

Avaliação da implementação do Plano de Trabalho 2

Achei objetivo explicar a importância do estudo do Teorema de Pitágoras e que não é restrita apenas aos interesses da matemática, mas também colocado em prática em outras ciências, como por exemplo, a física. E também na aplicação de profissões como arquitetura, engenharia e outras.

A trigonometria é aplicada na resolução de uma grande variedade de problemas. É interessante a verificação e demonstração do Teorema de Pitágoras e a importância da aplicação deste em resolução de problemas e também para representar números irracionais na reta real.

Perceber a presença e a importância dos ângulos retos e das formas triangulares, em especial as que envolvem triângulos retângulos no mundo real; estabelecer relações entre medidas de elementos dos triângulos retângulos que permitam resolver situações do cotidiano e do trabalho; e também estabelecer, a partir da semelhança de triângulos, relações entre as medidas dos catetos, hipotenusa, altura relativa à hipotenusa e projeções dos catetos foi de grande importância para o estudo na área de geometria neste momento.

O destaque para os ângulos retos e sua importância no mundo real, e o fato de que os antigos egípcios sabiam que o triângulo de lados 3, 4 e 5 era retângulo pretendem motivar para o estudo do Teorema de Pitágoras.

Inicialmente, o aluno constatará geometricamente que nos triângulos retângulos temos: $a^2 = b^2 + c^2$

Este artifício torna possível a construção junto com nossos alunos de um bom argumento para entendermos a importância da matemática em nossas vidas, no seu dia a dia. Porém, tão importante quanto isto, é que o aluno compreenda o que isso significa.

Pontos Positivos:

Eles acharam muito interessante e também ficaram confusos, no primeiro instante, com o novo assunto abordado e o que eles mais gostaram foi do desafio que propus quando solicitei a eles que imaginassem e me respondessem o seguinte:

- Uma escada medindo 3m precisa fazer um ângulo de 40° com a parede para que não escorregue. A que distância o pé da escada precisa ficar da parede? Todos ficaram em dúvida e tentaram resolver dando opiniões diversas, estavam participativos.

A aula foi boa e depois fluiu com mais tranquilidade, apliquei o roteiro de ação 1 e fui explicando e abordando de forma mais clara. Ficaram estimulados e prestaram atenção no que viria depois.

Pontos Negativos:

Não houve, só ficaram mais estimulados, pois não tinham tido uma aula de matemática nesse sentido, de uma forma lúdica.

Estamos avançando, embora com um pouco de dificuldade quanto ao interesse e defasagem de conteúdo por parte de alguns alunos e também de alguns problemas com relação à disciplina. Porém tenho obtido bons resultados em minhas aulas.

Alterações:

Depois que fui implementando meu plano de trabalho em sala de aula, percebi que estava muito extenso e não tinha o recurso da sala de informática que está em obras e por isso tive que fazer algumas alterações tirando a apresentação no data-show das demonstrações do teorema e com isso pude detalhar melhor a resolução de problemas. Dando sequência ao conteúdo de forma satisfatória. Acho que agora ficou mais claro e objetivo.

Impressões dos alunos:

Alguns, em um primeiro momento, ficaram com muitas dúvidas, pois não estavam entendendo onde eu queria chegar com o desafio proposto no primeiro momento, com o roteiro de ação 1. Mas, no decorrer das aulas, foram entendendo melhor, tirando suas dúvidas, fiz uma breve recapitulação sobre resolução de problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação) e identificação de triângulos retângulos, pois sempre tem alguns esquecidos e assim avalei como satisfatório o resultado. Todos fizeram as atividades propostas com entusiasmo e participação ativa.

Melhoras a serem implementadas:

A meu ver, o assunto é muito amplo, bom de ser explorado e o tempo curto demais para abordar plenamente como pretendia. Nas minhas aulas, meus alunos tinham muitas dúvidas e tive que ir repassando de carteira em carteira para tirar suas dúvidas e auxiliar nos trabalhos em equipe.

Gostaria de ter me aprofundado melhor, mas o tempo pra mim foi o grande vilão e também chegando o final do bimestre, com muitas avaliações a serem feitas: provas, trabalhos, saerjinho, fechamento de diário, conselho,... Enfim, meio complicado. Mas estamos conseguindo avançar!

