

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Colégio Estadual Francisco Varela

PROFESSOR: José Miguel de Castro Citrangulo

MATRÍCULA: 00/0807112-8

SÉRIE: 1º ano – Ensino Médio

GRUPO: 1

TUTOR: Bruno Morais Lemos

PLANO DE TRABALHO SOBRE O ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

José Miguel de Castro Citrangulo

Jmiguel1962@hotmail.com

1. Introdução:

- Ensinarei o conteúdo proposto através de aulas participativas e trabalhos em grupos, pois eles terão oportunidade de conversar, discutir e analisar conjuntamente as situações-problema propostos.
- Motivarei o estudo do conceito de função polinomial do 1º grau através de problemas matemáticos que envolvam suas aplicações.
- Apresentarei aos alunos o vídeo da aula 30 do novo telecurso onde o aluno poderá acompanhar a definição e de problemas do dia a dia que envolva a aplicação da função polinomial do 1º grau.
- Apresentarei para meus alunos através do notebook e do data show uma atividade para apresentar a reta como o gráfico da função polinomial do 1º grau através do Geogebra.

Pré-requisitos:

- Matemática do Ensino Fundamental.
- Porcentagem.
- Cálculo algébrico.
- Conceito de função.
- Conhecimento de informática.
- Cálculo numérico e proporcionalidade.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

O plano de trabalho está distribuído em quatro atividades.

Atividade 1:

Apresentarei aos alunos várias atividades com situações reais onde podemos aplicar o conceito da função polinomial do 1º grau.

Atividade 2:

Apresentarei aos alunos o vídeo da aula 30 do novo telecurso 2000 para motivar o estudo do conceito e da aplicação da função polinomial do 1º grau.

Atividade 3:

Apresentarei aos alunos uma atividade para estudar o conceito de função polinomial do 1º grau, a partir do cálculo do Imposto de Renda.

Atividade 4:

Apresentarei aos alunos uma atividade para apresentar a reta como o gráfico da função polinomial do 1º grau.

Atividade 1: Função Polinomial do 1º grau – Vamos aplicar em situações reais do dia a dia.

- **Habilidade relacionada:**

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

- **Pré-requisitos:**

Conceito de função.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividade e lápis.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em pequenos grupos.

- **Objetivos:**

Apresentar aos alunos várias atividades com situações reais onde podemos aplicar o conceito da função polinomial do 1º grau.

- **Metodologia adotada:**

- Dividir a turma em grupos de dois alunos.
- Entregar a folha de atividades relacionada abaixo.
- Pedir a cada grupo para resolver os problemas.
- Pedir a cada grupo para apresentar a resolução de um exercício para a turma.
- Conferir a resolução de todos os problemas da folha de atividades para a turma.
- Recolher as atividades prontas.

Atividades:

- 1) O custo C em reais para produzir x unidades de um componente eletrônico é dado por $C(x) = 18x + 4500$.
 - a) Qual é o custo para se produzir 1000 unidades desse produto?
 - b) Quando obtiver um lucro de 20% sobre o valor de custo, qual deverá ser o preço de cada componente eletrônico?

- 2) Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma comissão de 8% do total de vendas que ele fez durante o mês.
 - a) Expressar a lei da função que representa seu salário mensal.
 - b) Calcular o salário do vendedor sabendo que durante um mês ele vendeu R\$ 50 000,00 em produtos.

- 3) O preço a ser pago por uma corrida de taxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R\$ 0,86:
 - a) Expresse o valor P a ser pago em função da distância x (em quilômetros) percorrida.
 - b) Calcule o preço de uma corrida de 11 km.
 - c) Calcule a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$ 21,50 pela corrida.

- 4) Sabendo que f é uma função linear e que $f(-3) = 4$, determine o valor de $f(6)$.

- 5) Dada a função f por $f(x) = ax + 2$, determine o valor de a para que se tenha $f(4) = 20$.

Atividade 2: Função Polinomial do 1º grau - Definição e suas aplicações.

- **Habilidade relacionada:**

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

- **Pré-requisitos:**

Conceito de função.

- **Tempo de duração:**

50 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividade, lápis e sala de vídeo e DVD do novo telecurso.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em pequenos grupos.

- **Objetivos:**

Apresentar aos alunos o vídeo para motivar o estudo do conceito da função polinomial do 1º grau.

