Formação Continuada em Matemática

Fundação Cecierj/ Consórcio Cederj

Matemática 1º ano -2º bimestre de 2013

Plano de Trabalho

Função Polinomial do 1º Grau

Cursista: Luciano Araujo Rêgo

Tutor: Bruno Morais Lemos

Grupo: 01

INTRODUÇÃO

Este plano de estudo tem por finalidade nortear a prática pedagógica durante 12 aulas em que o Estudo das Funções , será abordado no 1º bimestre do 1º ano do Ensino Médio. Visando definir previamente quais metas serão buscadas, quais objetivos serão propostos, qual metodologia será utilizada, assim como o critério avaliativo.

De acordo com os PCN's (1997, P. 34):

> "Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático."

Assim, entendemos que a História da Matemática, pode ser utilizada como ferramenta motivacional por parte dos docentes e este Plano de trabalho também fará uso deste expediente, mediante a possibilidade da utilização de ferramentas tecnológicas, como enfatiza Souza (2008):

> "O discurso nas aulas de Matemática fundamentam-se e nas formas matemáticas de saber e de comunicar. Para aperfeiçoar este discurso, o professor de Matemática deve sempre utilizar em suas aulas a História da Matemática que por sinal é muito interessante. O professor deve também encorajar o uso das tecnologias, pois elas existem e são justamente para isso que foram criadas". (SOUZA, 2008, p.11)

Alunos motivados produzem mais, então o conceito de Função será abordado neste Plano de Trabalho através de uma perspectiva contextualizada, e utilizando ferramentas como a História da Matemática e ferramentas tecnológicas, a saber, o Software Geogebra.

Conceito de função

São muitas as situações cotidianas em que relacionamos grandezas, veja a situação abaixo:

Consumo. Se sabemos que em certa padaria o preço do pão francês é R$ 0,20 , podemos calcular o valor a ser pago em uma compra relacionando duas grandezas: a quantidade de pães comprada com o preço correspondente a essa quantidade. Assim:

Quantidade de pães	1	2	3	5	10	n
Preço R$	0,20	0,40	0,60	1,00	2,00	0,20n

Portanto para calcular o preço total, multiplicamos a quantidade de pães por R$ 0,20. Dizemos que o preço é **função** da quantidade de pães: a cada número que define a quantidade de pães correspondente um único número, o qual define o preço total.

Telefonia. Em chamadas telefônicas podemos relacionar o tempo da conversação à quantidade de pulsos a serem cobrados, e registar em uma tabela:

Tempo (min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**...**
Quantidade de pulsos	2	2	2	2	3	3	3	3	4	**...**

Consideramos duas grandezas: o tempo de conversação e a quantidade de pulsos. Para cada tempo de conversação corresponde uma única quantidade de pulsos. Dizemos, então, que a quantidade de pulsos **é função** do tempo de conversação. Note que o contrário não ocorre : com o número de pulsos não se pode precisar o tempo de conversação, uma vez que existe mais de uma possibilidade para o tempo (em minutos). Dizemos, então que o tempo não **é função** da quantidade de pulsos.

Um pouco de História

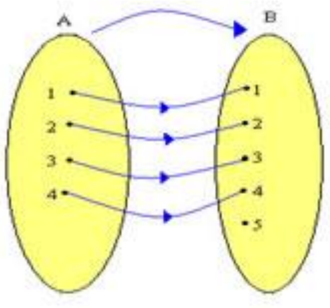
A ideia de função que temos hoje em dia foi sendo construída ao longo do tempo por vários Matemáticos. Observe:

- O matemático alemão G.W.Leibniz (1646-1716) introduziu as palavras função, constante e variável na linguagem matemática.
- A notação f(x) para indicar a lei de uma função foi introduzida pelo matemático suíço L. Euler (1707-1783).
- O matemático alemão P.G. Lejeune Drichlet (1805-1859) deu uma definição de função muito próxima da que se usa hoje em dia.