Acho que os alunos só aprendem a fazer, fazendo. Passei alguns exercícios de fixação, trabalhos em equipe, alguns problemas e foi só. Em geral, acho que o tempo foi curto.

PLANO DE TRABALHO SOBRE
TEOREMA DE PITÁGORAS

[Rosilane Diniz de Souza]

[dinizrosi6@hotmail.com]

1. Introdução:

O destaque para os ângulos retos e sua importância no mundo real, e o fato de que os antigos egípcios sabiam que o triângulo de lados 3, 4 e 5 eram retângulos pretendem motivar para o estudo do teorema de Pitágoras.

Inicialmente, constataremos geometricamente que nos triângulos retângulos temos $a^2 = b^2 + c^2$

Destacamos que essa relação só vale para triângulos retângulos. Apresentamos aplicações desse teorema em problemas e na representação de números irracionais na reta.

As relações $d = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}$ e $h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ obtidas por meio do teorema de Pitágoras são aplicadas

na resolução de problemas.

Um problema motiva a obtenção das demais relações métricas no triângulo retângulo, as quais, em seguida, são descobertas a partir da semelhança de triângulos. Outra demonstração é apresentada para o teorema de Pitágoras.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Atividade 1:

- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Pré-requisitos:**
 - ✓ Conceitos de medidas, área de triângulos e quadrados.
 - ✓ Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos, razão e figuras semelhantes.

- **Tempo de Duração:** 12 aulas

Assunto: Teorema de Pitágoras

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Material necessário: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica e data show.

▪ **Organização da turma:**

- ✓ Turma disposta em pequenos grupos (2 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo, com o intuito de trocar idéias. Depois exercícios, teste e trabalhos individuais.
- ✓ Iremos utilizar uma folha de malha quadriculada e triângulos retângulos para apresentar o Teorema de Pitágoras, utilizando o conceito de área e o reconhecimento de alguns elementos do triângulo retângulo. Isto é importante, pois a atividade é, antes de tudo, uma opção auxiliar a apresentação mais formal e comum nos livros didáticos (a que usa somente semelhança de triângulos). Assim nesta demonstração, além do próprio teorema, outros conhecimentos são requeridos e são adquiridos.

▪ **Objetivos:**

- ✓ Apresentar o Teorema de Pitágoras.
- ✓ Aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas.
- ✓ Estabelecer, a partir da semelhança de triângulos, relações entre as medidas dos catetos, hipotenusa, altura relativa à hipotenusa e projeções dos catetos.
- ✓ Reconhecer a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo.
- ✓ Deduzir e aplicar o Teorema de Pitágoras no cálculo de medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo.
- ✓ Aplicar o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da diagonal de um quadrado e no cálculo da medida da altura de um triângulo equilátero.

▪ **Descritores associados:**

- ✓ H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.
- ✓ H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- ✓ H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.
- ✓ H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

- ATIVIDADES** – {
- 1) Roteiro de Ação 1 (folha impressa para cada aluno, desenvolvimento em dupla) – valor: 1,0 ponto
 - 2) Exercícios de fixação em folha impressa (trabalho em dupla) – valor: 1,0 ponto
 - 3) Teste (individual) – valor: 2,0 pontos
 - 4) Trabalho (individual) – valor: 1,0 ponto

DESENVOLVIMENTO

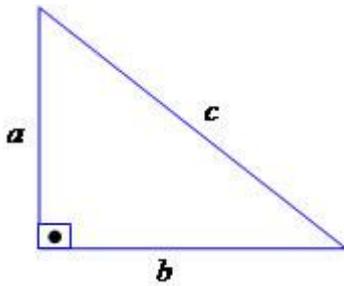
TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática, ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo.

Vale lembrar que o triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, isto é, medindo 90° . O triângulo retângulo é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizada oposta ao ângulo reto. Observe:

Catetos: a e b

Hipotenusa: c



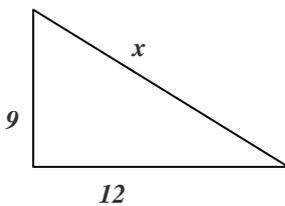
O Teorema diz que: “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.”

