitagórica

O aluno deverá construir numa malha quadriculada duas figuras de acordo com a orientação do professor.

Conseguiu construir as figuras solicitadas? Ficaram parecidas com as **Figuras 1 e 2** abaixo?



Observe a primeira figura construída por você, a que se parece com a **Figura 1**, e responda os itens a seguir.

1. No interior ao quadrado que você desenhou na malha, colocando os quatro triângulos, há outro quadrilátero. Ele é um quadrado? Justifique. _____

A área deste quadrado interior, indicada como I na **Figura 1**, pode ser obtida da área do quadrado maior menos a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos.

2. Qual a área do quadrado maior? _____

3. Qual a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos? _____

4. E, então, qual seria a área I do quadrado interior? _____

Observe a segunda figura construída por você, a que se parece com a **Figura 2**, e responda os itens a seguir.

5. No interior da segunda figura, onde estão os quatro triângulos retângulos idênticos, estão também dois quadrados. O que podemos afirmar sobre a medida do lado do menor quadrado e a medida do menor cateto dos triângulos retângulos? ____

6. E sobre o lado do maior quadrado interior e a medida do maior cateto dos triângulos retângulos da figura? _____

7. Qual é a área de cada um desses quadrados? _____

8. A soma das áreas desses dois quadrados interiores também pode ser obtida calculando-se a área do quadrado maior menos a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos? _____

9. Qual é a relação entre a área do quadrado interior na primeira figura e a soma das áreas dos quadrados interiores na segunda figura? Converse com seus colegas e descubra se com as figuras que eles criaram isso também acontece. _____

10. Escreva algebricamente esta relação, considerando a medida dos lados do triângulo retângulo. Para isso, chame a hipotenusa deste triângulo de a , e os catetos de b e c . _____

11. Se um triângulo retângulo tem catetos, medindo 12 e 9, quanto mede a hipotenusa desse triângulo? _____

12. Se um triângulo retângulo tem hipotenusa, medindo 20 e um cateto, medindo 13, quanto mede o outro cateto desse triângulo? _____

13. A relação encontrada $a^2 = b^2 + c^2$, independe das medidas dos catetos do triângulo retângulo que você escolheu. Com a ajuda do seu professor enuncie este Teorema. _____

Veja a atividade abaixo:

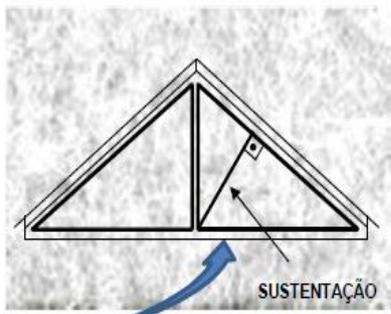
Preciso reforçar esse teto!



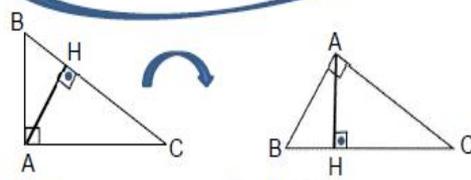
Como pretende fazer esse reforço?




Vou desenhar esse triângulo separadamente para calcular melhor.

O triângulo ABC é retângulo em \hat{A} .
 \overline{AH} é a altura relativa à hipotenusa.



- Um triângulo é chamado de retângulo quando possui um ângulo _____ (mede 90°).
- Os seus lados possuem nomes especiais. O lado oposto ao ângulo reto é chamado de _____.
- Observe! A hipotenusa é o lado representado por _____.
- Os lados que formam o ângulo reto são chamados de _____.
- Nas figuras acima, os catetos são os lados _____ e _____.
- O segmento perpendicular que liga a hipotenusa ao vértice oposto a ela é chamado de altura, que no desenho é o segmento _____.



Um segmento é perpendicular quando forma 90° com outro segmento, com uma reta etc...

Atividade 2 – Quebra-cabeça pitagórico

HABILIDADE RELACIONADA:

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

PRÉ-REQUISITOS: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, papel com os recortes das figuras, régua ou paquímetro, lápis.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 2 alunos.