Por fim, com a criação da teoria dos conjuntos no fim do século XIX, foi possível definir função como conjunto de pares ordenados (x,y) em que x é elemento de um conjunto A, y é elemento de um conjunto B e, para todo x∈ A , existe um único y ∈ B tal que (x,y) ∈ f .

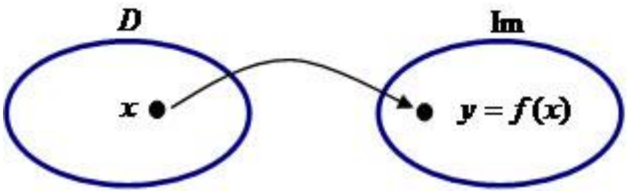
A definição Matemática de função

Uma relação estabelecida entre dois conjuntos A e B, onde exista uma associação entre cada elemento de A com um único de B através de uma lei de formação é considerada uma função. Observe o exemplo:



O estudo das funções se apresenta em vários segmentos, de acordo com a relação entre os conjuntos podemos obter inúmeras leis de formação. Dentre os estudos das funções temos: função do 1º grau, função do 2º grau, função exponencial, função modular, função trigonométrica, função logarítmica, função polinomial. Cada função possui uma propriedade e é definida por leis generalizadas. As funções possuem representações geométricas no plano cartesiano, as relações entre pares ordenados (x,y) são de extrema importância no estudo dos gráficos de funções, pois a análise dos gráficos demonstram de forma geral as soluções dos problemas propostos com o uso de relações de dependência, especificadamente, as funções.

As funções possuem um conjunto denominado domínio e outro chamado de imagem da função, no plano cartesiano o eixo x representa o domínio da função, enquanto o eixo y representa os valores obtidos em função de x, constituindo a imagem da função.

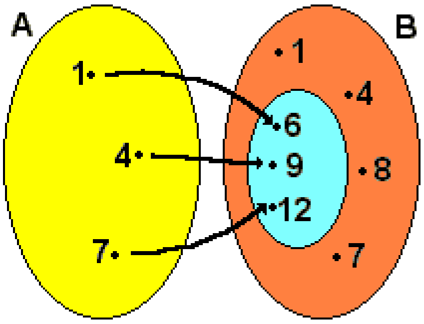


Um exemplo de relação de função pode ser expresso por uma lei de formação que relaciona: o preço a ser pago em função da quantidade de litros de combustível abastecidos. Considerando o preço da gasolina igual a R$ 2,50, temos a seguinte lei de formação: ***f(x) = 2,50*x***, onde f(x): preço a pagar e x: quantidade de litros. Observe a tabela abaixo:

Litros (x)	Preço a pagar em R$ (*f(x)*)
1	2,50
2	5,00
3	7,50
4	10,00
5	12,50
6	15,00
7	17,50
8	20,00
9	22,50
10	25,00

Verifique que para cada valor de x temos uma representação em f(x), esse modelo é um típico exemplo de função do 1º grau.

Com os conjuntos *A={1, 4, 7}* e *B={1, 4, 6, 7, 8, 9, 12}*criamos a função **f: A —> B**.definida por *f(x) = x + 5* que também pode ser representada por *y = x + 5*. A representação, utilizando conjuntos, desta função, é:



O conjunto A é o conjunto de saída e o B é o conjunto de chegada (ignore o conjunto azul por enquanto).

Domínio *é um sinônimo para conjunto de saída*, ou seja, para esta função o domínio é o próprio conjunto *A = {1, 4, 7}*.

Como, em uma função, o conjunto de saída (domínio) deve ter todos os seus elementos relacionados (regra 2 das funções), não precisamos ter subdivisões para o domínio.

O domínio de uma função também é chamado de **campo de definição** ou **campo de existência** da função, e é representado pela letra *"D"*.