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ALGUNS EXEMPLOS

Exemplo 1

Calcule o valor do segmento desconhecido no triângulo retângulo a seguir.



$$x^2 = 9^2 + 12^2$$

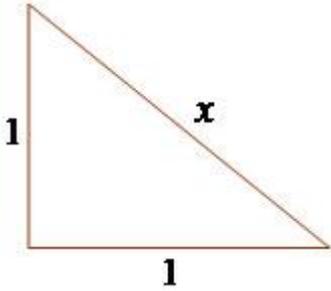
$$x^2 = 81 + 144$$

$$x^2 = 225$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{225}$$

$$x = 15$$

Foi através do Teorema de Pitágoras que os conceitos e as definições de números irracionais começaram a ser introduzidos na Matemática. O primeiro irracional a surgir foi $\sqrt{2}$, que apareceu ao ser calculada a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos medindo 1. Veja:



$$x^2 = 1^2 + 1^2$$

$$x^2 = 1 + 1$$

$$x^2 = 2$$

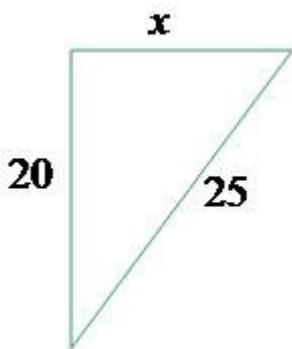
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = 1,414213562373....$$

Exemplo 2

Calcule o valor do cateto no triângulo retângulo abaixo:



$$x^2 + 20^2 = 25^2$$

$$x^2 + 400 = 625$$

$$x^2 = 625 - 400$$

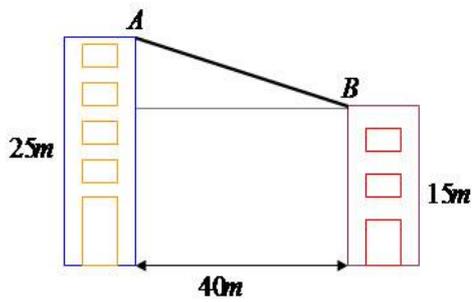
$$x^2 = 225$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{225}$$

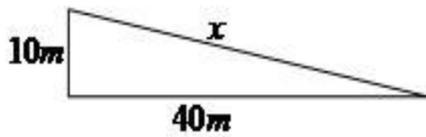
$$x = 15$$

Exemplo 3

Um ciclista acrobático vai atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial, percorrendo a distância sobre um cabo de aço, como demonstra o esquema a seguir:



Qual é a medida mínima do comprimento do cabo de aço?



Pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$x^2 = 10^2 + 40^2$$

$$x^2 = 100 + 1600$$

$$x^2 = 1700$$

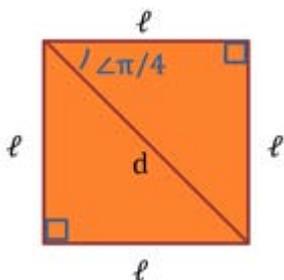
$$x = 41,23 \text{ (aproximadamente)}$$

DUAS APLICAÇÕES IMPORTANTES

Talvez nenhuma outra relação geométrica seja tão utilizada em matemática como o teorema de Pitágoras. Ao longo dos séculos foram sendo registrados muitos problemas curiosos, cujas resoluções têm como base este famoso teorema. É possível utilizar o teorema de Pitágoras em todos os polígonos, pois eles podem ser divididos em triângulos e esses em triângulos retângulos. E por extensão, a todos os poliedros.

- 1) **A diagonal do quadrado:** Aplicando o teorema de Pitágoras, podemos estabelecer uma relação importante entre a medida da diagonal e a medida do lado do quadrado.

No quadrado abaixo, l é a medida do lado e d , a medida da diagonal.



A diagonal do quadrado divide-o em dois triângulos retângulos congruentes. Aplicando o teorema no triângulo retângulo, podemos escrever:

$$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2.$$

Finalmente, o comprimento da diagonal é encontrado como:

$$d = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}.$$

Exemplo: Quanto mede a diagonal de um quadrado que tem 8 cm de lado?

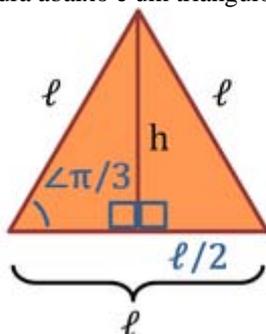
Resp.: Pela fórmula, temos $d = l\sqrt{2}$

Substituindo l por 8, temos: $d = 8\sqrt{2}$

Logo, a medida da diagonal desse quadrado é $8\sqrt{2}$ cm.