OBJETIVOS:

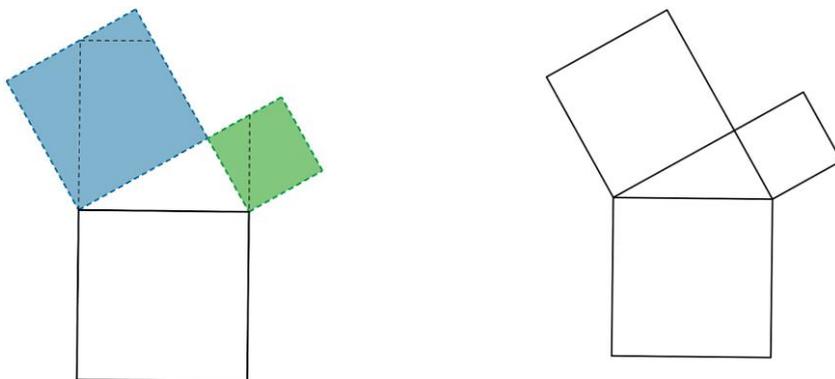
- Apresentar o Teorema de Pitágoras ao aluno a partir de áreas de figuras semelhantes.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos o Roteiro de Ação 2, com algumas adaptações.

FOLHA DE ATIVIDADES 2:

ROTEIRO DE AÇÃO 2: Quebra-cabeça pitagórico



Nesta sequência de atividade, vamos construir juntos a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando o quebra-cabeça disponibilizado pelo seu professor.

1. Utilize as peças que você recebeu para preencher o interior dos dois quadrados menores, como num quebra-cabeça.
2. Agora, usando todas as peças você consegue montar o quadrado maior? _____
3. Diante disso, você consegue perceber que relação existe entre as áreas dos três quadrados montados? Converse sobre isso com seus colegas. _____
4. Com o auxílio da régua, meça os lados dos quadrados construídos, calcule suas áreas e preencha a tabela a seguir. Você encontrou a mesma relação que pensou anteriormente? _____

	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

5. O que você pode observar em relação aos lados dos três quadrados construídos e os lados do triângulo retângulo? Caso precise, utilize uma régua para auxiliá-lo. ____
6. Agora, vamos supor que o triângulo retângulo da folha de atividades tenha hipotenusa, medindo a unidades, cateto maior, medindo b unidades e cateto menor, medindo c unidades. Você consegue escrever a relação entre as áreas dos quadrados, encontrada nos itens anteriores, utilizando essas informações? Pense junto com seus colegas! _____

Você conseguiu chegar à relação $a^2 = b^2 + c^2$? Saiba que em Matemática essa relação chama-se relação pitagórica e que está enunciada num dos principais teoremas da Geometria Euclidiana, o Teorema de Pitágoras!

Em um triângulo retângulo qualquer, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos os catetos.

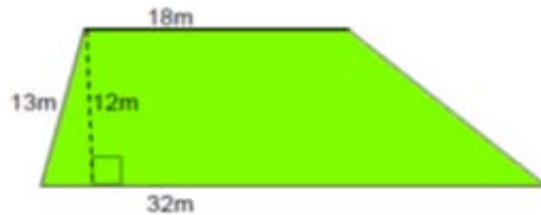
Você sabia que também podemos afirmar o contrário?

Se o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos os catetos; então, o triângulo é retângulo.

7. Agora vamos fechar essa atividade com chave de ouro! Se os catetos do triângulo retângulo da folha de atividade tivessem medidas iguais 3 cm e 4 cm, qual seria a medida da hipotenusa daquele triângulo? E se as medidas dos catetos fossem 5 cm e 12 cm? _____

8. Vamos tentar resolver o problema abaixo?

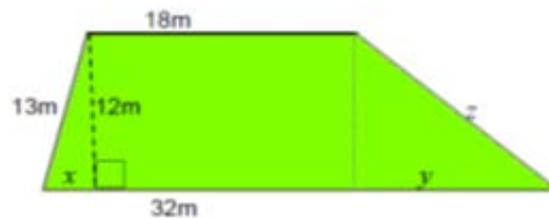
Jorge quer cercar seu terreno. Sua forma e algumas de suas dimensões estão representadas na figura abaixo.



O perímetro desse terreno é m.

Dic@s

1. Trace uma paralela à altura pelo outro vértice superior da figura.
2. As medidas que você deverá encontrar estão assinaladas como x , y e z na figura a seguir.



3. Calcule primeiro x , depois y e por último o valor de z . Assim ficará mais fácil.

Atividade 3 – A generalização do Teorema de Pitágoras

HABILIDADE RELACIONADA:

H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

PRÉ-REQUISITOS: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos, razão e figuras semelhantes.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis, régua.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 2 alunos.