- **Metodologia adotada:**

- Levar os alunos para sala de vídeo.
- Apresentar a turma o vídeo da aula 30 do novo telecurso.
- Expor para a turma as aplicações da função polinomial do 1º grau apresentadas no vídeo.
- Entregar a cada grupo a folha de atividade.
- Pedir para cada grupo para relatar outras situações do dia a dia que podemos aplicar a função polinomial do 1º grau.
- Pedir a cada grupo que escolha um representante para relatar para a turma as suas aplicações da função do 1º grau encontradas.
- Recolher as atividades prontas.

Atividade 3: Entendendo a Fome do Leão

- **Habilidade relacionada:**

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

H56 – Resolver problemas que envolvam função polinomial do 1º grau.

- **Pré-requisitos:**

Porcentagem, cálculo algébrico, conceito de função.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades em anexo, lápis, borracha, calculadora ou uma planilha eletrônica.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em grupos de 3 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

Estudar o conceito de função polinomial do 1º grau, a partir do cálculo do Imposto de Renda e reforçar a importância do domínio no estudo das funções.

- **Metodologia adotada:**

- Dividir a turma em grupos de 3 alunos.
- Entregar a cada grupo as folhas de atividades relacionadas abaixo.

Uma pessoa entrou no *site* da Receita Federal para obter informações sobre o Imposto de Renda. Na série de perguntas mais comuns, ao ver a resposta da pergunta 57, encontrou a seguinte tabela de cálculo:

057 - Qual é a tabela a ser aplicada para o cálculo do imposto sobre a renda na Declaração de Ajuste Anual do exercício de 2012, ano-calendário de 2011?

A tabela progressiva para o cálculo do imposto é a seguinte:

BASE DE CÁLCULO EM R\$	ALÍQUOTA %	PARCELA A DEDUZIR DO IMPOSTO EM R\$
Até 18.799,32	-	-
De 18.799,33 até 28.174,20	7,5	1.409,95
De 28.174,21 até 37.566,12	15,0	3.523,01
De 37.566,13 até 46.939,56	22,5	6.340,47
Acima de 46.939,56	27,5	8.687,45

Fonte: <http://www.receita.fazenda.gov.br/PessoaFisica/IRPF/2012/perguntao/assuntos/calculo-e-recolhimento-do-imposto.htm> - Acesso em 05 de Abril de 2012.

Você já ouviu falar no famigerado Leão? Leão é como nos referimos ao Imposto de Renda, ou seja, ao imposto que cada cidadão deve pagar ao governo, dependendo de sua renda anual. Todo ano, devemos fazer a declaração de nossos rendimentos financeiros para sabermos se teremos ou não de pagar o imposto ao governo. Para entender como os cálculos são feitos, algumas informações são importantes:

- ..O Imposto de Renda é cobrado sobre a renda obtida ao longo do ano por cada pessoa;
- ..Tudo que a pessoa ganha durante o ano entra para o cálculo. A **renda tributável** é aquela sobre a qual incide o imposto, é o que uma pessoa ganha menos uma série de descontos, chamados de **deduções**;
- ..De uma forma simples, para calcular o Imposto de Renda, devemos realizar apenas duas operações:
- ..Multiplica-se o percentual (**alíquota**) sobre a renda tributável,
- ..Subtrai-se esse resultado da parcela a deduzir do imposto.

O valor da alíquota e o valor da parcela a deduzir dependem da renda do trabalhador. Quanto maior a renda, maior a alíquota e maior a parcela a deduzir. Para sabermos o valor exato, basta observarmos a tabela.

Há uma série de outros detalhes, que não serão considerados aqui, pois trabalharemos com a parte final do Imposto de Renda, ou seja, com a base de cálculo e com a alíquota, atentando para a faixa de renda na qual a pessoa se encontra.

Observando a tabela, é possível pensar que uma pessoa que ganha R\$22.000,00 por ano, deve pagar de imposto R\$1.409, 95. Mas isso não é verdade! Calculando 7,5% de R\$22.000,00, encontramos R\$1.650, 00. O que está errado, então?

Para começar, vamos entender a Tabela Progressiva para o Cálculo do Imposto, apresentada no início da Atividade.

Observando a tabela da Receita Federal, vemos que na terceira coluna temos a parcela a deduzir do imposto. Mas o que isso significa?