- 2) **A altura do triângulo equilátero:** Aplicando o teorema de Pitágoras, podemos estabelecer uma relação importante entre a medida h da altura e a medida l do lado do triângulo equilátero.

A figura abaixo é um triângulo equilátero, em que l é a medida do lado e h é a medida da altura.



A altura do [triângulo equilátero](#) divide-o em dois triângulos retângulos [congruentes](#). Sendo l o lado e h a altura, segue que:

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = h^2 + \frac{l^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3l^2}{4}.$$

Finalmente, a altura do triângulo equilátero é encontrada como:

$$h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2}.$$

Exemplo: Vamos determinar a medida h da altura de um triângulo equilátero de lado 20 cm.

Resp.: Substituindo l por 20 na fórmula $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$, podemos escrever:

2

$$h = \frac{20\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 10\sqrt{3}$$

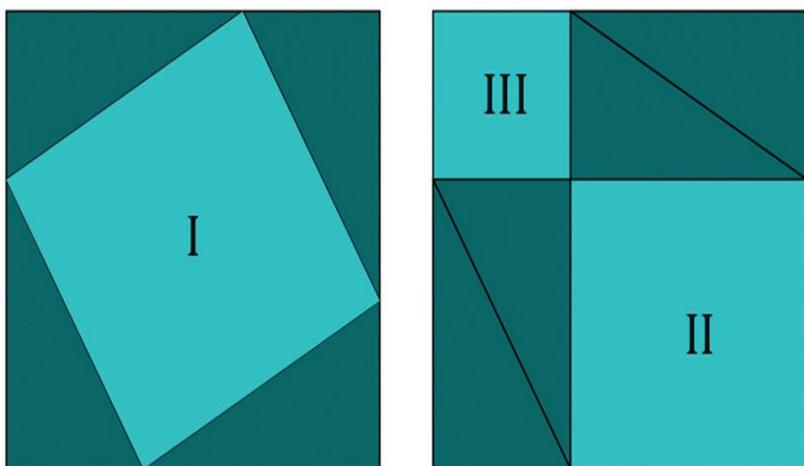
2

Logo, a altura desse triângulo equilátero mede $10\sqrt{3}$ cm.

Avaliações:

Atividade 1) Malha quadriculada – anexo 1

Na sequência de atividades que faremos a seguir, vamos conhecer uma propriedade importante dos triângulos retângulos, mas utilizando o que sabemos de área. Realize-a atentamente e descubra rapidamente esta propriedade! Para tanto, siga as instruções iniciais.



1. No interior ao quadrado que você desenhou na malha, colocando os quatro triângulos, há outro quadrilátero. Ele é um quadrado? Justifique.

2. Qual a área do quadrado maior?

3. Qual a soma das áreas dos quatros triângulos retângulos?

4. E, então, qual seria a área I do quadrado interior?

Observe a segunda figura construída por você, a que se parece com a Figura 2, e responda os itens a seguir:

5. No interior da segunda figura, onde estão os quatro triângulos retângulos idênticos, estão também dois quadrados. O que podemos afirmar sobre a medida do lado do menor quadrado e a medida do menor cateto dos triângulos retângulos?