OBJETIVOS:

- Verificar que o Teorema de Pitágoras é válido para polígonos semelhantes quaisquer justapostas num triângulo retângulo.

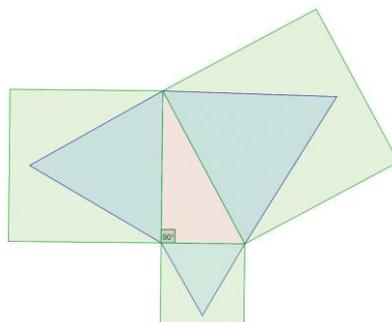
METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos o Roteiro de Ação 3, com algumas adaptações.

FOLHA DE ATIVIDADES 3:

ROTEIRO DE AÇÃO 3: A generalização do Teorema de Pitágoras

Observe a figura que seu professor entregou a você. Vamos pensar sobre os itens a seguir?



1. Você observou que existe um triângulo retângulo cercado por figuras de diferentes formatos? Observe, por exemplo, os triângulos que rodeiam o triângulo retângulo. Você consegue reconhecer alguma propriedade entre esses triângulos? Se precisar, utilize a régua para analisar o tamanho dos seus lados.

2. Agora que você percebeu que os triângulos citados na primeira questão são equiláteros, podemos afirmar que eles são semelhantes? Converse com seus colegas sobre isso, para justificarem a resposta de vocês. _____

3. O triângulo retângulo também está cercado por quadrados. Eles são polígonos semelhantes? Discuta com seu colega. _____

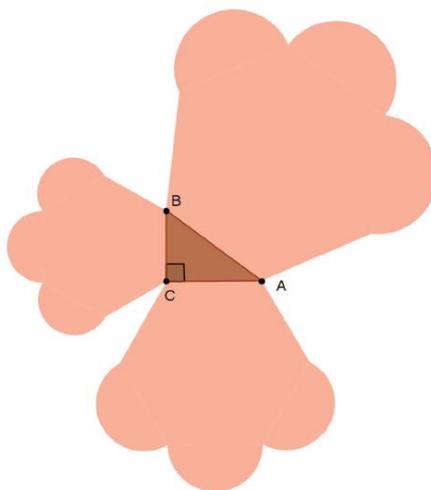
4. Com o auxílio de uma régua, meça os lados dos triângulos e dos quadrados e preencha as tabelas abaixo.

	Triângulo maior	Triângulo médio	Triângulo menor
Lado			
Área			

	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

5. Verifique se é possível estabelecer uma relação entre as áreas dos triângulos justapostos aos lados do triângulo retângulo, como a obtida para os quadrados nos roteiros anteriores.

Agora, observe a figura a seguir e responda às seguintes questões.



Fonte: Imagem feita pelo conteudista.

6. As figuras que aparecem ao redor do triângulo retângulo são figuras poligonais? Discuta sobre isso com os seus colegas. _____

7. Será que essas figuras são semelhantes? Como poderíamos chegar a essa conclusão? _____

8. O que você pode observar com relação à medida das áreas das três figuras justapostas ao lado do triângulo retângulo? Você reconhece alguma relação entre esse problema e o Teorema de Pitágoras, visto nas atividades anteriores? ____

9. Mova os pontos A, B e C que são vértices do triângulo retângulo. Você ainda consegue visualizar a relação contida no Teorema de Pitágoras? _____

Atividade 4 – Trabalhando com o Teorema de Pitágoras

HABILIDADE RELACIONADA:

H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.

H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

PRÉ-REQUISITOS: Teorema de Pitágoras e operações com números reais.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 2 alunos.

OBJETIVOS:

- Resolver problemas usando o Teorema de Pitágoras.
- Utilizar o Teorema de Pitágoras na dedução de fórmulas relativas a quadrados e triângulos equiláteros.
- Construir alguns números irracionais utilizando o Teorema de Pitágoras.

METODOLOGIA ADOTADA:

Utilizaremos algumas atividades retiradas do Caderno Pedagógico do Aluno da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro e de alguns livros didáticos..