Para entender, é preciso saber como é feito o cálculo do imposto. Como você pode observar na tabela, existe uma faixa na qual as pessoas são isentas e não precisam pagar o imposto de renda. Assim, de acordo com a tabela, todas as pessoas que têm uma renda de R\$ 18 799, 32 ao ano não precisam pagar imposto de renda. Mas e quando a pessoa tem uma renda maior do que essa? Quando ela recebe mais do que isso, nós devemos calcular o imposto a partir do valor que excede os R\$ 18.799, 32. Veja um exemplo para clarear as ideias:

Se uma pessoa ganha R\$ 25.000,00 por ano, temos que:

1. Ela está na 2ª faixa: de R\$ 18.799,33 até R\$ 28.174,20;
2. Até R\$ 18.799, 32 é isenta de impostos;
3. O imposto de renda será calculado a partir do que excede o valor acima: o restante de R\$ 6.200,68 (R\$ 25.000,00 - R\$ 18.799, 32), com a alíquota de 7,5;
4. Assim, $R\$ 6.200,68 \times 7,5\% = R\$ 465,05$ (valor que a pessoa deverá pagar ao governo na forma de imposto)

A partir destas informações, responda às perguntas a seguir:

Atividade 1

1. Uma pessoa que recebe, por ano, R\$ 27.350,00, paga quanto de imposto?

2. E a que tem uma renda anual de R\$ 19.500,00, quanto dá para o Leão?

3. Qual é o valor do imposto da pessoa que tem como renda anual R\$ 22.000,00?

O imposto também poderia ser calculado da seguinte maneira:

1. Calcula-se 7,5% de R\$ 25.000,00 R\$ 1.875,00
2. Subtrai-se (deduz-se) o valor R\$ 1.875,00 – R\$ 1.409,95
Indicado na tabela R\$ 465,05

Ou seja, calcula-se 7,5% da renda total, R\$ 25.000,00, depois se deduz (subtrai) o valor correspondente à renda isenta do imposto, R\$ 1.409,95.

Note que R\$ 1.409,95 é exatamente 7,5% de R\$ 18.799, 32, e é o valor fixo calculado na tabela inicial do imposto na faixa cuja alíquota é 7,5%.

4. Utilizando esse segundo método, calcule o valor do imposto referente às rendas indicadas na tabela.

Renda Anual	7,5%	Dedução	Imposto
R\$ 19.000,00		R\$ 1.409,95	
R\$ 26.500,00			
R\$ 21.390,00			

5. É possível utilizar um desses procedimentos para determinar o imposto referente a uma renda de R\$ 28.213, 25? Por quê?

6. Chamando de y o valor do imposto e de x o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona y e x.

Dica: Para calcular 7,5% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,075.

7. Essa fórmula pode ser classificada como uma função polinomial do 1º grau? Por quê? Em caso afirmativo, indique os valores dos coeficientes.

Levando em consideração os cálculos que você fez e aprendeu até aqui, veja como é possível determinar o imposto referente à renda anual de R\$ 30.000,00:

1. Ela está na 3ª faixa: de R\$ 2.8174,21 até R\$ 37.566,12;
2. Até R\$ 18.799,32 é isenta de impostos;
3. De R\$ 18.799,33 até R\$ 28.174,20, calcula-se o imposto com a alíquota de 7,5%. Ou seja, como a renda é maior do que R\$ 28.174,20, calculamos o imposto pago sob a renda máxima R\$ 28.174,20, encontrando o valor fixo de R\$ 703,12;
4. O restante da renda, $R\$ 30.000,00 - R\$ 28.174,21 = R\$ 1.825,69$, deve ser calculado com a alíquota de 15% conforme indica a tabela, ou seja, 15%. $R\$ 1.825,69 = R\$ 273,87$;
5. Finalmente, somam-se esses dois valores de impostos, para obter o imposto de renda total a pagar. Ou seja, paga-se o imposto de R\$ 703,12 pela renda atingir R\$ 28.174,21 e paga-se mais R\$ 273,87 pelos R\$ 1.825,69 excedentes, totalizando o valor do imposto de renda de R\$ 976,99.

Na faixa de R\$ 28.174,21 até R\$ 37.566,12, os R\$ 703,12 sempre serão cobrados. Devemos calcular, então, o referente à alíquota de 15% e somar com este valor.

Vamos praticar!