6. E sobre o lado do maior quadrado interior e a medida do maior cateto dos triângulos retângulos da figura?

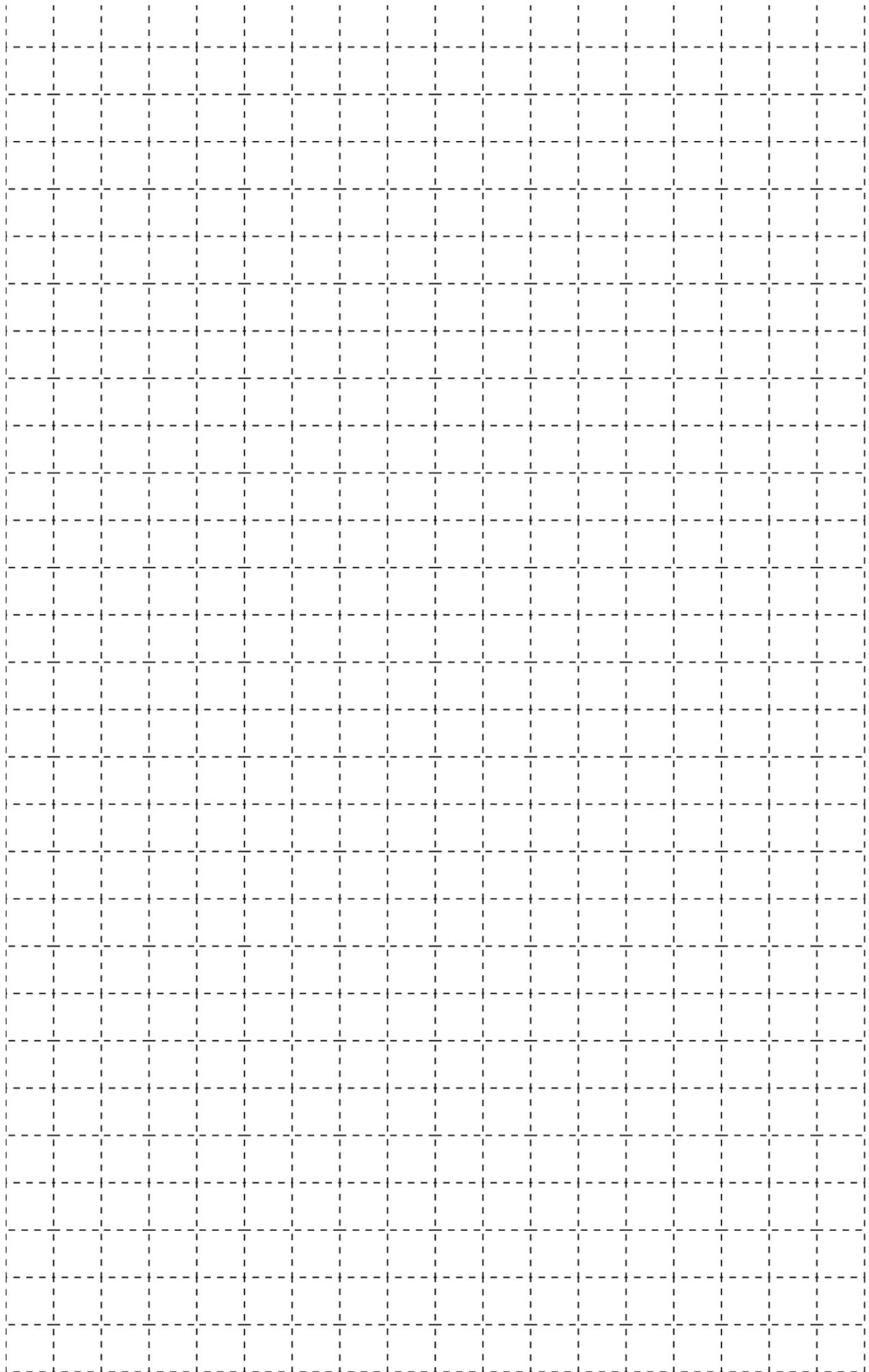
7. Qual é a área de cada um desses quadrados?

8. A soma das áreas desses dois quadrados interiores também pode ser obtida, calculando-se a área do quadrado maior menos a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos?

9. Qual é a relação entre a área do quadrado interior na primeira figura e a soma das áreas dos quadrados interiores na segunda figura? Converse com seus colegas e descubra se com as figuras que eles criaram isso também acontece.

10. Escreva algebricamente esta relação, considerando a medida dos lados do triângulo retângulo. Para isso, chame a hipotenusa deste triângulo de a , e os catetos de b e c .

ANEXO 1



Descritores associados:

H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Prof^a Rosilane

Nome do Aluno: _____ n^o _____ turma: _____

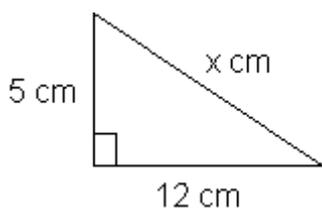
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Para estar a 1200 m de altura, em relação ao solo, a partir da decolagem, um avião percorre em linha reta 2500 m. À distância em quilômetros, em relação ao solo, do ponto da decolagem até o ponto em que o avião atinge essa altura é de:

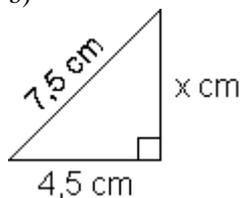
- a) 2,77 km
- b) 3,70 km
- c) 4,81 km
- d) 2,2 km

2) Calcule o valor de x em cada triângulo retângulo:

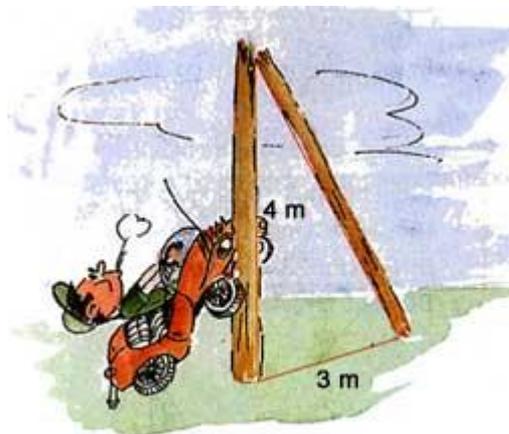
a)



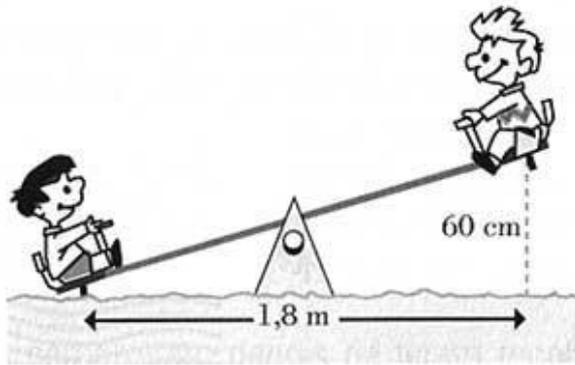
b)



3) Qual era a altura do poste?

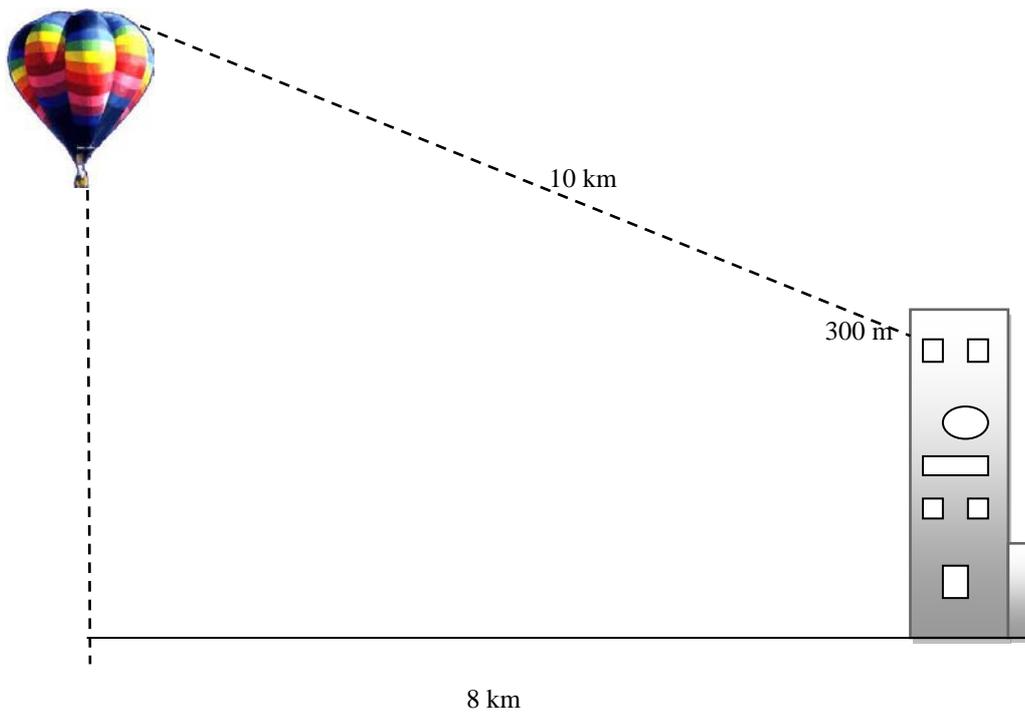


4) O Pedro e o João estão a «andar» de balancé, como indica a figura:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60 cm.
Qual o comprimento do balancé?

5) Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 km?