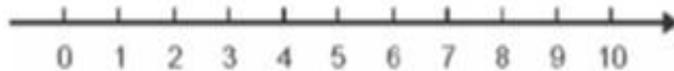
FOLHA DE ATIVIDADES 4:

Um quadro será restaurado. Para tal, sua moldura foi retirada. Para que a moldura se mantenha intacta, foi colocada uma tira de madeira na diagonal. Veja o modelo.

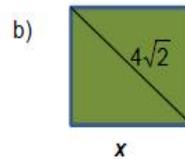
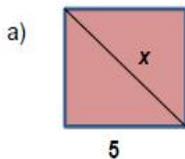


Sabendo que a moldura é quadrada e seu lado mede 1 metro, qual deve ser a medida da tira de madeira?

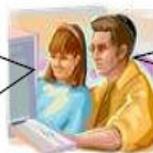
- A tira de madeira formou dois triângulos _____.
- Nesses triângulos, a tira de madeira é a _____ e seus catetos são _____.
- Logo, considerando a medida da tira como x , podemos calcular:
 $x^2 = \underline{\quad}^2 + \underline{\quad}^2 \rightarrow x^2 = \underline{\quad} \therefore x = \underline{\quad}$.
- Assinale na reta numérica, o valor aproximado da medida da tira de madeira.



Determine a medida de x nos quadrados abaixo.

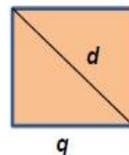


Professor, será coincidência ou a diagonal do quadrado é sempre o lado multiplicado pela raiz quadrada de 2?



Você mesma irá descobrir. Chame de q o lado do quadrado e de d a sua diagonal.

Temos: $\underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad} = \underline{\quad} \therefore d = \underline{\quad}$

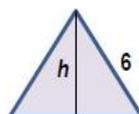


Legal! Eu equacionei! O que descobri é verdade.

Resolva este problema de triângulo equilátero.



Determine a medida da altura do triângulo equilátero abaixo.



A altura divide o triângulo em dois triângulos _____. Ela também divide a base ao meio.

Temos: _____

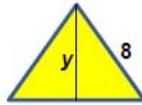
Este caso está mais difícil de descobrir...

Vamos fazer mais alguns exercícios para descobrirmos.

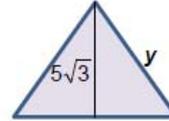


Determine o valor de y , nos triângulos equiláteros abaixo.

a)



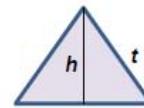
b)



Acho que descobri! Vou chamar de t o lado do triângulo e de h sua altura.



Perfeito!



Temos:

$$t^2 = h^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2 \rightarrow t^2 = h^2 + \frac{t^2}{4} \rightarrow 4t^2 = h^2 + t^2 \rightarrow 4t^2 - t^2 = 4h^2$$
$$h^2 = \frac{3t^2}{4} \therefore h = \frac{t\sqrt{3}}{2}$$



A altura é a metade da medida do lado, multiplicada pela raiz quadrada de _____!



Utilizando o Teorema de Pitágoras, descobrimos duas aplicações:

- a) A medida da diagonal do quadrado é _____
- b) A medida da altura do triângulo equilátero é _____

- Um ciclista, partindo de um ponto A, percorre 15 km para norte; a seguir, fazendo um ângulo de 90° , percorre 20 km para leste, chegando ao ponto B. **Qual a distância**, em linha reta, do ponto B ao ponto A?

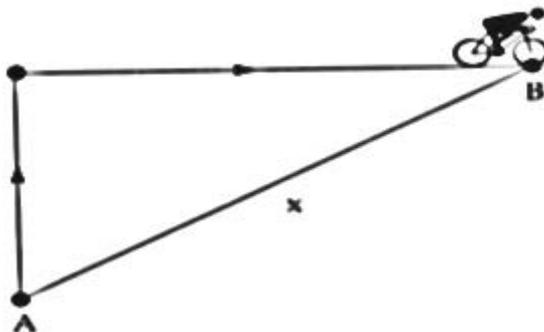
a) 20 km

b) 25 km

c) 15 km

d) 30 km

e) 40 km



- A medida da diagonal da tela de uma televisão determina as polegadas da TV. **Quantas polegadas** possui uma televisão cuja tela mede 30 cm por 40 cm?