8. Calcule o valor do imposto referente às rendas indicadas na tabela.

Renda Anual	7,5%	15%	Imposto
R\$ 29.543,00	R\$ 703,12		
R\$ 33.987,00	R\$ 703,12		
R\$ 37.410,00	R\$ 703,12		

9. Chamando de y o valor do imposto e de x o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona y e x para $28.174,21 \leq x \leq 37.566,12$.

Dica: Para calcular 15% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,15.

10. Troque idéias com seus colegas e veja se conseguem descobrir como é feito o cálculo, utilizando a parcela a deduzir.

Veja como podemos calcular o imposto, utilizando a tabela de deduções para uma renda anual de R\$ 31.000,00.

1. Calcula-se 15% de R\$ 31.000,00 R\$ 4.650,00

2. Subtrai-se o valor indicado na tabela R\$ 4.650,00 – R\$ 3.523,01 = R\$ 1.126,99

11. Utilize essa segunda maneira para calcular o imposto, referente às seguintes rendas anuais.

Renda Anual	15%	Dedução	Imposto
R\$ 30.400,00			
R\$ 34.900,00		R\$ 3.523,01	
R\$ 28.410,00			

12. Qual método você usaria para calcular o imposto referente a uma renda de R\$ 37.798,01? Por quê? E seus colegas?

13. Qual a maneira que você achou mais simples para calcular o imposto para uma renda anual dentro da 3ª faixa? Por quê? E seus colegas? Troque ideias com eles.

14. Chamando de y o valor do imposto e de x o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona y e x para $28.174,21 \leq x \leq 37.566,12$.

Dica: Para calcular 15% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,15.

15. Compare as duas fórmulas, obtidas para o cálculo do imposto referente a uma renda anual dentro da 3ª faixa. Você saberia explicar de onde veio o valor da dedução (R\$3.523, 01)? Discuta com seus colegas.

16. E agora, as fórmulas obtidas para o cálculo do Imposto de Renda referentes a 3ª faixa podem ser classificadas como uma função polinomial do 1º grau? Indique os seus coeficientes.

Atividade 4: Descobrindo o gráfico da função polinomial do 1º grau

- **Habilidade relacionada:**

H02 – Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.

H61 – Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau a sua representação algébrica ou vice-versa.

- **Pré-requisitos:**

Conhecimento de informática, cálculo numérico e conceito de função.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividade em anexo, notebook do professor com o software Geogebra instalado, data show e lápis e borracha.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em grupos de 2 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

Apresentar a reta como o gráfico da função polinomial do 1º grau, através do Geogebra; promover discussões que façam os alunos conjecturarem e, em seguida, comprovarem suas opiniões, visando a uma aprendizagem significativa.

- **Metodologia adotada:**

- Dividir a turma em grupos de 2 alunos.
- Entregar a cada grupo as folhas de atividades relacionadas abaixo.

Atividade 1

Nesta atividade, você vai usar a tecnologia a serviço de seu aprendizado e vai ter a oportunidade de ver a Matemática de uma forma um pouco diferente do que está habituado. Talvez você esteja se perguntando: “Mas como eu posso aprender sobre função polinomial no computador?”. Está preparado para encontrar a resposta? Então vamos começar!

1. Como você faria para traçar o gráfico da função, cuja lei de formação é dada pela fórmula $y=3x-7$?

Troque idéias com seus colegas e registre nas linhas a seguir.

2. Que tal usar um recurso tecnológico para fazer esse trabalho? Abra o GeoGebra, um programa criado especialmente para ensinar Matemática. Ao abrir, você verá uma tela dividida em duas partes. A da direita é maior e tem os eixos cartesianos marcados.

3. Primeiro, antes de começar a mexer no programa, preencha a tabela a seguir.

X	$Y=3x-7$	(x;y)
1		A(1;)
2		B(3;)
3		C(4;)

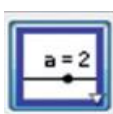
4. Na parte inferior da sua tela, você vê a “Entrada”? Digite, $A=(1,-4)$ e dê Enter. O ponto A deve aparecer na tela.

5. Agora, faça o mesmo para os pontos B e C.

6. Observando esses três pontos, você consegue chegar a alguma conclusão sobre o gráfico? Discuta com seus colegas e registre a seguir.