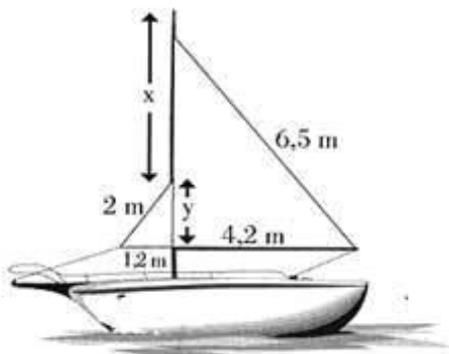
- a) 6300 km
- b) 5.220 m
- c) 6.000 m
- d) 6.300 m

- ✓ H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.
- ✓ H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Nome do Aluno: _____ n° _____ turma: _____

TESTE DE MATEMÁTICA

- 1) A figura representa um barco à vela.



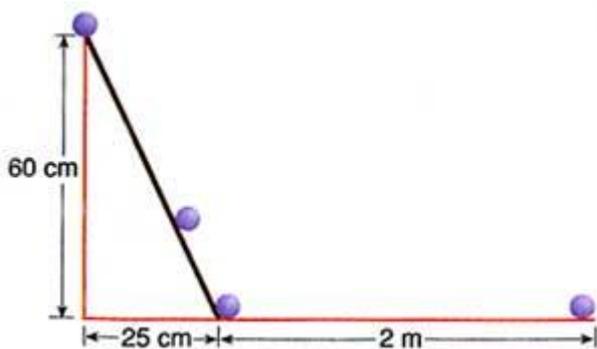
Determine, de acordo com os dados da figura, os valores de x e y .

- 2) Sendo a , b e c as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo, indique, justificando, aqueles que são retângulos:

a) $a = 6$ $b = 7$ e $c = 13$

b) $a = 6$ $b = 10$ e $c = 8$

- 3) Qual é a distância percorrida pelo berlinde?



Colégio Estadual Padre Sebastião da Silva Pereira

Folha de Atividades 4 – Teorema de Pitágoras no Quadrado e no Triângulo Equilátero

- ✓ H05 [C4] – Identificar a conservação ou modificação de medidas de áreas de quadriláteros ou triângulos.
- ✓ H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- ✓ H11 [C1] – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.
- ✓ H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Profª Rosilane

Nome do Aluno: _____ **nº** _____ **turma:** _____

TRABALHO DE MATEMÁTICA

- 1) Um quadrado tem 4 cm de lado. Determine a medida da diagonal desse quadrado de duas maneiras:
 - a) usando a fórmula;
 - b) sem usar a fórmula.

- 2) O lado de um triângulo equilátero mede 12 cm. Determine a medida da altura desse triângulo de duas formas:
 - a) usando a fórmula;
 - b) sem usar a fórmula.

- 3) A diagonal de um quadrado mede $11\sqrt{2}$ cm. Determine a medida do lado e o perímetro desse quadrado.

- 4) Em um triângulo equilátero a altura mede $3\sqrt{3}$ cm. Qual é o perímetro desse triângulo equilátero?

- 5) Se um quadrado tem 225 cm^2 de área, qual é a medida expressa em forma decimal, da diagonal desse quadrado?
(Faça: $\sqrt{2} = 1,41$)

- 6) A área de um triângulo pode ser calculada multiplicando-se a medida de um lado pela medida da altura relativa a esse lado e dividindo-se o resultado por 2. Nessas condições e fazendo $\sqrt{3} = 1,73$, determine a área de um triângulo equilátero cujo lado mede 4 cm.

- 7) A medida do lado de um triângulo equilátero é igual à medida da diagonal de um quadrado de lado 6 cm. Determine a medida da altura desse triângulo.

Referências:

LIVIO, MARIO (2003). **Random House**, Inc, 2003. p. 25.

Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pit%C3%A1goras, acessado em 27/05/2013.

NOÉ, MARCOS (2012). **Teorema de Pitágoras**

Disponível em: <http://www.brasilecola.com/matematica/teorema-pitagoras>, acessado em 26/05/2013.

CURSO FORMAÇÃO CONTINUADA – SEEDUC: **Roteiro de Ação 1– Conhecendo a relação pitagórica**

Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=75>, acessado em 23/05/2013.

JÚNIOR, J. R. G., CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**, São Paulo, Ed. FTD, 2009.

ANDRINI, A., VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**, São Paulo, Ed. do Brasil, 2006.

BIANCHINI, E. **Matemática 9º Ano**, 6. ed., São Paulo, Ed. Moderna, 2006.