O conjunto de chegada "B", também possui um sinônimo, é chamado de **contradomínio.**

Note que podemos fazer uma subdivisão dentro do contradomínio (conjunto azul da figura acima). Podemos ter elementos do contradomínio que não são relacionados com algum elemento do Domínio e outros que são. Por isso, devemos levar em consideração esta subdivisão (esta é até mais importante do que o próprio contradomínio).

Este subconjunto é chamado de **conjunto imagem**, e é composto por todos os elementos em que as flechas de relacionamento chegam.

O conjunto Imagem é representado por "Im", e cada ponto que a flecha chega é chamado de *imagem*.

**Obs.: Note que existe uma diferença entre imagem e conjunto imagem, o primeiro é um ponto em que a flecha de relacionamento toca, e o segundo é o conjunto de todos elementos que as flechas tocam.*

No nosso exemplo, o domínio é *D = {1, 4, 7}*, o contradomínio é *= {1, 4, 6, 7, 8, 9, 12}* e o conjunto imagem é *Im = {6, 9, 12}* e:

- a imagem do ponto x = 1 é y = 6, indicado por **f(1) = 6**;
- a imagem do ponto x = 4 é y = 9, indicado por **f(4) = 9**;
- a imagem do ponto x = 7 é y = 12, indicado por **f(7) = 12.**

Exemplo

A função agora é definida por *y = 2x + B.* Temos que calcular o valor de B, sabendo que *f(1) = 3.*

Agora o exercício muda um pouco de figura. Ele dá uma imagem, no caso *f(1)=3*, e pede pra acharmos o termo "B" da lei de formação.

Vamos ver...

sabendo que *y=f(x)*, então

f(x) = 2x + B e *f(1) = 2.(1) + B,* e também *f(1) = 3* *então:*

3 = 2.(1) + B agora aplicando as propriedades das operações,
3 = 2 + B
3 - 2 = B
1 = B

Portanto, a lei de formação da função é *y=2x+1* ou *f(x)=2x+1*.

Função Polinomial de 1º grau

Definição

Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, a qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma f(*x*) = a*x* + b, onde a e b são números reais dados e a ≠ 0.

Na função f(*x*) = a*x* + b, o número **a** é chamado de coeficiente de *x* e o número **b** é chamado termo constante.

MODIFICAÇÃO: INSERÇÃO DE VÍDEOS CONCERNENTE AO CONTEÚDO.

- www.youtube.com/watch?v=3r5-9mF4qWg
- www.youtube.com/watch?v=Tzhjd4qic64
- www.youtube.com/watch?v=-khOuamaWU8

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

f(x) = 5x - 3, onde a = 5 e b = - 3
f(x) = -2x - 7, onde a = -2 e b = - 7
f(x) = 11x, onde a = 11 e b = 0

Gráfico

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy.

Exemplo:

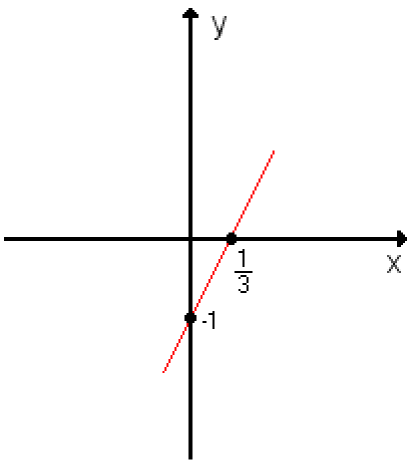
Vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:
Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua:

a) Para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$; portanto, um ponto é (0, -1).

b) Para $y = 0$, temos $0 = 3x - 1$; portanto, $x = \frac{1}{3}$ e outro ponto é $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$.

Marcamos os pontos (0, -1) e $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ no plano cartesiano e ligamos os dois com uma reta.

x	y
0	-1
$\frac{1}{3}$	0



Já vimos que o gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta.