7. Para ajudar a visualizar o formato do gráfico, vamos continuar usando o *GeoGebra*.

No 11º botão do menu de ferramentas, marque a opção “Controle Deslizante”



Clique no canto superior direito da tela. Abrirá uma janela como a indicada na **Figura 1**.

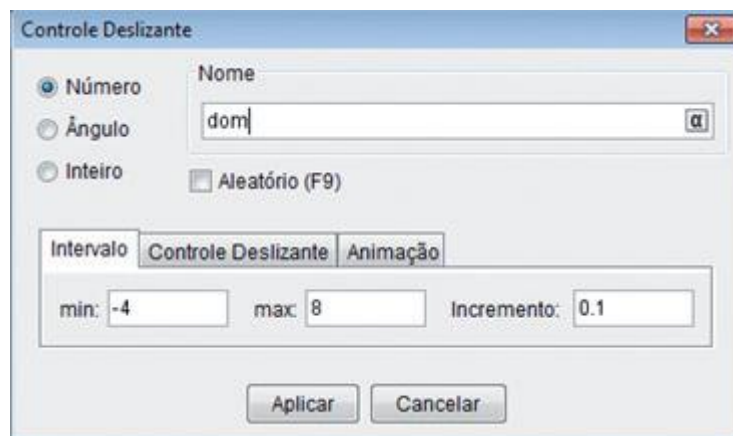


Figura 1: Janela de controle deslizante do Programa *Geogebra*.

Digite “dom” no nome; -4 no “min” e 8 no “max”, como indicado na Figura 1. Em seguida, clique em “Aplicar”.

Feito isso, aparecerá na sua tela um segmento de reta, como indicado na **Figura 2**.

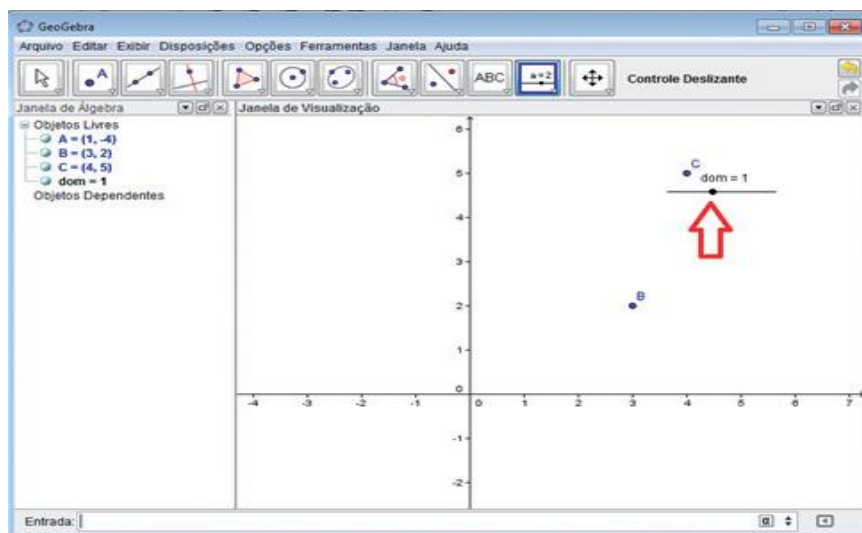


Figura 2: Segmento de reta em tela do Programa *Geogebra*.

8. Vamos agora criar um ponto, associado a esse controle deslizante.
Na “Entrada” digite “ $P=(dom, 3*dom-7)$ ” e, em seguida, dê enter.

9. Qual a relação do ponto P com a função definida pela fórmula $y=3x-7$?
Troque idéias com seus colegas e registre a seguir.

10. Mova o controle deslizante e observe o que acontece com o ponto P.

11. Vamos usar uma ferramenta do *GeoGebra* para evidenciar o que acontece com o Ponto P, ao mover o controle deslizante.

Na “Janela de Álgebra” (à esquerda da sua tela), clique com o botão direito do mouse sobre o ponto P. Aparecerá a seguinte janela:



Figura 3: Janela do Programa *Geogebra*.

Marque a opção “Habilitar Rastro”.

12. Agora mova novamente o controle deslizante. O que aconteceu? Discuta com seus colegas.

13. Agora, discuta com seus colegas e responda:

A. Todo ponto P é ponto do gráfico de $y=3x-7$?

B. O rastro formado pelo ponto P tem algum formato?

14. Vamos melhorar o incremento do rastro do ponto P, ou seja, vamos aumentar a quantidade de pontos marcados. Para isso, vamos mexer no controle deslizante.