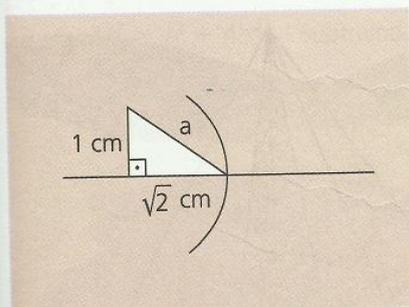
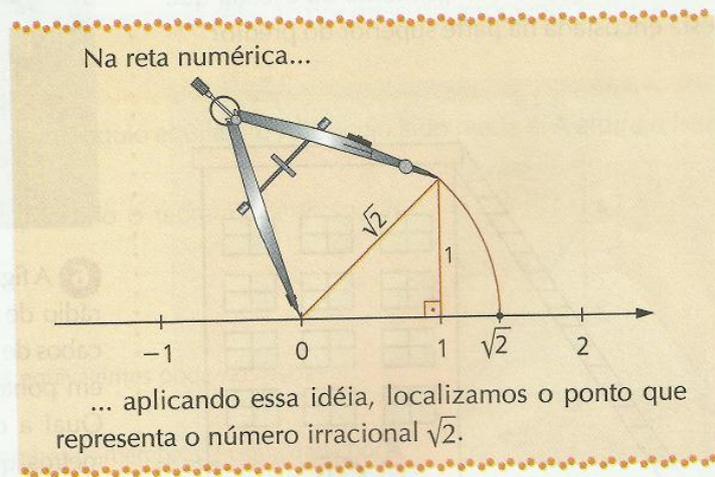
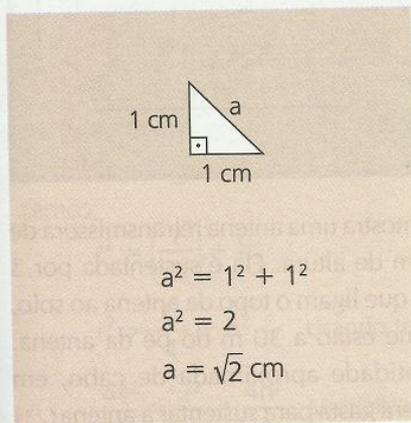


Você sabe que $\sqrt{2}$ é um número irracional: possui infinitas casas decimais e não apresenta período. Diante disso, como construir um segmento de reta de medida $\sqrt{2}$ cm?

O teorema de Pitágoras nos ajuda nessa tarefa:

Traçamos um triângulo retângulo onde ambos os catetos medem 1 cm.

A hipotenusa desse triângulo mede $\sqrt{2}$ cm.

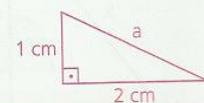


Para traçar um segmento de medida $\sqrt{3}$ cm, transportamos com compasso o segmento de medida $\sqrt{2}$ cm, construímos o triângulo retângulo cujos catetos medem $\sqrt{2}$ cm e 1 cm. A hipotenusa desse triângulo mede $\sqrt{3}$ cm.

$$a^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$a^2 = 3$$

$$a = \sqrt{3}$$
 cm



$$a^2 = 1^2 + 2^2$$

$$a^2 = 5$$

$$a = \sqrt{5}$$
 cm

Com base nos exemplos acima, determine em seu caderno um segmento de medida $\sqrt{5}$ cm.

3. AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada através da observação e da participação do aluno nas atividades propostas em sala de aula e através dos exercícios de fixação (folha de atividades).

Ao término do Plano de Trabalho 1 será aplicado um teste, no decorrer do bimestre será aplicado o Saerjinho e ao final do bimestre será aplicada a prova.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro et al. Novo Praticando Matemática. Vol. 4. São Paulo: Brasil, 2002.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática. Vol. 4. São Paulo: Moderna, 2006.

CADERNO PEDAGÓGICO MATEMÁTICA – 9.º Ano. Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro. – 2.º bimestre/2013.

Disponível em: <http://www.rio.rj.gov.br/web/sme/exibeconteudo?article-id=3083910/> acessado em 01/02/2013

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática. Vol. 4. São Paulo: Ática, 2003.

GIOVANNI, José Ruy et al. Aprendendo Matemática. Vol. 4. São Paulo: FTD, 1999.

_____. A Conquista da Matemática. Vol. 4. São Paulo: FTD, 2002.

ROTEIROS DE AÇÃO: Teorema de Pitágoras – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9.º ano do Ensino Fundamental – 2.º bimestre/2013. Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 10/05/2013.