O coeficiente de x, **a**, é chamado **coeficiente angular da reta** e, como veremos adiante, a está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo Ox.

O termo constante, **b**, é chamado coeficiente linear da reta. Para x = 0, temos $y = a \cdot 0 + b = b$. Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy.

O Zero da Função

O numero real X que pertence ao domínio da função f e faz f(X) = 0 é denominado **zero da função f.**

Exemplos

a) O zero da função f(x) = 2x-4 é 2 , pois f(2)= 2 x 2 -4 = 4-4 = 0

b) O zero da função h(x) = $\sqrt{x-9}$ é 9 , pois h(9) = $\sqrt{9-9}$ = $\sqrt{0}$ = 0 .

c) A função m(x) = $\frac{1}{m}$ não tem zero, pois não há valor de x que anule m(x).

Atividades Avaliativas

1- Tarifa. **Descritor H53 B2**

Em certa cidade , a tarifa de táxi é calculada da seguinte forma: R$ 5,00 a bandeirada mais R$ 1,20 por quilômetro rodado.

a) Pode-se estabelecer uma função entre essas grandezas? Em caso de positivo, quais seriam as variáveis (dependente e independente) dessa função?

Solução

Sim, pode-se estabelecer uma função: para cada número real positivo que representa o total de quilômetros de uma viagem (variável independente, a qual chamaremos de x) associa-se um único valor de tarifa (variável dependente, a qual chamaremos de y).

b) Qual lei matemática definiria essa função?

Solução

Essa função é definida pela lei:

Y= 5 + 1,2x ou f(x)= 5 + 1,2x com X ε R+ .

2- Dar o conjunto imagem de f: D(f) → R , sabendo que f(x)= 2x e considerando:
Descritor H61 B1 e B2

a) D(f)= N

Solução

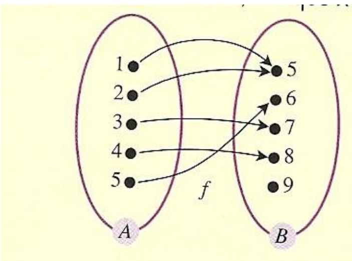
Im(f)= conjunto dos números pares

b) D(f)= [0,3]

Solução

f(0)= 0 e f(3)= 6 , então: Im(f)= [0,6] .

3- Considerar o diagrama da função f abaixo, em que X ε A e Y ε B , e determinar:
Descritor H56 B1 e B2



a) D(f)

Solução

D(f)= A = {1,2,3,4,5}

b) CD=(f)

Solução

CD(f)= B = {5,6,7,8,9}.

c) Im(f)

Solução

Im(f)= {5,6,7,8}

d) y quando x = 1

Solução

X = 1 → y = 5

e) f(x) quando x = 3

Solução

X= 3 → f(x) = 7

Referências Bibliográficas

Brasil. Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. **PCN's: Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/ arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 01 de novembro de 2011.

Giovanni, José Ruy. Bonjorno, José Roberto. **Matemática-1º ano.** São Paulo: FTD, 1992.

IEZZI, Gelson et ali. Fundamentos de Matemática elementar. Rio de Janeiro: Atual, 1993.

MACHADO, Antônio dos Santos. Matemática: Temas e Metas. São Paulo: Atual, 1986.

MELLO, José Luiz Pastore. Matemática : Construção e Significado. São Paulo: Moderna, 2006.

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS –**Função polinomial do 1º grau**- Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIER disponível em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava.

SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos. ,GENTIL Nelson., GRECO Sérgio. Matemática Volume Único. São Paulo, 2001.

SOUZA, Márcio Araújo de. **Trabalho para a disciplina História da Matemática através de problemas.** Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/3978260/TRABALHO-

PARA-A-DISCIPLINA-HISTORIA-DA-MATEMATICA-ATRAVES-DE-PROBLEMAS
>. Acesso em 02 de novembro 2011