Na “Janela de Álgebra”, clique com o botão direito do mouse no “dom”. Abrirá uma janela como a indicada na **Figura 4**.

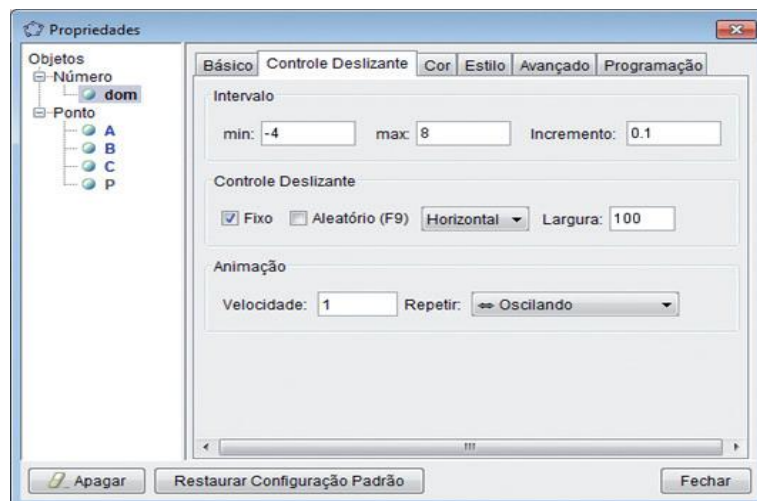


Figura 4: Janela do Programa Geogebra.

Mude o incremento para 0.001 e, em seguida, aperte “Fechar”

15. Agora mova o controle deslizante e observe o que acontece. Troque ideias com seus colegas.

O que você pode afirmar a respeito do formato do gráfico da função, cuja lei de formação é dada por $y=3x-7$? Troque idéias com seus colegas e registre a seguir.

16. Vamos agora fazer o mesmo procedimento, considerando a função cuja lei de formação é dada por $y=-2x+3$.

17. Preencha a tabela e, em seguida, marque os pontos D, E e F. Se tiver dúvidas, consulte o item 5 ou peça ajuda ao seu professor.

x	$Y=-2x+3$	(x;y)
2		D(2;)
1		E(1;)
-1		F(-1;)

18. Vamos associar um novo ponto ao controle deslizante, criado anteriormente.

Digite na “Entrada”, “ $Q=(dom, -2*dom+3)$ ” e, em seguida, dê Enter.

19. Para habilitar o rastro, clique com o botão direito do mouse sobre o ponto Q e marque a opção “Habilitar Rastro” na janela que abrirá.

20. Agora, mova o controle deslizante e observe o que acontece com o ponto Q. E aí? O formato do gráfico é parecido com o gráfico anterior? Troque idéias com seus colegas e registre a seguir.

21. Vamos agora usar outra ferramenta do GeoGebra.

Na “Entrada”, digite $y=3*x-7$ e dê Enter. O que apareceu na sua tela? Isso confirma alguma suspeita que você tinha a respeito da função cuja lei de formação é dada por ?

Agora, digite $y=-2*x+3$ na “Entrada” e dê Enter. Suas suspeitas foram confirmadas? Troque idéias com seus colegas e registre a seguir.

22. Será que é sempre assim?

Para responder a essa pergunta, use e abuse do programa e veja a que conclusão você pode chegar? Não deixe de registrar sua conclusão!

- Recolher as atividades prontas.

3. Avaliação:

Descritores avaliados em todas as atividades.

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

H56 – Resolver problemas que envolvam função polinomial do 1º grau.

H02 – Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.

H61 – Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau a sua representação algébrica ou vice-versa.

- Avaliar cada grupo de acordo com sua participação em cada aula.

- Avaliar as atividades desenvolvidas em sala de aula.

- Avaliar se os objetivos descritos em cada aula foram alcançados pela turma.

4. Referências:

Currículo Mínimo. Secretaria Estadual de Educação. 2013. Disponível em:

WWW.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=759820

Acesso em abril de 2013.

Roteiros de Ação – Função polinomial do 1º grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013
<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em abril e maio/2013

Novo telecurso 2000 – Vídeo 30 do Ensino Médio, $y = ax + b$.

Matemática Completa – Giovanni & Bonjorno – FTD 1ª série EM – 2ª edição renovada.